

探査機の軌道設計に関するいくつかの話題

Some Topics Related to Spacecraft Trajectory Design

京都大学

生存圏研究所 宇宙圏航行システム工学分野 教授
工学研究科 電気工学専攻 教授

山川 宏

Prof. Hiroshi Yamakawa, Kyoto University

天体力学N体力学研究会2012

2012年10月26日-27日

千葉市美術館

Outline

- 太陽系探査の概要(Outline)
- 小惑星探査のための飛行技術(Asteroid Exploration)
- 多数回惑星スイングバイ(Multi-Swingby Trajectory)
- 二重月スイングバイ(Double Lunar Swingby Trajectory)
- 円軌道間の軌道移行(Circle-Circle Transfer)
- 最小燃料 地球一月遷移軌道(Earth-Moon Transfer)
- 地球脱出月スイングバイ(Lunar Swingby for Earth Departure)
- ソーラーセイルの軌道ダイナミクス(Solar Sail Dynamics)
- 半径方向推力で何ができる？(Radially Accelerated Trajectory)

スペースフライトに関する論文リスト

今回の講演に関連する論文（１）

T. Oyama, H. Yamakawa, and Y. Omura, “Orbital Dynamics of Solar Sails for Geomagnetic Tail Exploration,” *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 45, No. 2, pp. 316-323, 2008.

H. Yamakawa, “Dynamics of Radially Accelerated Trajectories,” *JSASS Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 49, No. 164, pp. 77-80, 2006.

H. Yamakawa, “Optimal Radially Accelerated Interplanetary Trajectories,” *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 1, pp. 116-120, 2006.

H. Yamakawa, “Guidance Strategy for Radially Accelerated Trajectories,” *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 42, No. 4, pp. 677-683, 2005.

M. Morimoto, H. Yamakawa and K. Uesugi, “Trajectory Analysis of Magneto-Plasma Sail Comparing With Other Low Thrust Propulsion Systems,” *JRS The Journal of Space Technology and Science*, Vol. 20, No. 2, Autumn, pp. 54-63, 2004.

M. Morimoto, H. Yamakawa, M. Yoshikawa, M. Abe, and H. Yano “Trajectory Design of Multiple Asteroid Sample Return Missions,” *Advances in Space Research*, Vol. 34, Issue 11, pp. 2281-2285, 2004.

H. Yamakawa, "ISAS Mercury Orbiter Mission Trajectory Design Strategy," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol. 21, Special Issue, pp. 270-279, 1999.

スペースフライトに関する論文リスト

今回の講演に関連する論文（２）

H. Yamakawa, "Solar Electric Propulsion Mercury Orbiter Mission Design," *JRS The Journal of Space Technology and Science*, Vol. 14, No. 1, pp. 1-10, 1998.

H. Yamakawa, J. Kawaguchi, K. Uesugi and H. Matsuo, "Frequent Access to Mercury in the Early 21st Century: Multiple Mercury Flyby Mission via Electric Propulsion," *IAA Acta Astronautica*, Vol. 39, No. 1-4, pp. 133-142, 1996.

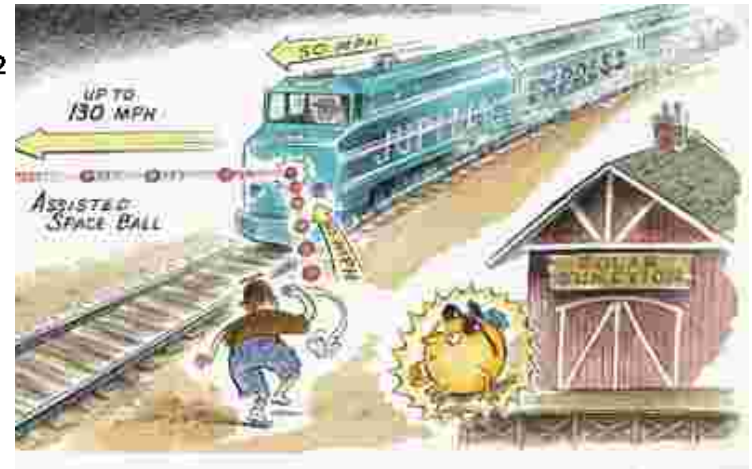
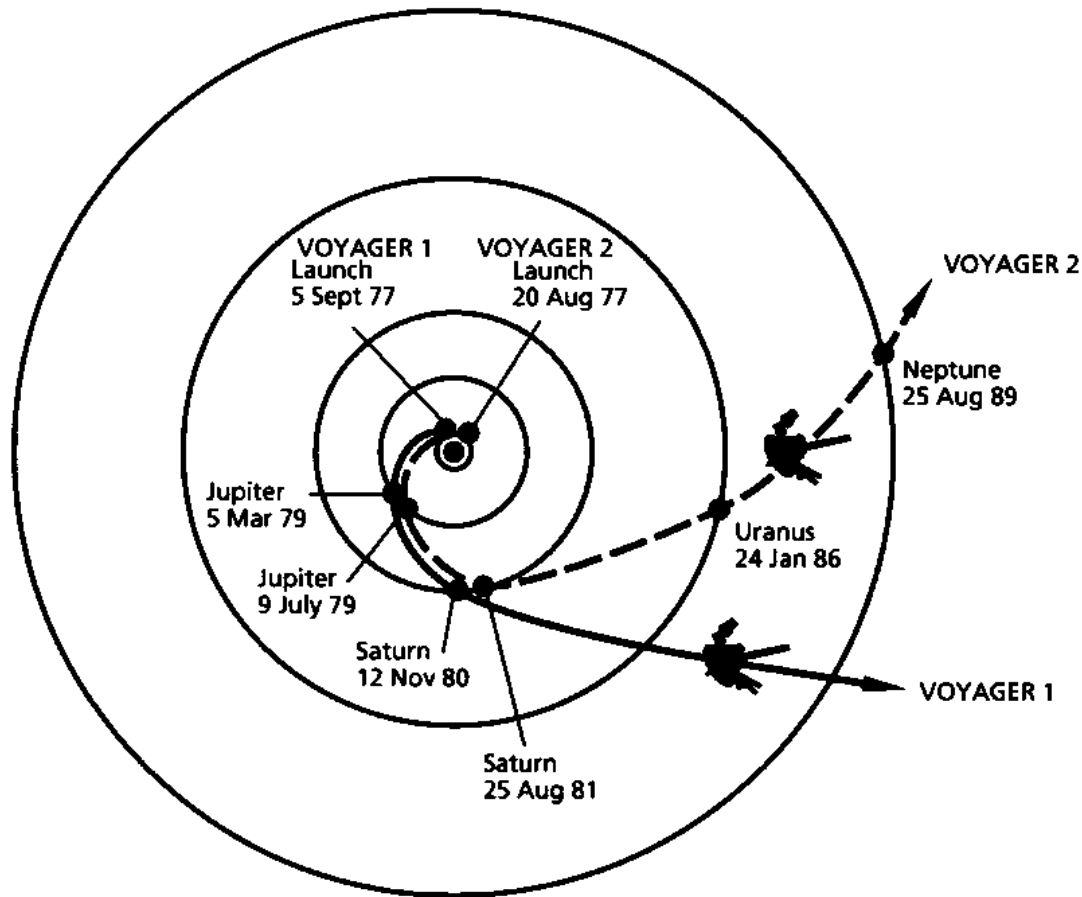
J. Kawaguchi, Y. Morita, T. Hashimoto, T. Kubota, H. Yamakawa and H. Saito, "Nereus Sample Return Mission," *Space Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 277-284, 1995.

J. Kawaguchi, H. Yamakawa, T. Uesugi, H. Matsuo, "On Making Use of Lunar and Solar Gravity Assists in LUNAR-A, PLANET-B Missions," *IAA Acta Astronautica*, Vol. 35, No. 9-11, pp. 633-642, 1995.

H. Yamakawa, J. Kawaguchi, N. Ishii, H. Matsuo, "On Earth-Moon Transfer Trajectory with Gravitational Capture," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 85, Part. I, pp. 397-416, 1993.

H. Yamakawa, J. Kawaguchi, N. Ishii and H. Matsuo, "A Numerical Study of Gravitational Capture Orbit in the Earth-Moon System," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 79, Part II, pp. 1113-1132, 1992.

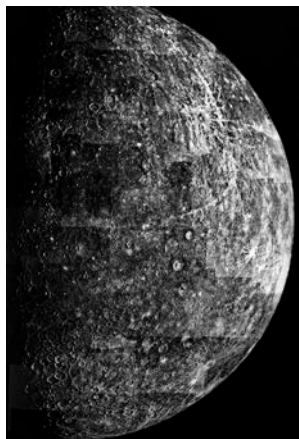
Voyager Spacecraft (Planetary Swingby/Gravity Assist)



jpl.nasa.gov/basics/grav/primer.html

<http://voyager.jpl.nasa.gov/science/heliocentric.html>

Solar System



水星



金星



地球



月



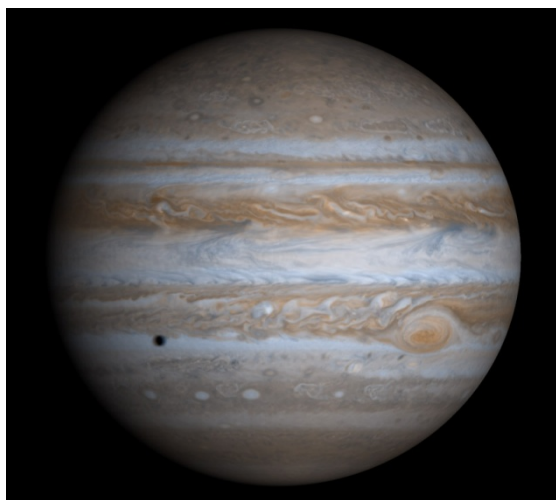
彗星



火星



小惑星



木星

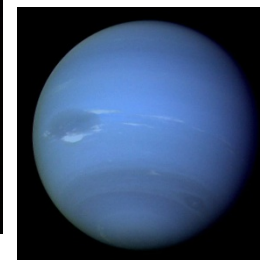


土星

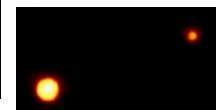
天王星



海王星



冥王星



Lunar and Planetary Exploration of Japan

1985 さきがけ(ハレー彗星, Halley Comet)

1985 すいせい(ハレー彗星, Halley Comet)

1990 ひてん(月, Moon)

1992 GEOTAIL(地球、月, Earth & Moon)

1998 のぞみ(火星, Mars) 残念

2003 はやぶさ(小惑星, Asteroid)

2007 かぐや(月, Moon)

2010 あかつき(金星, Venus)

現在(2012)→

2014-15 はやぶさ2(小惑星, Asteroid)

2015 BepiColombo(水星, Mercury)

Planetary Exploration

フライバイ
Flyby

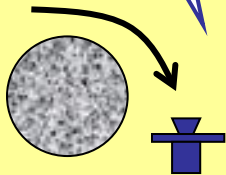
オービタ
Orbiter

ペネトレータ
Penetrator

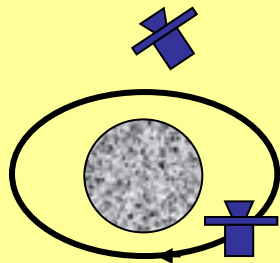
ランダー
ローバ
Lander
Rover

サンプル
リターン
Sample
Return

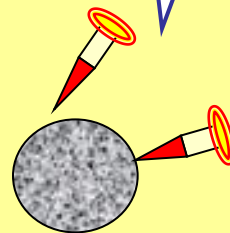
バイ
バイ



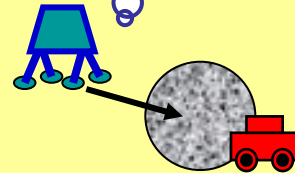
逆噴射



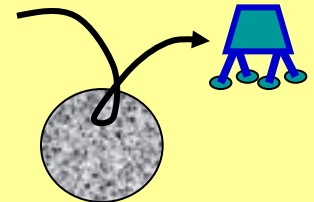
ぐさ！



ふんわり

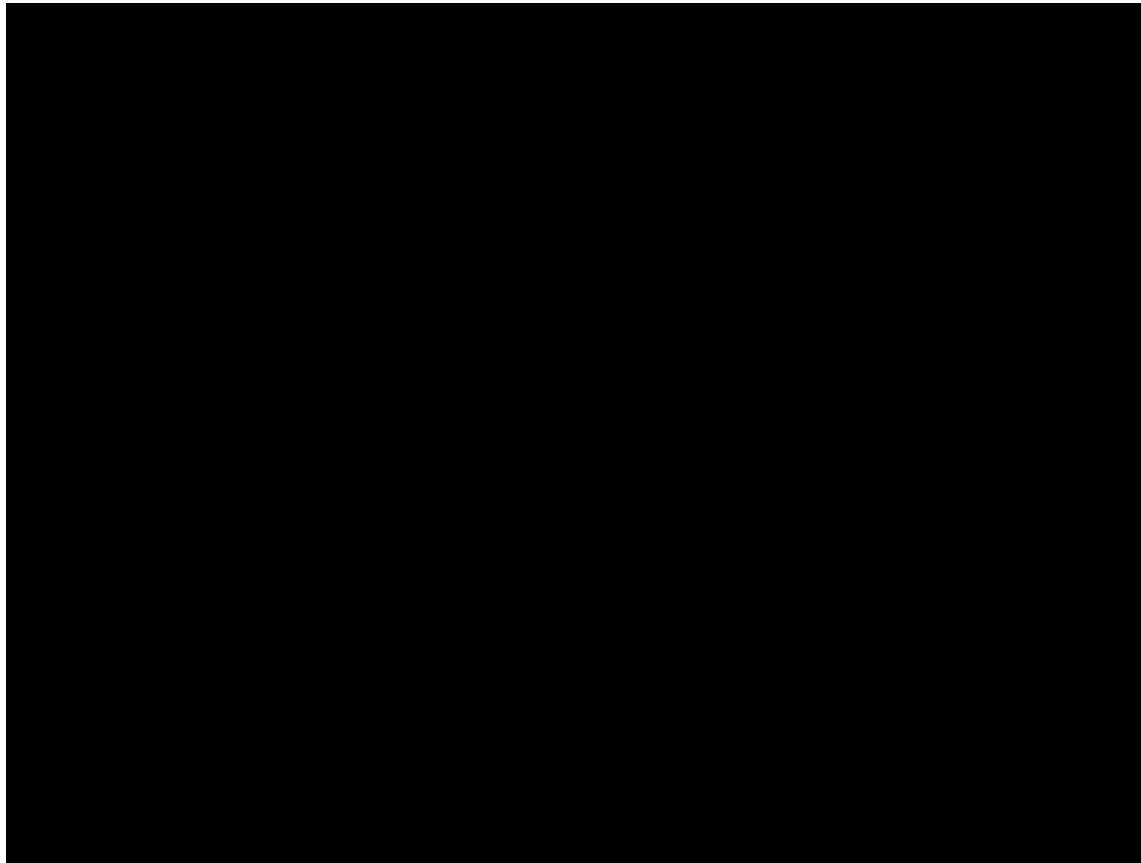


おみやげ



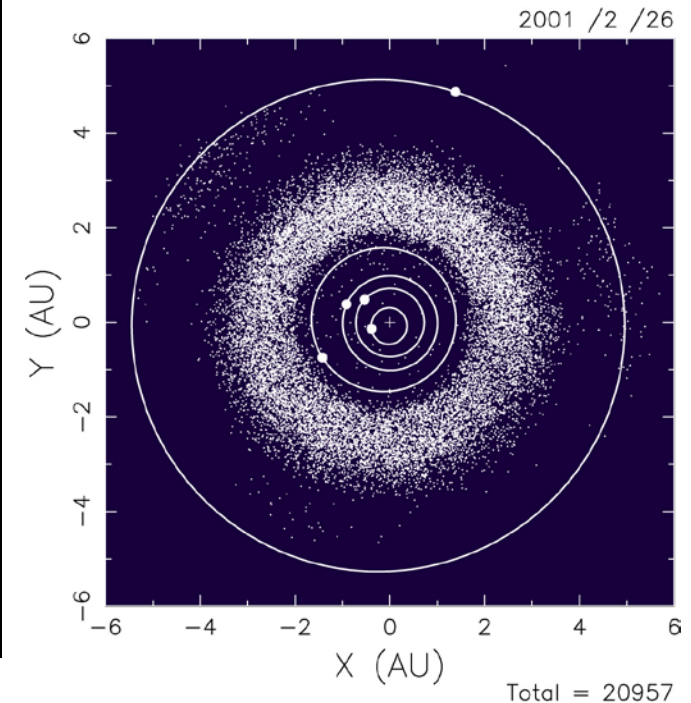
Hayabusa Mission (2003-2010)

Earth Departure-(Low Thrust)-Earth Swingby-Asteroid Arrival-
Asteroid Departure-(Low Thrust)-Earth Return



JAXA

Hayabusa Spacecraft

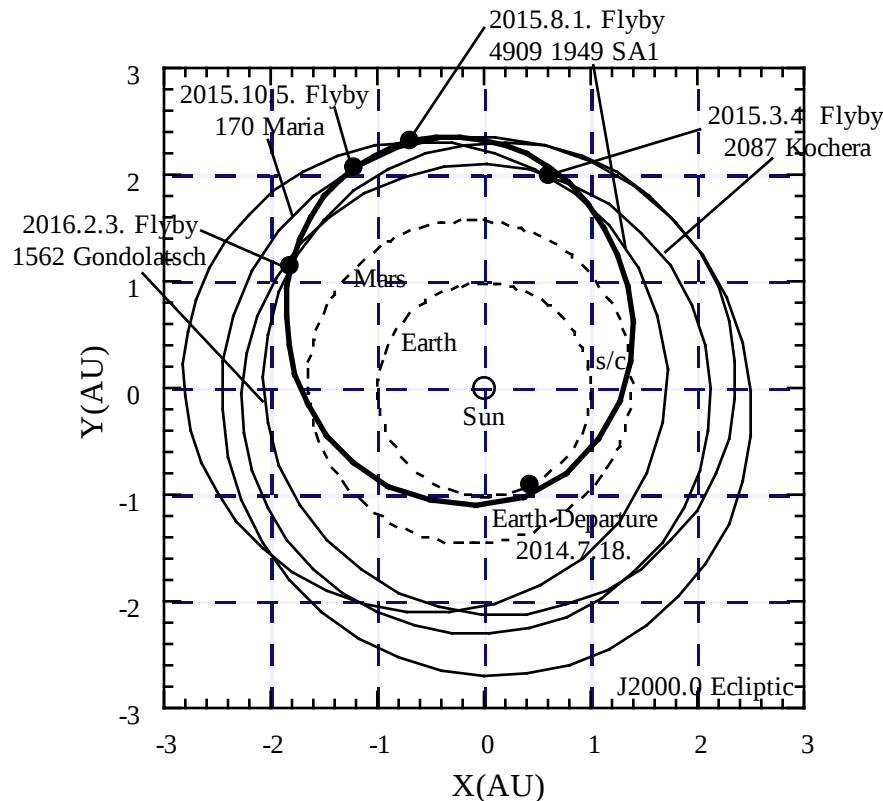


小惑星図

(提供: JAXA 吉川真 助教授)

Multiple Asteroid Flyby Mission

Multiple Asteroid Flyby Mission



No.	ID	name	epoch(y/m/d/h/m/s)	elapsed(day)	dV(m/s)	r.vel(km/s)	dist(AU)	#
1	6438	EARTH	2014 7 18 20 54 56		.0000	launch	launch	1.0162
2	2493	2087 Kochera	2015 3 4 18 51 57	228.9146	106.0676	7.4119	2.0823	
3	5315	4909 1949 SA1	2015 8 1 3 22 12		378.2689	642.0506	4.6353	2.4114
4	576	170 Maria	2015 10 5 23 51 22	444.1225	175.9888	7.2105	2.3973	
5	1968	1562 Gondolatsch	2016 2 3 4 20 6		564.3092	final body	5.7580	2.1410

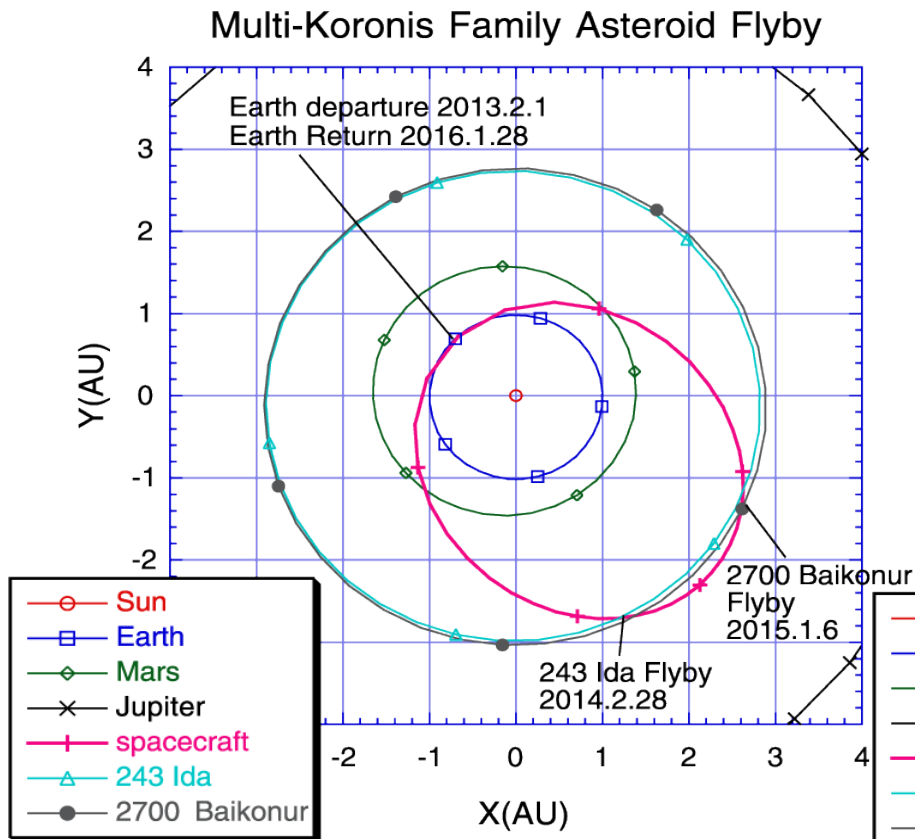
distance from the Sun

(H.Yamakawa, 1996)

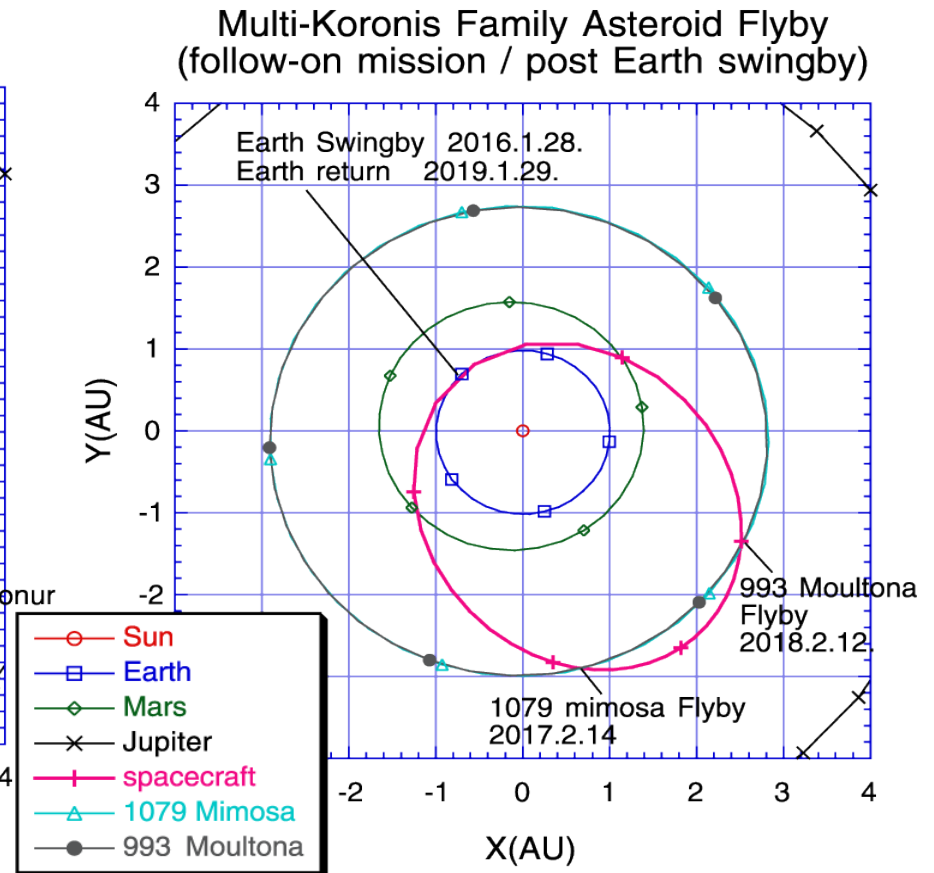
Multiple Asteroid Flyby Mission

Koronis family: 5 asteroid flyby in 6 years

First Three Years



Second Three Years



(H.Yamakawa, 2000)

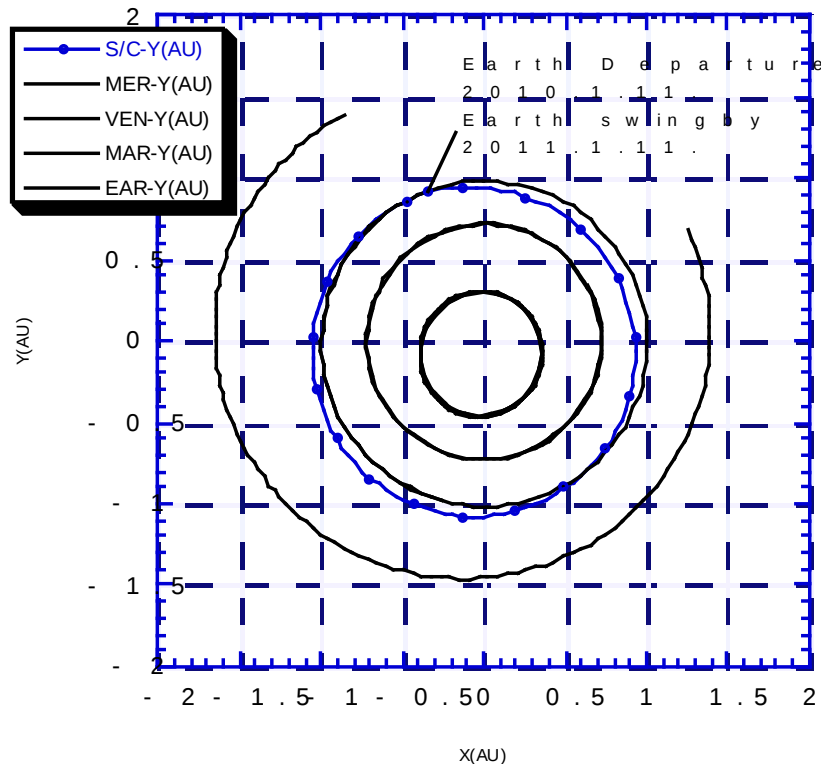
Low-thrust Asteroid Rendezvous & Sample Return Mission

Earth-Earth SEP Transfer

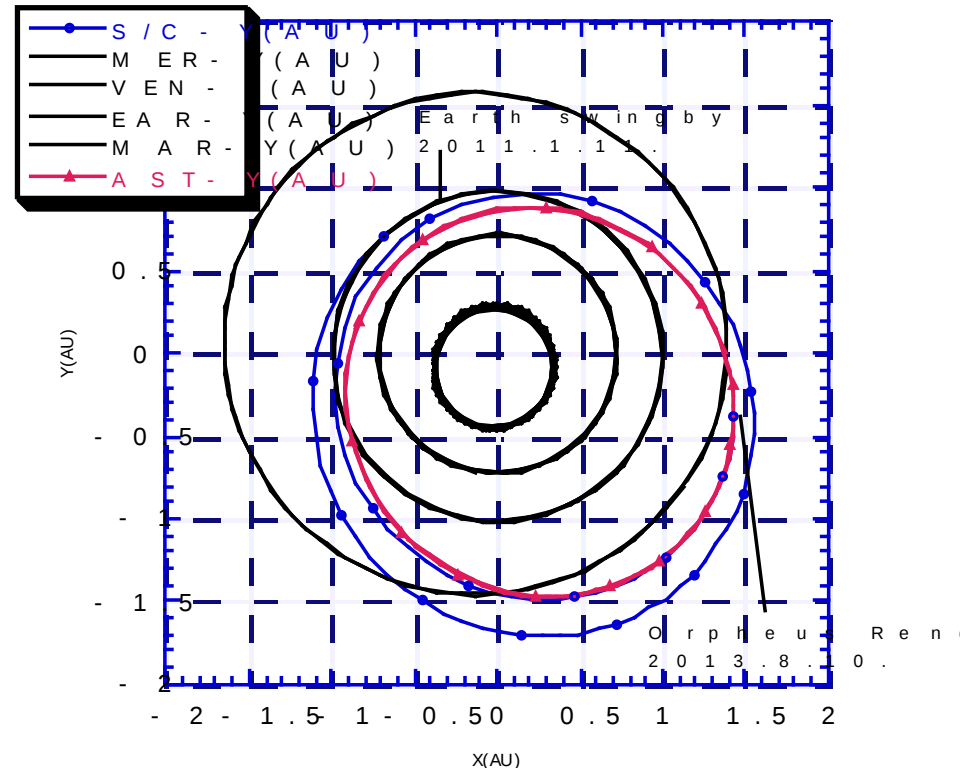
Orpheus(V type)

Earth Swingby-Orpheus Rendezvous

Earth-Earth SEP Transfer (Orpheus case)



Earth Swingby - Orpheus Rendezvous

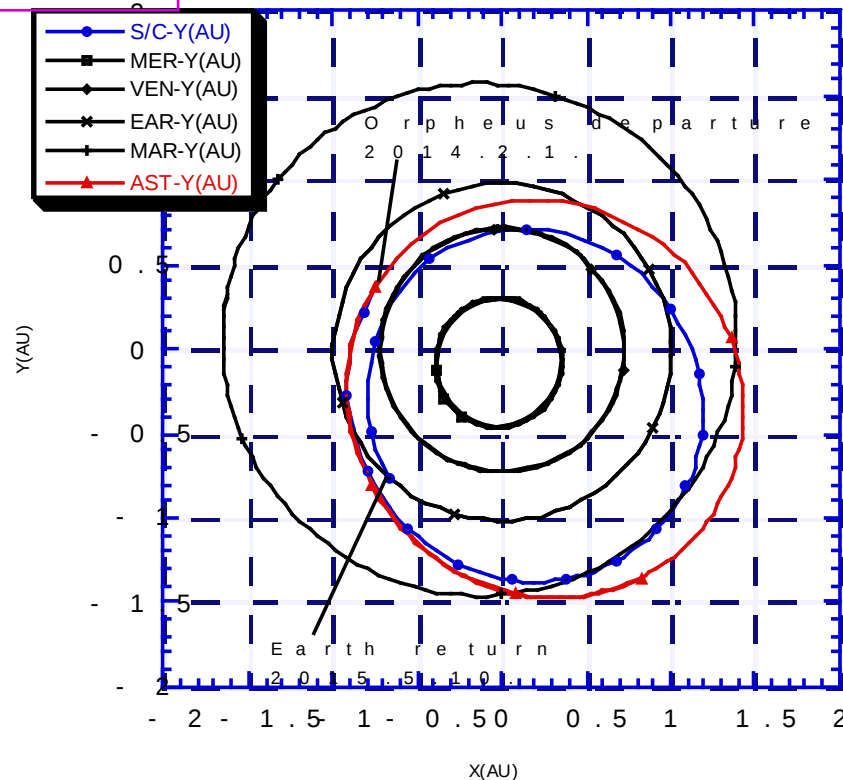


Low-thrust Asteroid Rendezvous & Sample Return Mission

Orpheus(V type)

Orpheus-Earth SEP Return

Orpheus-Earth Return



Mercury Exploration

太陽からの距離

地球： 1. 0

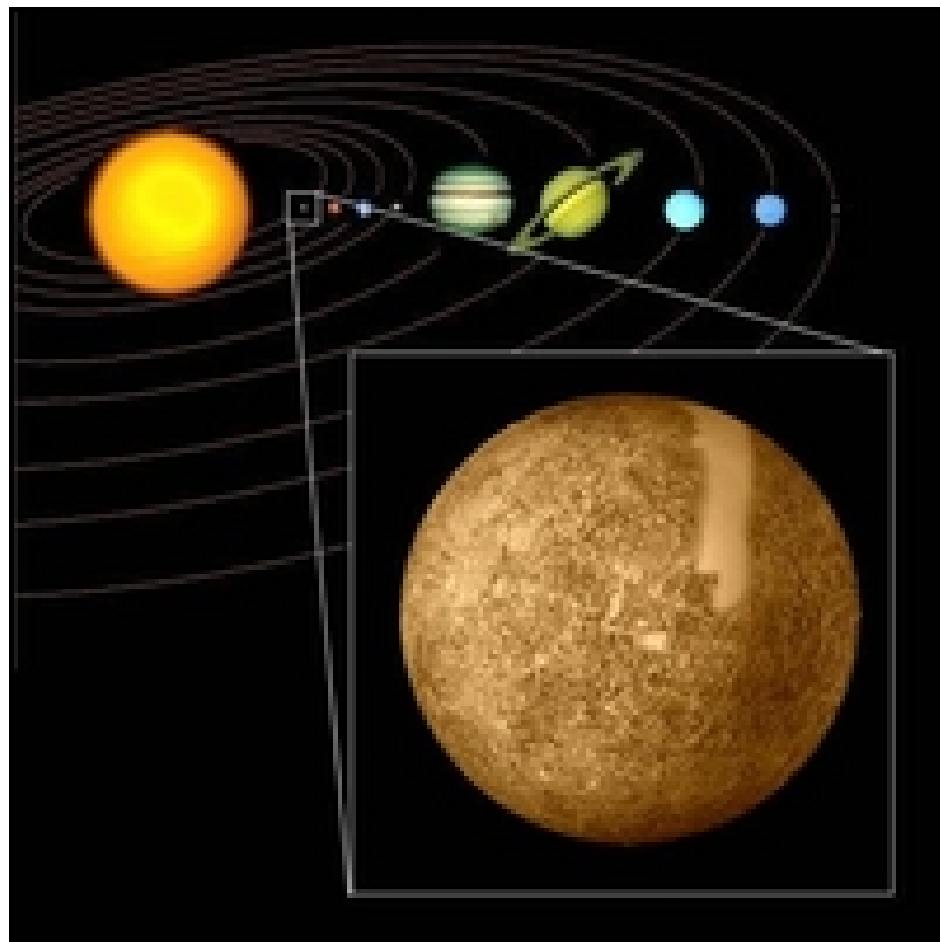
火星： 1. 5

金星： 0. 7

水星： 0. 3

木星： 5. 0

- ・ 水星に到達するのに多くの燃料が必要
- ・ 高温、高放射線環境



ESA-JAXA BepiColombo Mercury Mission

打上げ 2015年
水星到着 2022年

探査機



+ 日欧科学者

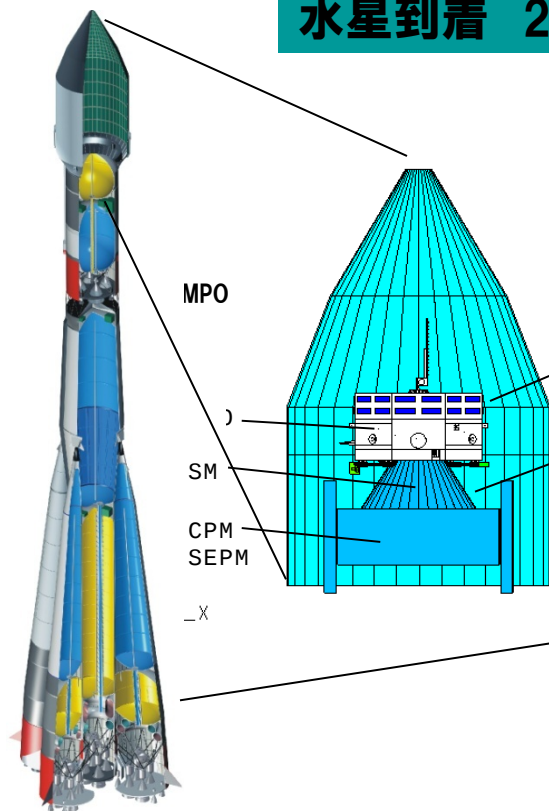
MMO(日本)

MPO(ヨーロッパ)



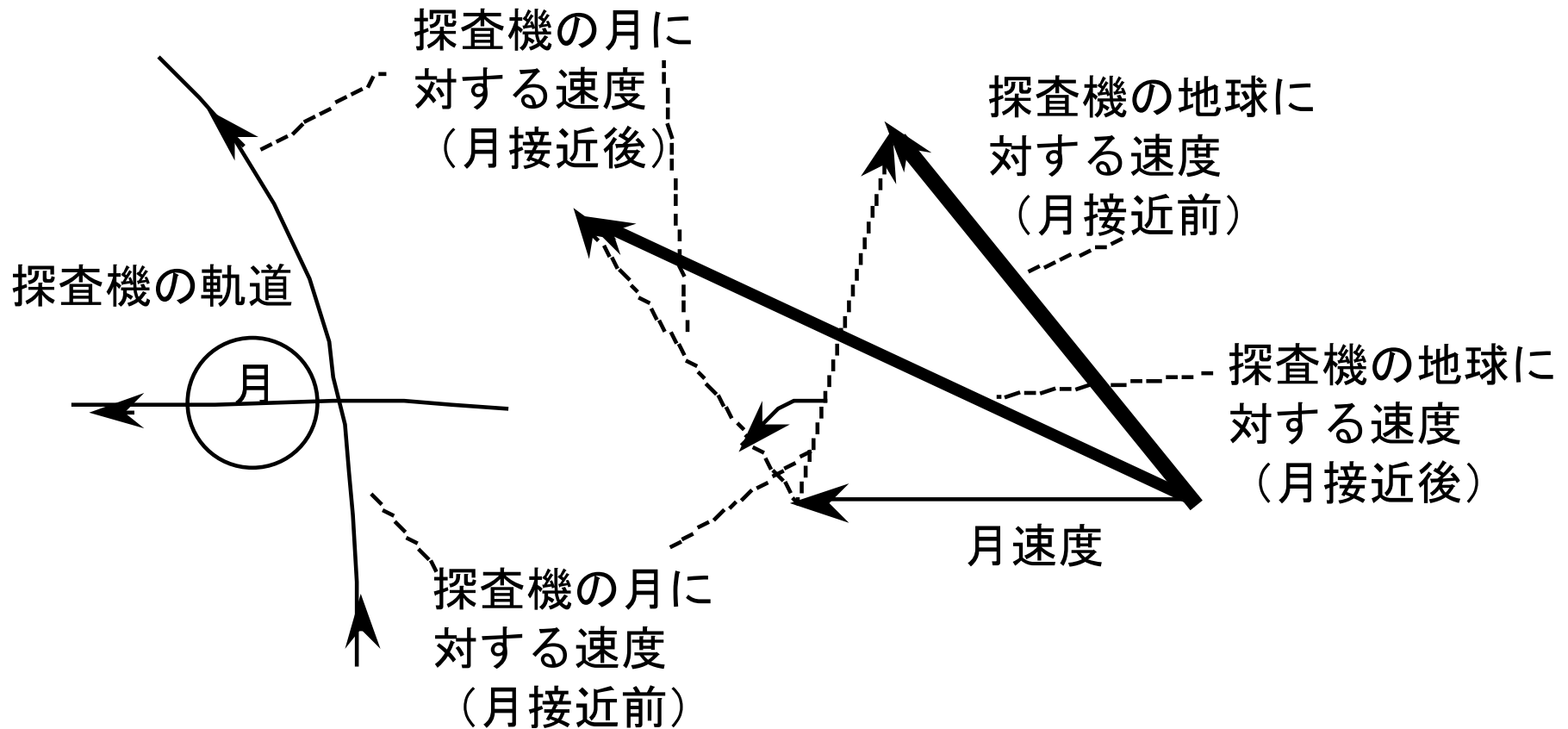
+ 日欧科学者

ロケット
Ariane 5



BepiColomboはイタリア人科学者の愛称

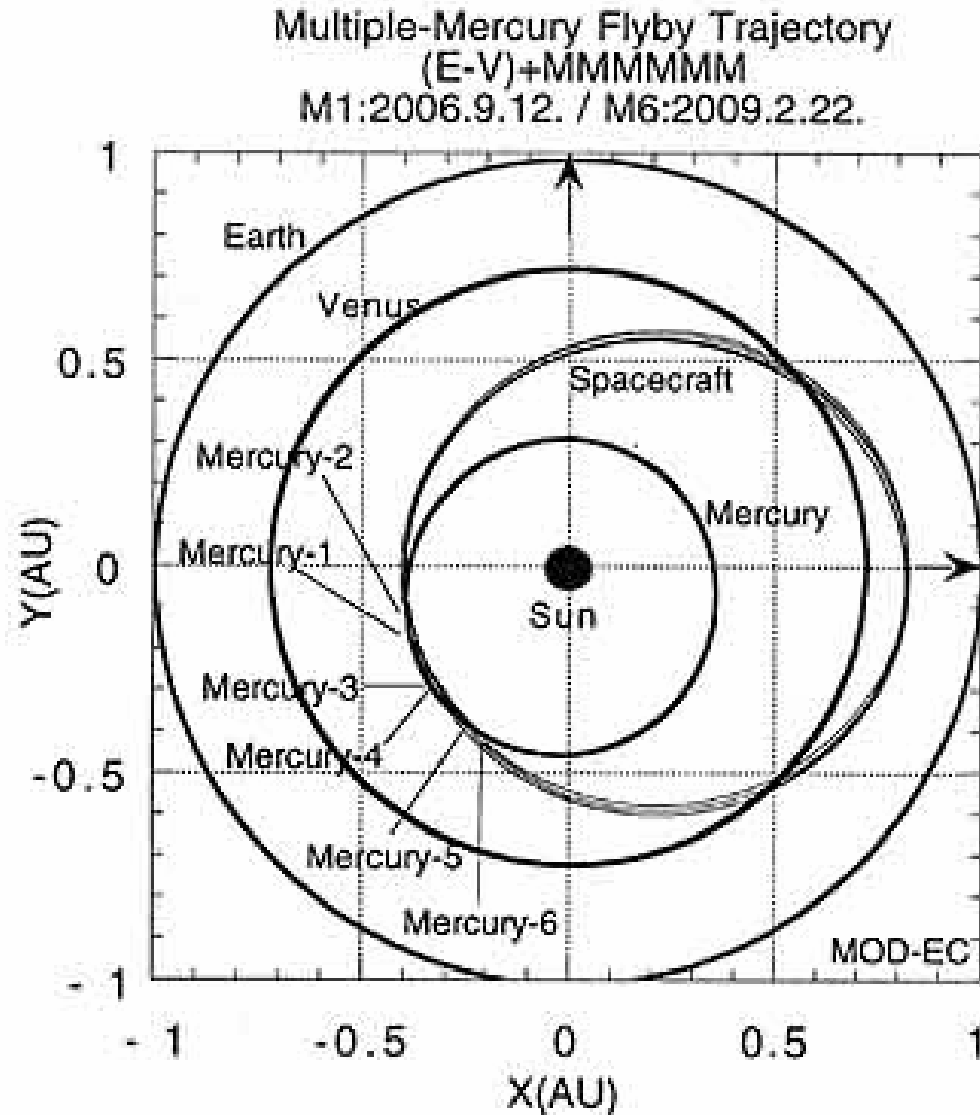
Lunar & Planetary Swingby



月を惑星に置き換えても同様の議論が可能

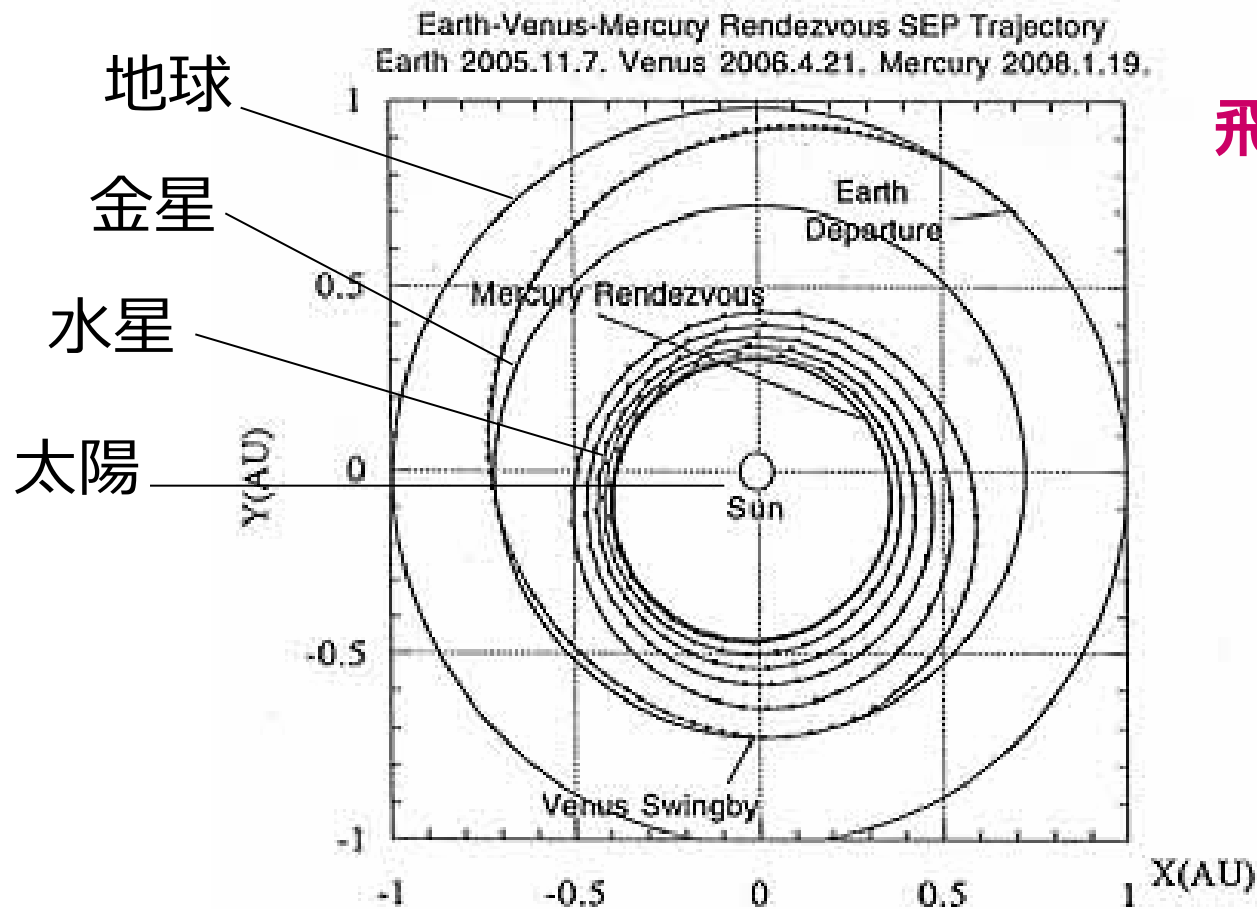
Electric Propulsion: Multiple Mercury Flyby

Earth → Venus → Mercury → Mercury → Mercury → Mercury → Mercury → Mercury



Electric Propulsion: Mercury Rendezvous Mission

Low thrust by electric propulsion
Earth → Venus swingby → Mercury Arrival



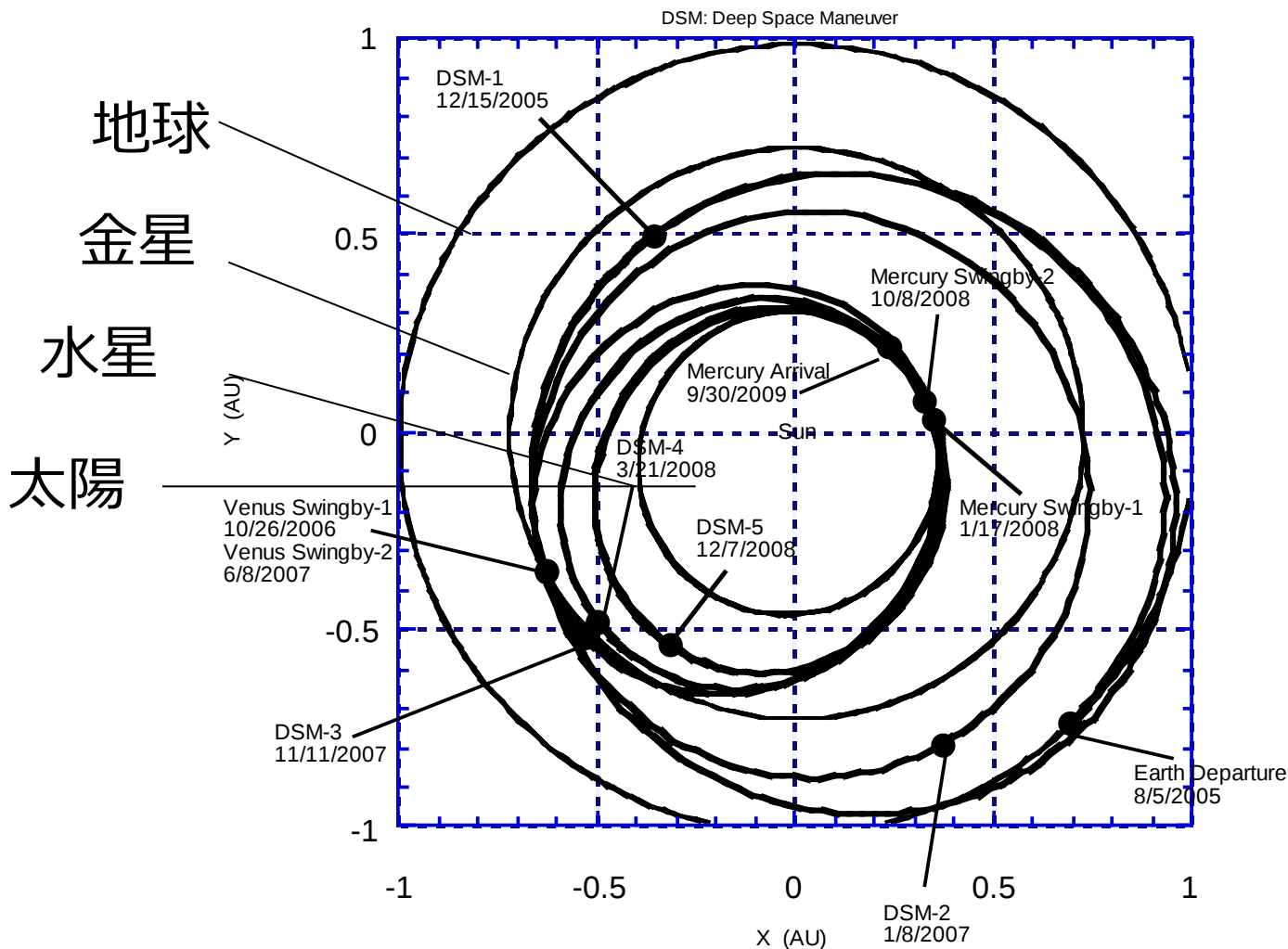
飛行時間: 2.5年

Chemical Propulsion: Mercury Rendezvous Mission

Impulsive trajectory correction by chemical propulsion

Earth departure → Venus → Venus → Mercury → Mercury → Mercury

Earth-Mercury Ballistic Transfer Trajectory



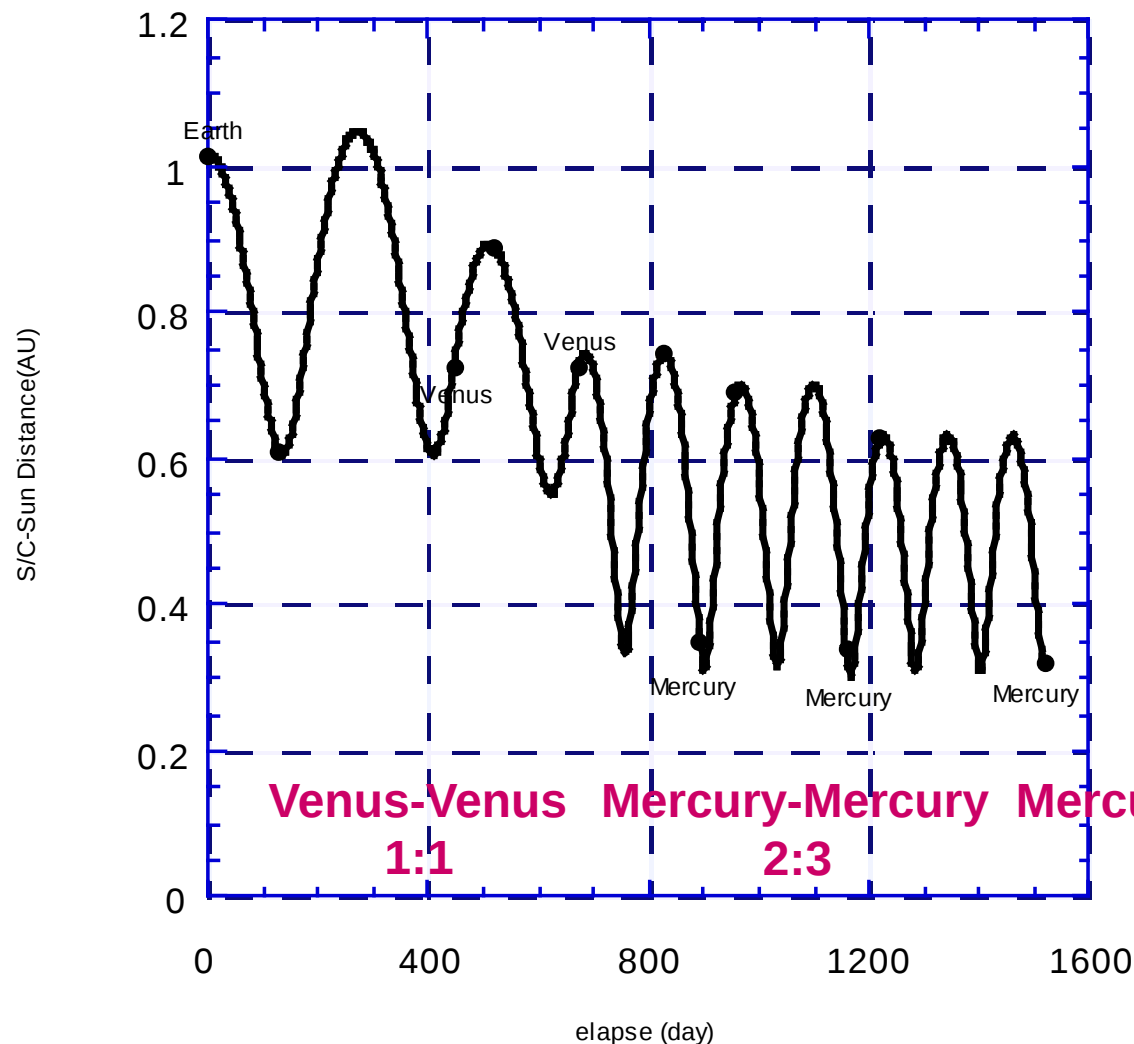
飛行時間: 4年

Chemical Propulsion: Mercury Rendezvous Mission

Impulsive trajectory correction by chemical propulsion

Earth departure → Venus → Venus → Mercury → Mercury → Mercury

S/C-Sun Distance

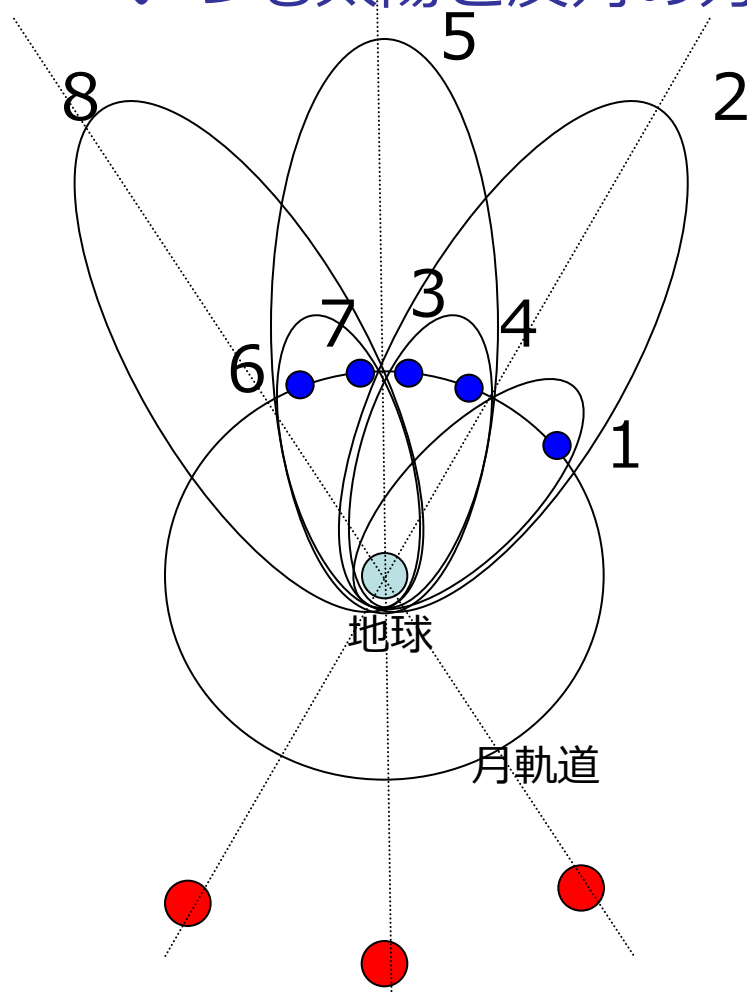


飛行時間: 4年

Venus-Venus 1:1
Mercury-Mercury 2:3
Mercury-Mercury 3:4

Double Lunar Swingby

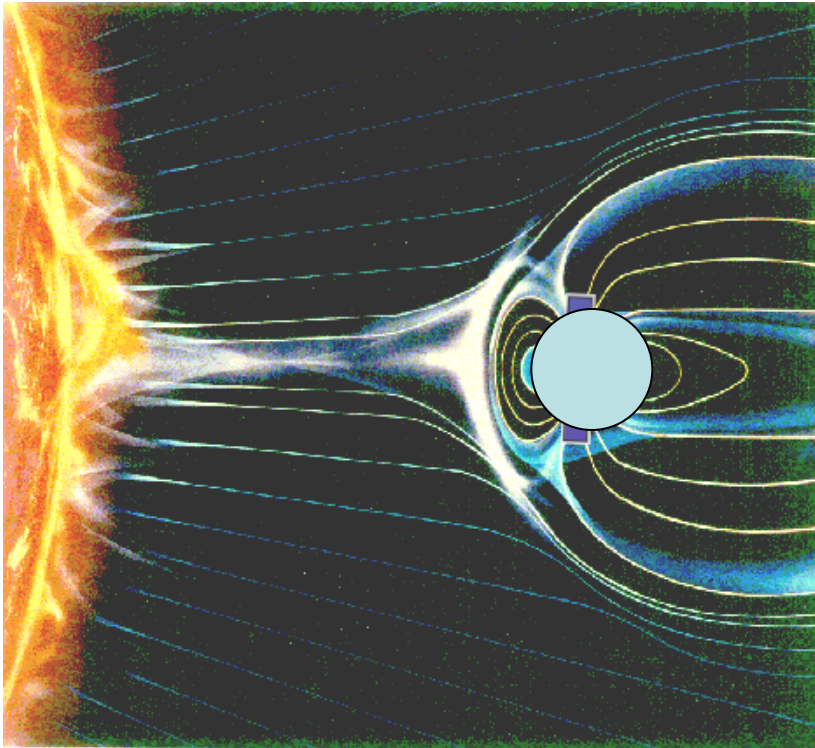
地球を周回する楕円軌道の軸が
いつも太陽と反対の方向になるように



1. 月近くを通過
(スイングバイ)
2. 軌道を拡大 (大楕円)
3. 月近くを通過
軌道を縮小 (小楕円)
4. 月近くを通過
5. 軌道を拡大 (大楕円)
- ...

GEOTAIL Spacecraft (1992~)

Geomagnetic Tail Observation



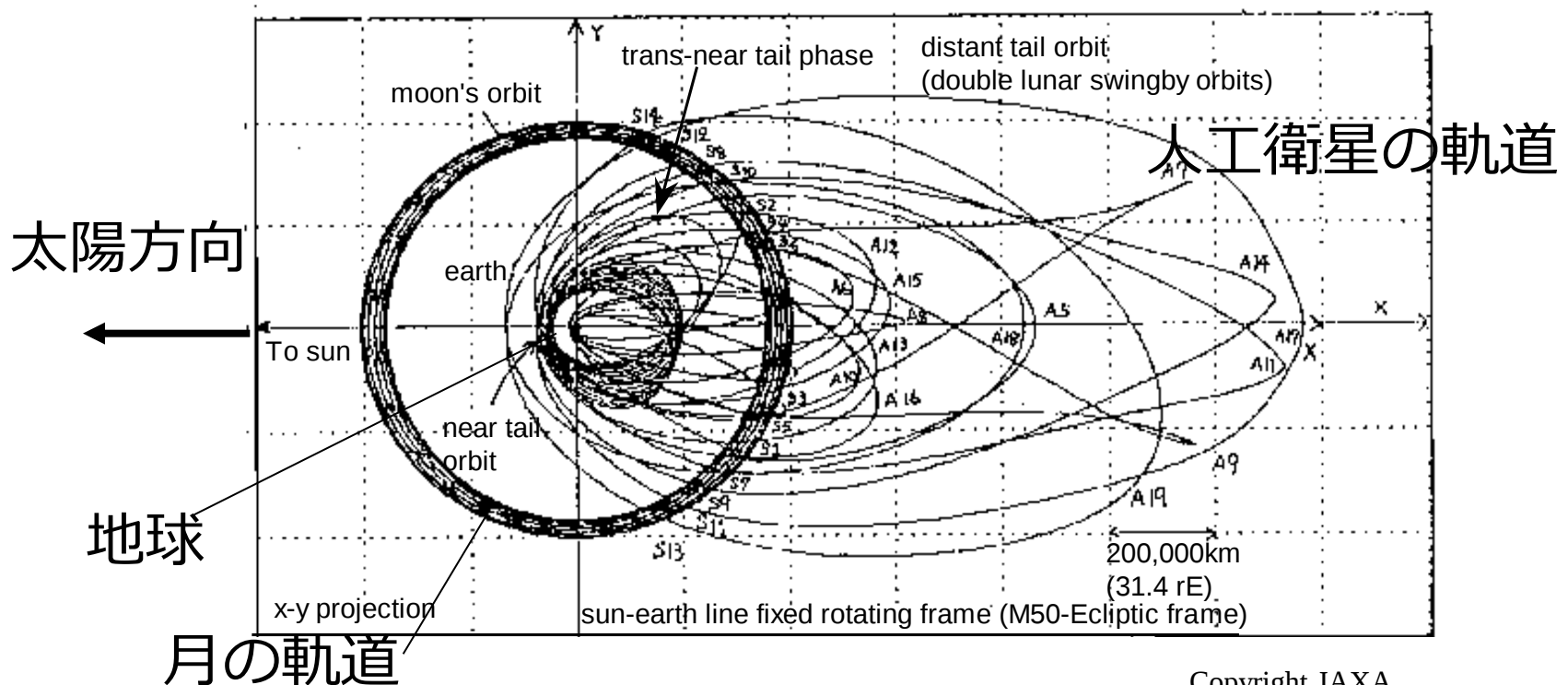
Copyright JAXA

RISH, Kyoto University

- 地球周辺の磁気圏を観測したい。
- 太陽と反対側の場所を主に観測したい。
- 地球の近くも遠くも観測したい。
- 燃料を節約したい。

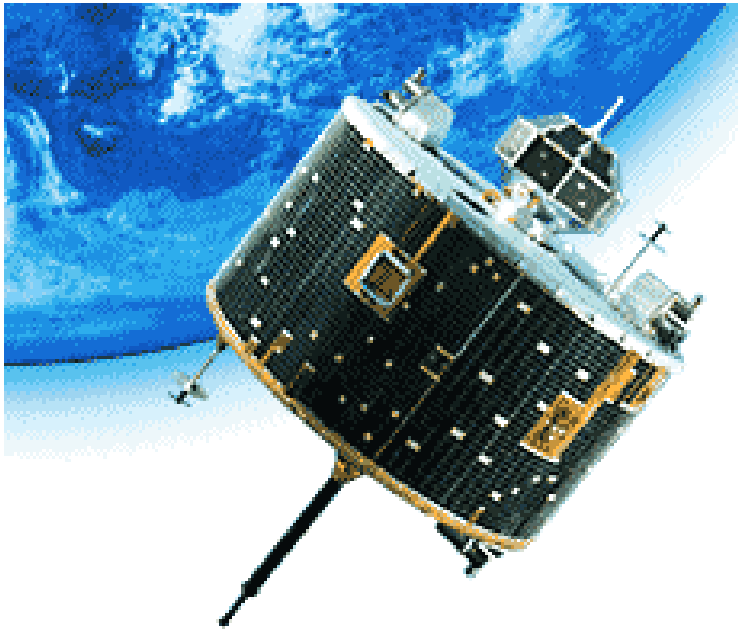
GEOTAIL Trajectory

- ・ 2重月スイングバイの利用
- ・ 地球の近くから、月の外側まで観測。
- ・ 太陽と反対側を観測。
- ・ 燃料を節約。



1993年打上げ～現在も観測

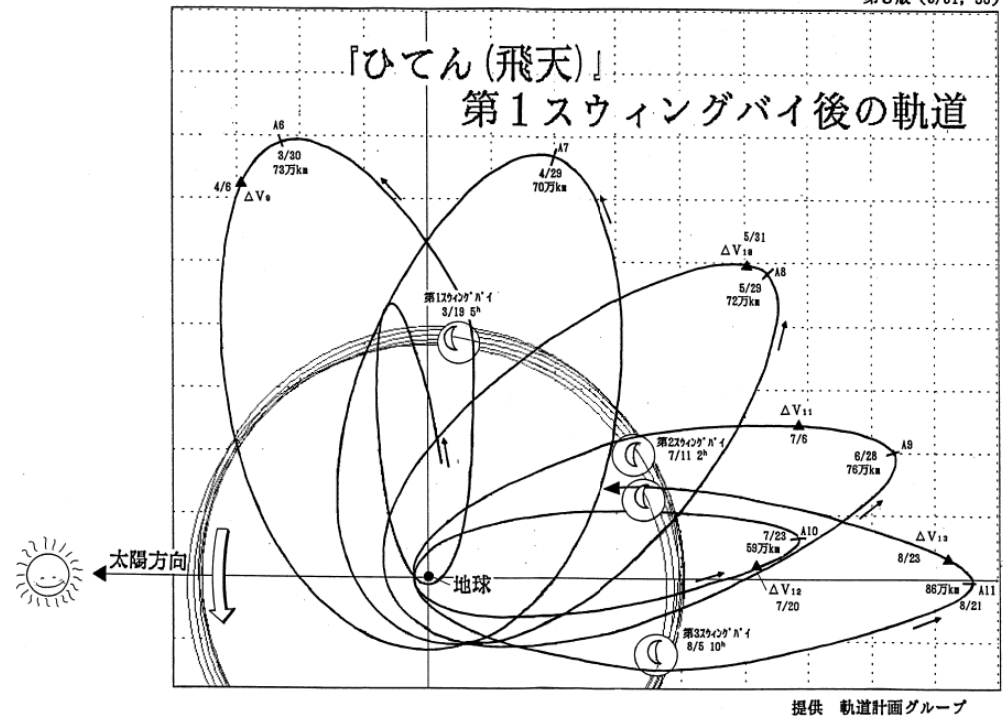
HITEN Spacecraft(1990-1993)



<http://www.isas.ac.jp/e/enterp/missions/complate/hiten.shtml>

Copyright JAXA

第3版 (3/31, '90)

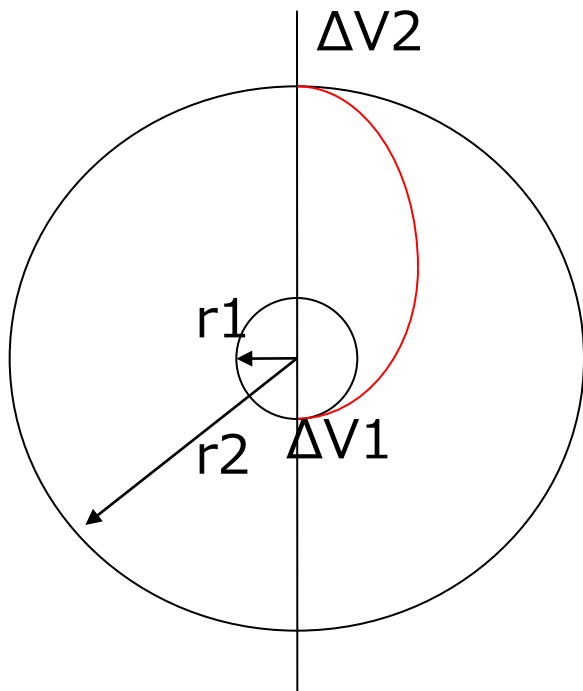


Swingby Technology Validation

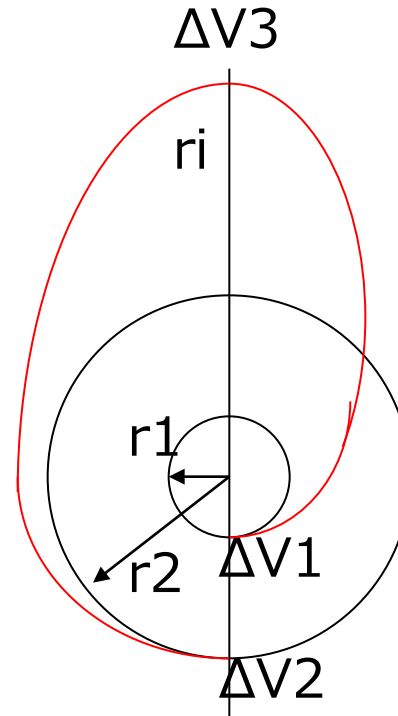
月惑星重力の積極的利用による軌道制御

平面内での円軌道間移行 (Circle-to-Circle Transfer)

半径 r_1 の円軌道から、半径 r_2 の円軌道に移行するために、必要な最小の軌道速度制御量（必要最小燃料）は？



速度制御量
 $\Delta V_1 + \Delta V_2$

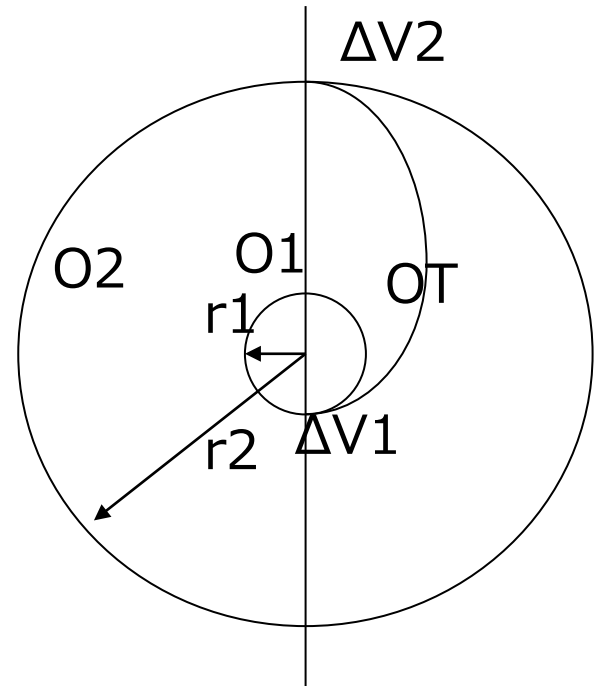


速度制御量
 $\Delta V_1 + \Delta V_3 + \Delta V_2$

Hohmann Transfer

平面内での円軌道間移行 (Two-Impulse Transfer)

- ・ 半径 r_1 の軌道 O_1 から半径 r_2 の軌道 O_2 への2インパルスによる移行は、**ホーマン (Hohmann) 型移行** によるのが最適。
- ・ 移行軌道 OT は O_1 、 O_2 の双方に遠近地点 (日) 点で接するような楕円軌道。
- ・ 第1のインパルス ΔV_1 は O_1 上で水平方向に、 OT の遠地点が O_2 に接するように与えられる。
- ・ 第2のインパルス ΔV_2 は OT の遠地点で水平方向に、合速度が r_2 での円周速度に等しくなるように与えられる。



平面内での円軌道間移行 (Three-Impulse Transfer)

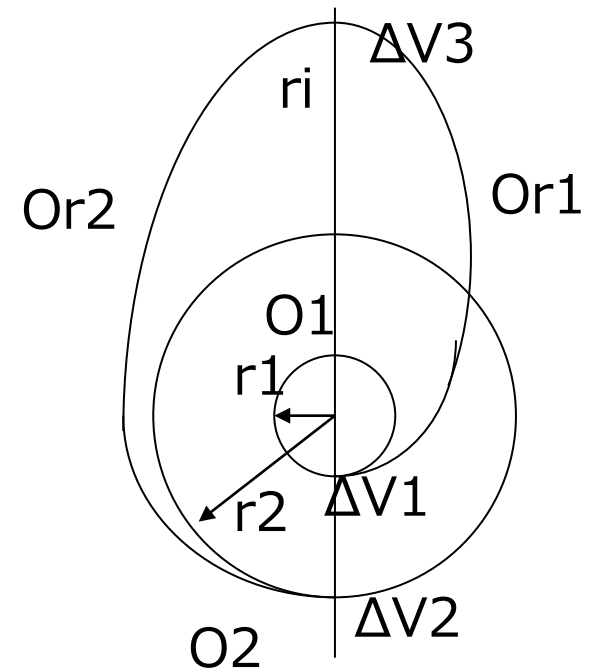
$r_2 / r_1 > 11.93876$ の場合には、(r_2 / r_1 の関数として定められる r_i^* に対して) $r_i \geq r_i^* \geq r_2$ であるような距離 r_i で中間のインパルスを与えることにより、2インパルス移行に比べて ΔV を減らすことが可能である。

この場合も、 ΔV_3 は移行軌道 OT1 の遠地点で水平方向に OT2 の近地点が r_2 に等しくなるように与えられる。このとき、 r_i を大きくすれば ΔV は単調に減少し、極限として $r_i = \infty$ が最適になる。

特に $r_2 / r_1 > 15.58172$ であれば $r_i^* / r_2 = 1$ 、すなわち $r_i > r_2$ である限り任意の3インパルス移行が2インパルス移行にまさる。

$r_2 / r_1 = 11.93876$ では $r_i^* / r_2 = \infty$ 、すなわち無限遠点で無限小のインパルス ΔV_3 を与える場合が ΔV に関して2インパルス移行と等価になる。

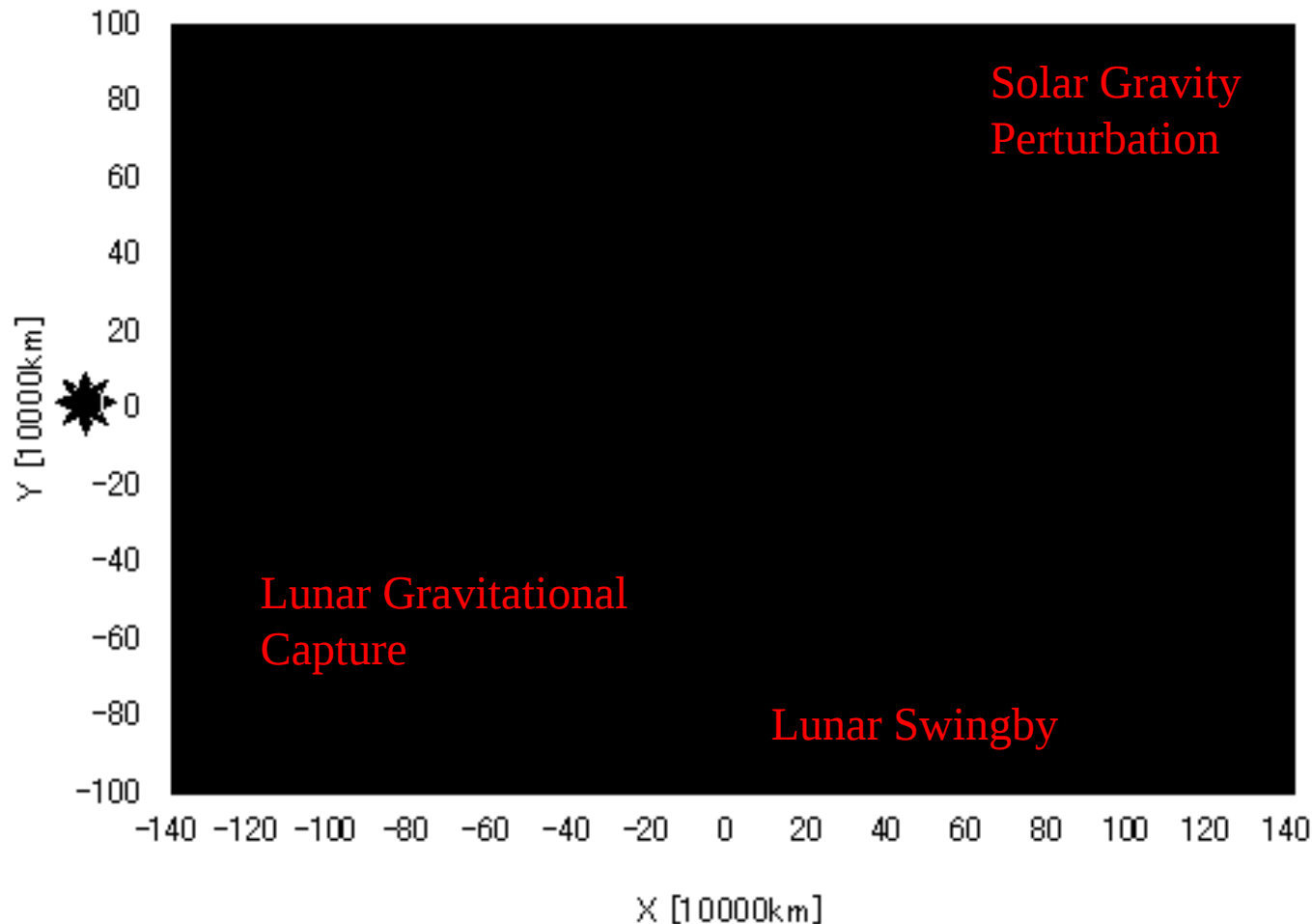
この中間の領域、 $11.93876 < r_2 / r_1 < 15.58172$ では r_i^* / r_2 の値は無限大から1まで単調に変化する。



Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

- ・ **重力キャプチャー(Ballistic Capture/Gravitational Capture)**とは、大気抵抗などを使わずに重力のみによって、天体の影響圏外から接近する物体が、天体に対して通常の双曲線軌道で予想されるよりも低い相対速度を最接近点で達成する軌道。
- ・ 条件によっては天体のまわりを一時的に周回する場合があります、惑星の衛星の起源を説明する1つの説と考えられている。
- ・ 月到達時には重力キャプチャーを、そして地球から月に遷移する間では太陽重力を積極的に応用することで、より少ない減速用燃料で同じ月周回軌道を実現できるというメリットがある。
- ・ アポロ宇宙船のように直接月に向かう場合と比較して**150m/s程度の減速量の節約**になる。

Earth-Moon Transfer in the Sun-Earth-Moon-Spacecraft Four-Body Problem



地球周回軌道から
月到達まで太陽一
地球一衛星の3体
問題のダイナミク
スを利用（潮汐力
による近地点高度
の上昇）

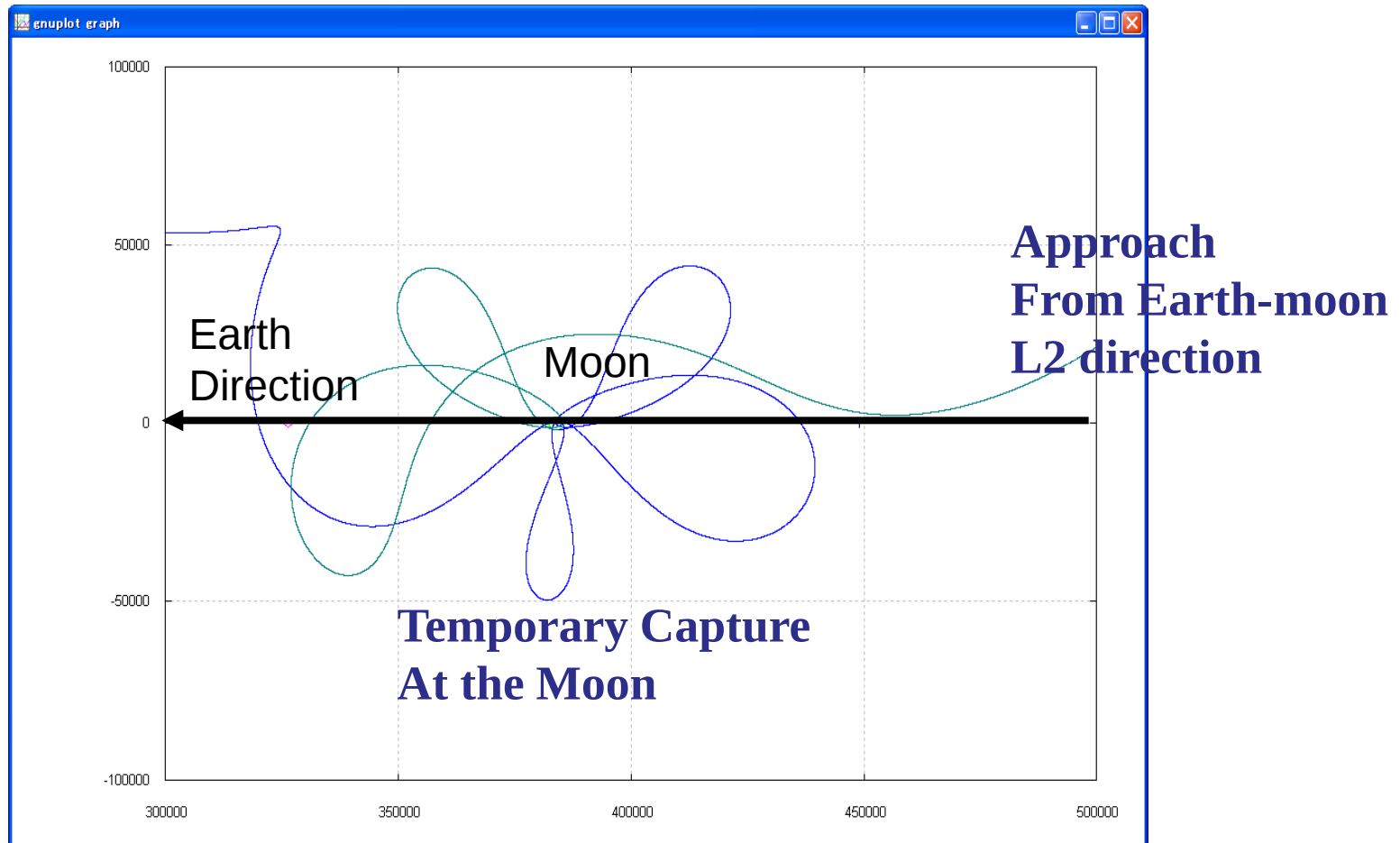
月接近

地球一月一衛星の
3体問題のダイナ
ミクスを利用（重
力キャプチャーに
よる月相対速度の
低減）

月重力キャプチャーによる地球一月移行軌道（太陽一地球方向を固定した回転座標系）
(Yamakawa et al., 1994)

Ballistic Capture (Gravitational Capture)

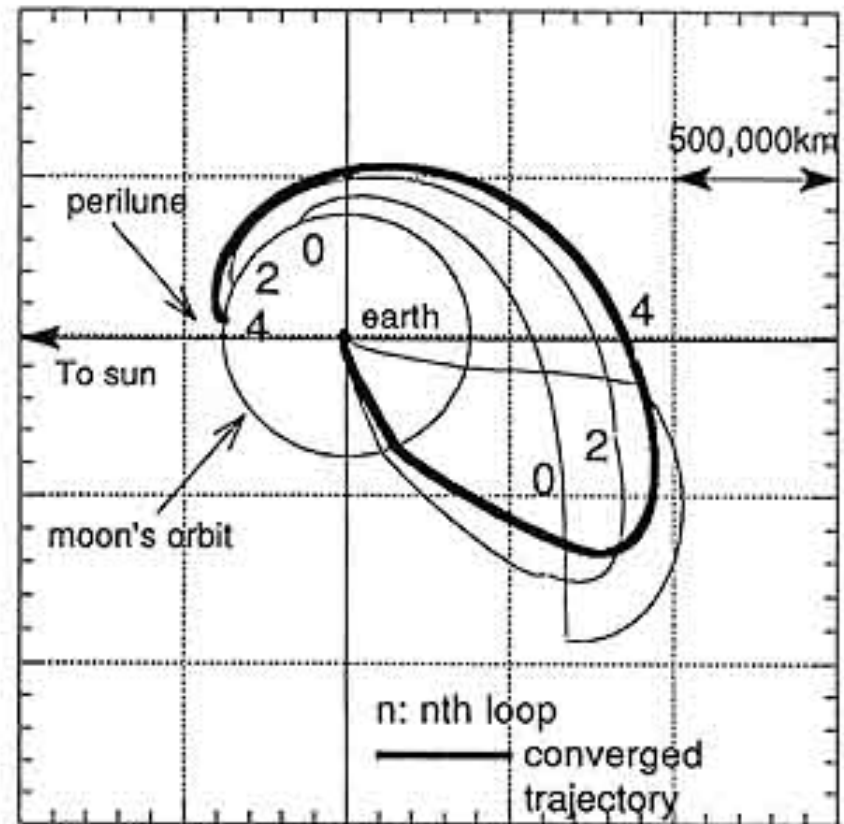
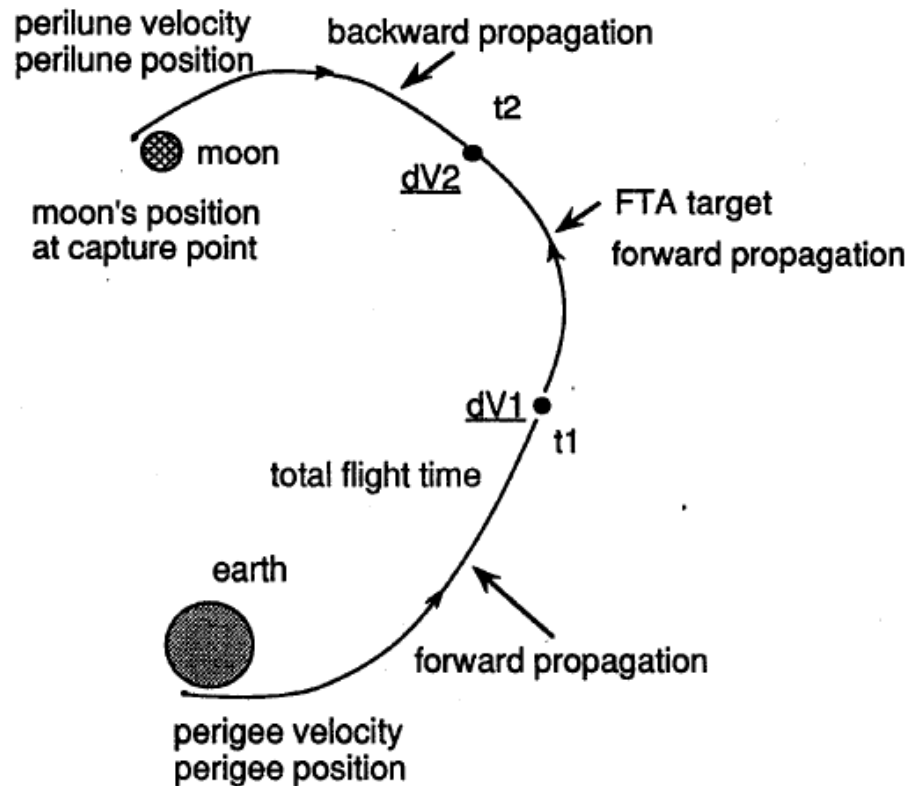
Region around the Moon



月重力キャプチャー軌道の例（地球－月方向を固定した回転座標系）。探査機は、地球－月系のL2点近傍から月に接近し、月を5周した後、L1点近傍から地球方向に抜けている。

Designing Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

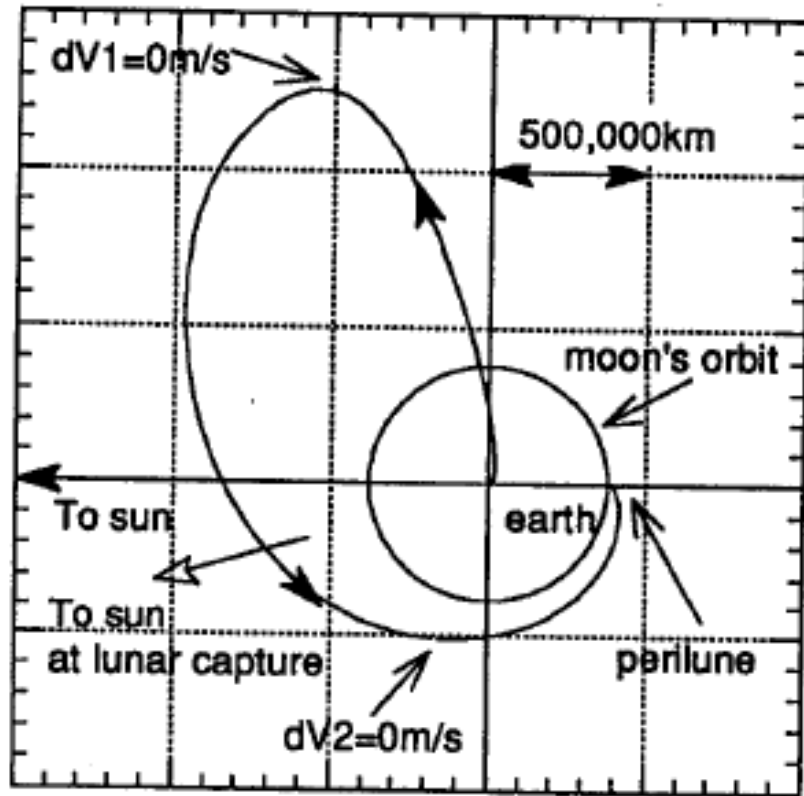
H. Yamakawa, J. Kawaguchi, N. Ishii and H. Matsuo, "A Numerical Study of Gravitational Capture Orbit in the Earth-Moon System," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 79, Part II, pp. 1113-1132, 1992.



Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

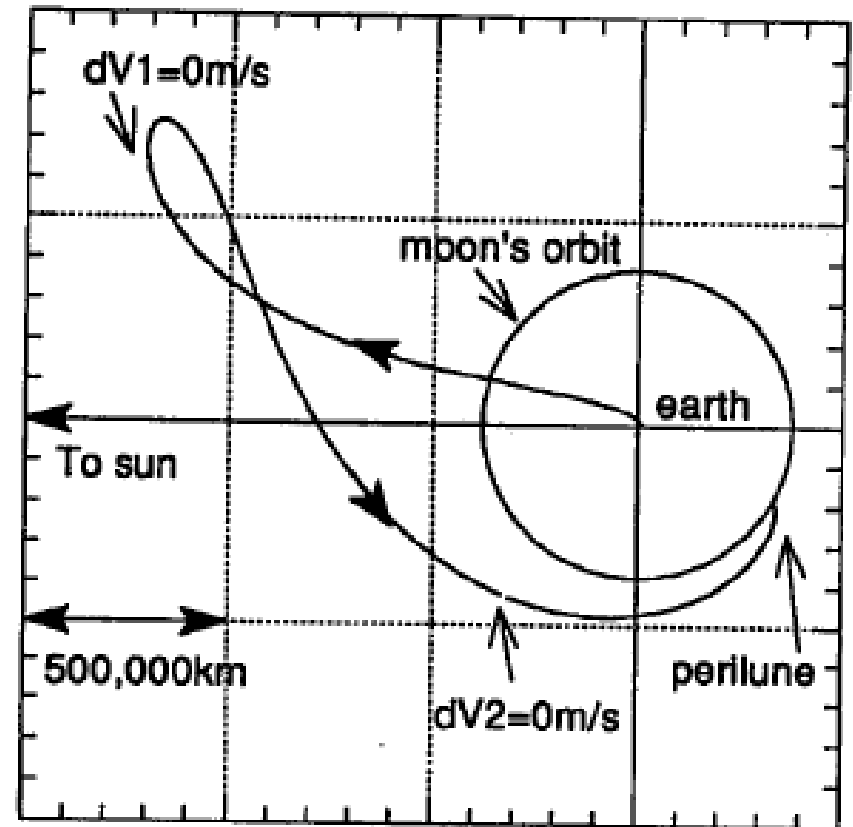
Case 1 (Sunward)

山川宏博士論文, 1993年3月



sun-earth-moon-S/C four-body system

inertial frame



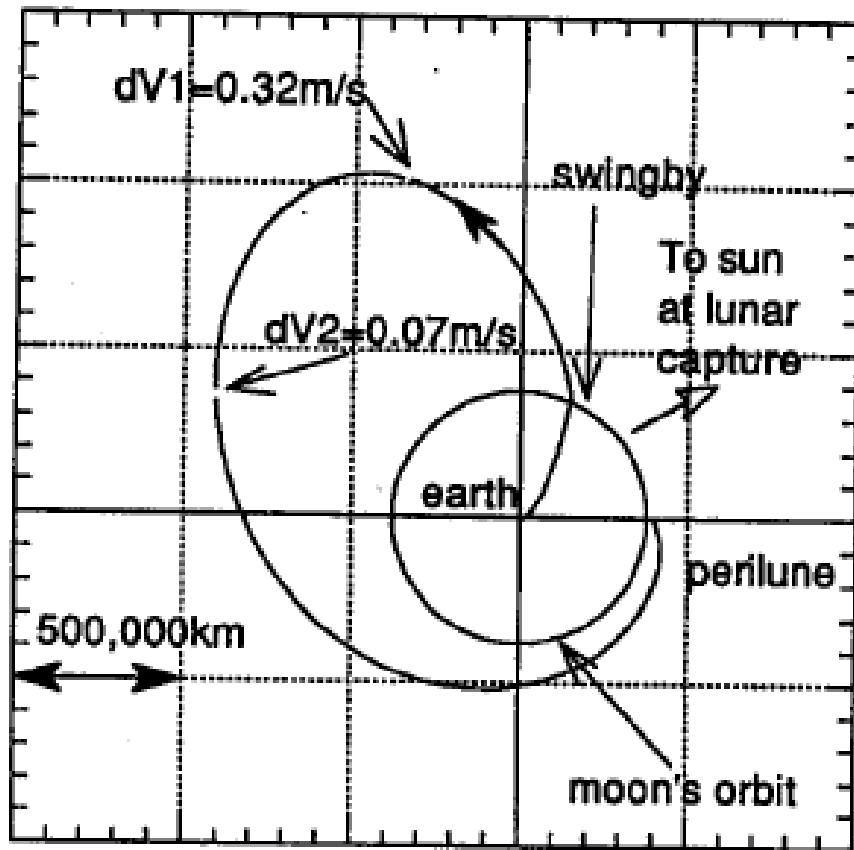
sun-earth-moon-S/C four-body system

sun-earth-line fixed rotating frame

Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

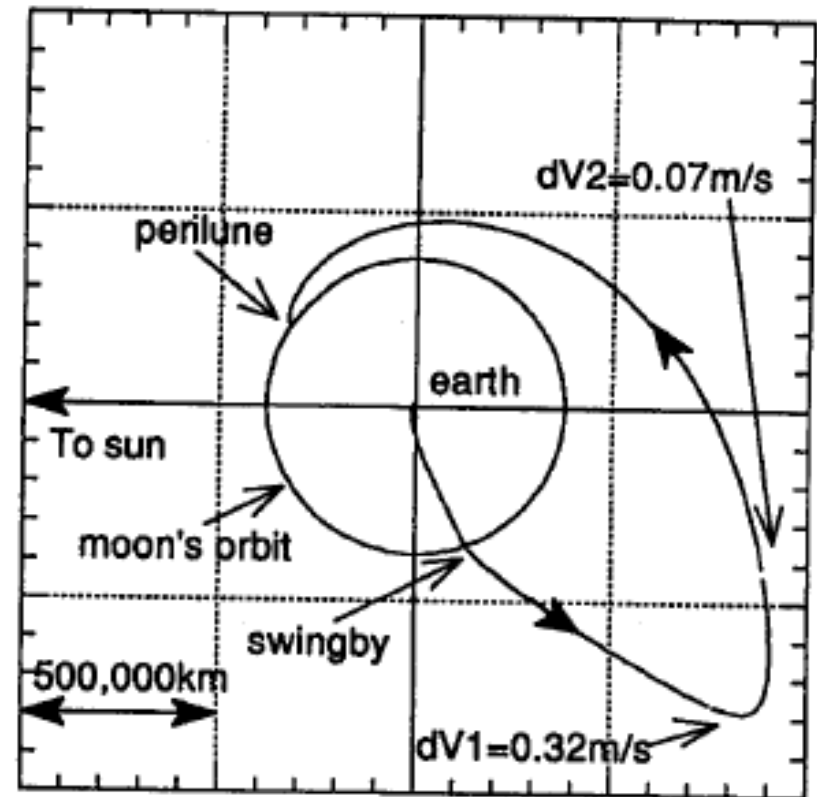
Case 2 (Anti-Sunward)

山川宏博士論文, 1993年3月



sun-earth-moon-S/C four-body system

inertial frame



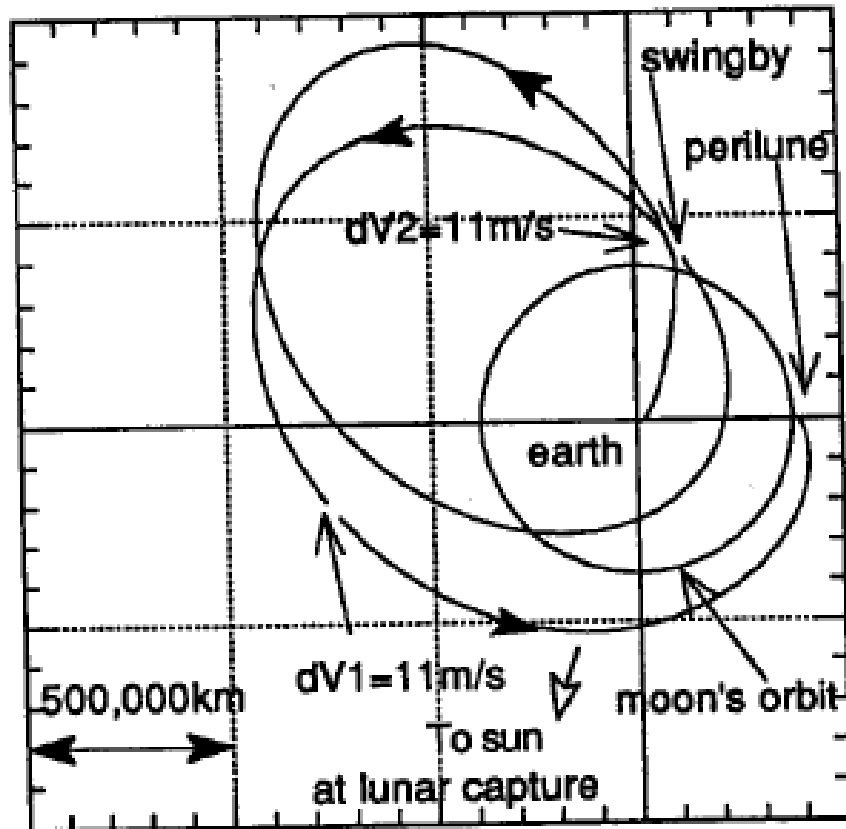
sun-earth-moon-S/C four-body system

sun-earth-line fixed rotating frame

Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

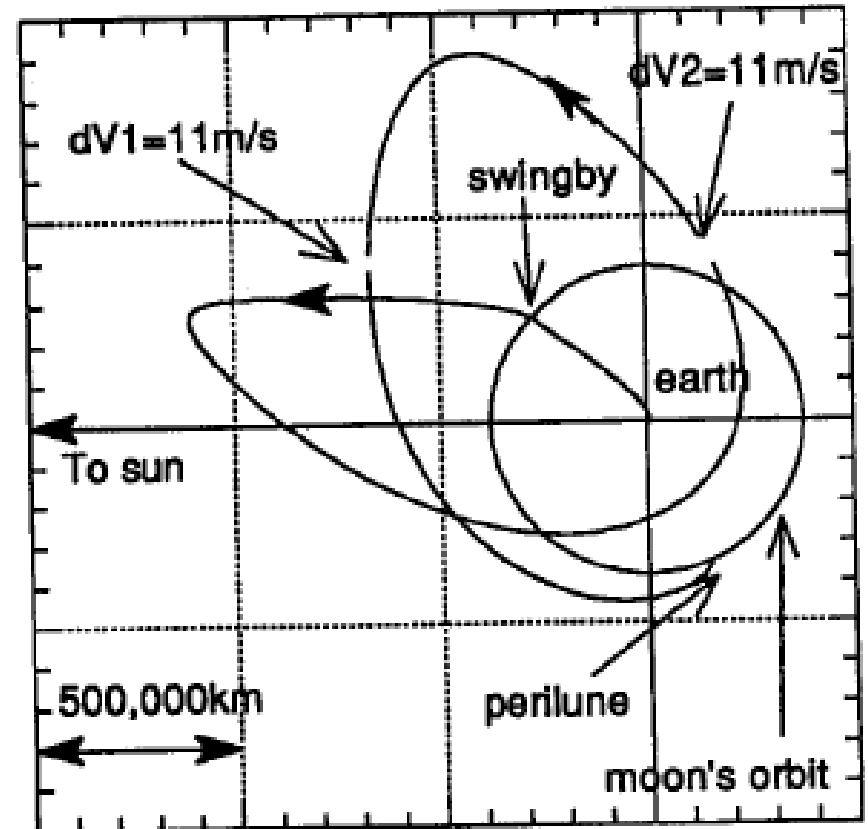
Case 3 (Double-Revolution)

山川宏博士論文, 1993年3月



sun-earth-moon-S/C four-body system

inertial frame



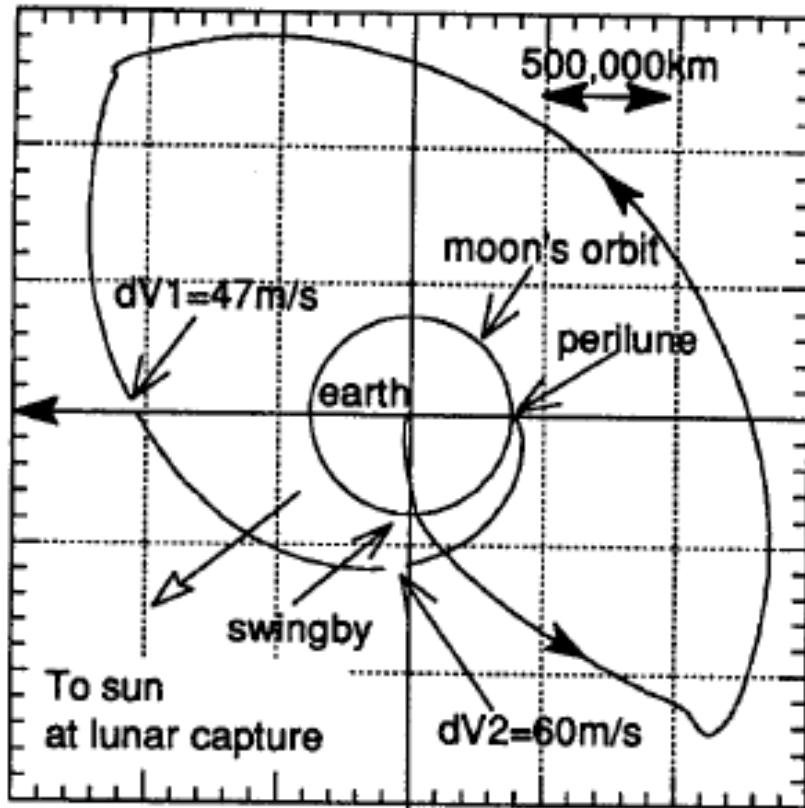
sun-earth-moon-S/C four-body system

sun-earth-line fixed rotating frame

Earth-Moon Transfer with Ballistic Capture

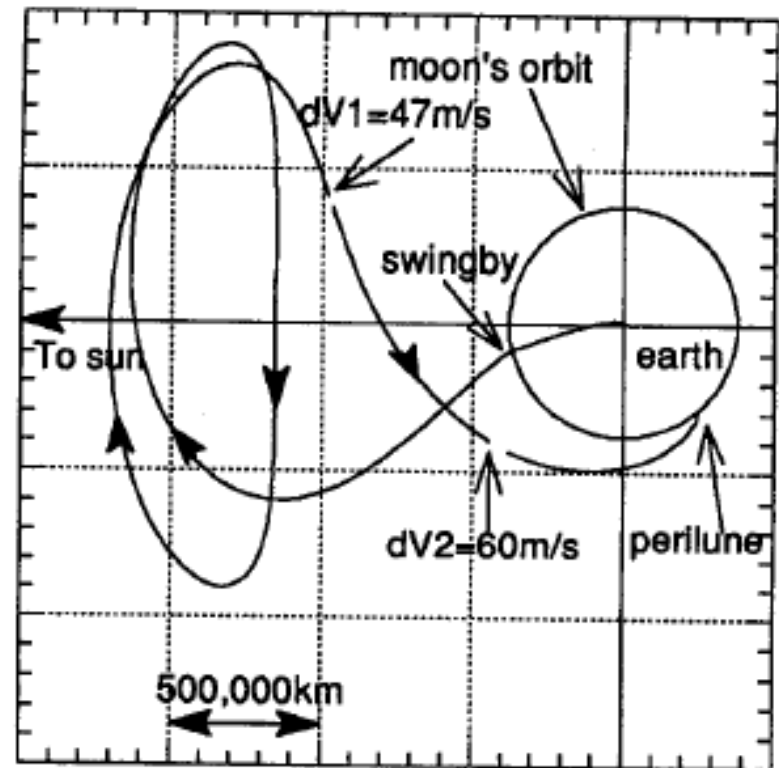
Case 4 (Halo Type)

山川宏博士論文, 1993年3月



sun-earth-moon-S/C four-body system

inertial frame



sun-earth-moon-S/C four-body system

sun-earth-line fixed rotating frame

Three-Impulse Circle-to-Circle Transfer

Earth-Moon Transfer in the Four- Body Problem

1st Correction at Perigee → Lunar Swingby

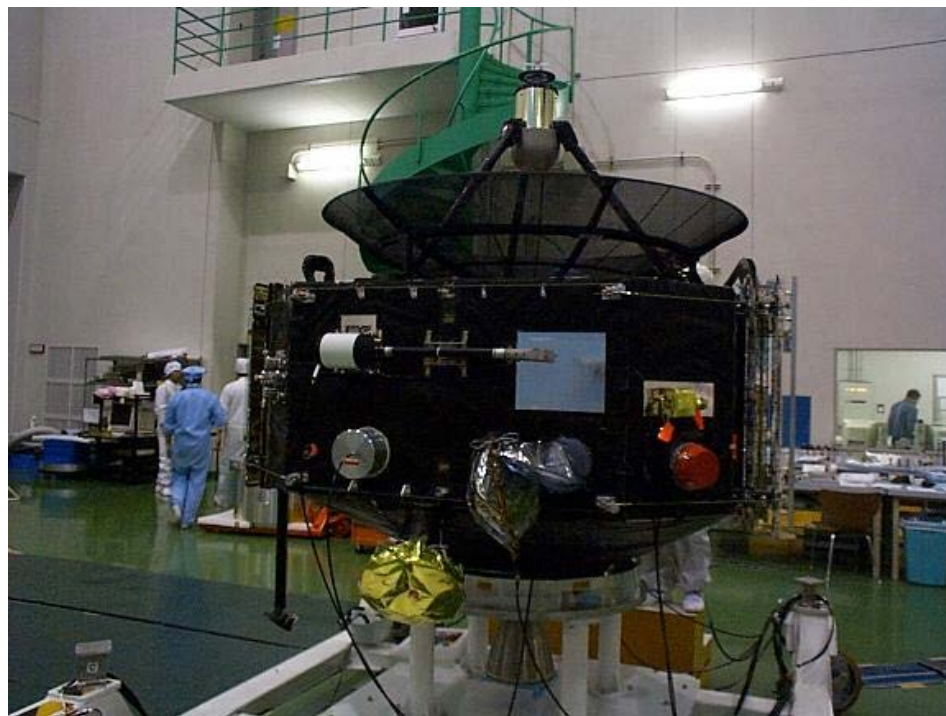
2nd Correction at Apogee → Solar Gravity Perturbation

3rd Correction at Perigee → Lunar Ballistic Capture

NOZOMI Mars Orbiter Mission (1998-2004)



Copyright JAXA



JAXA提供

Nozomi Mars Orbiter

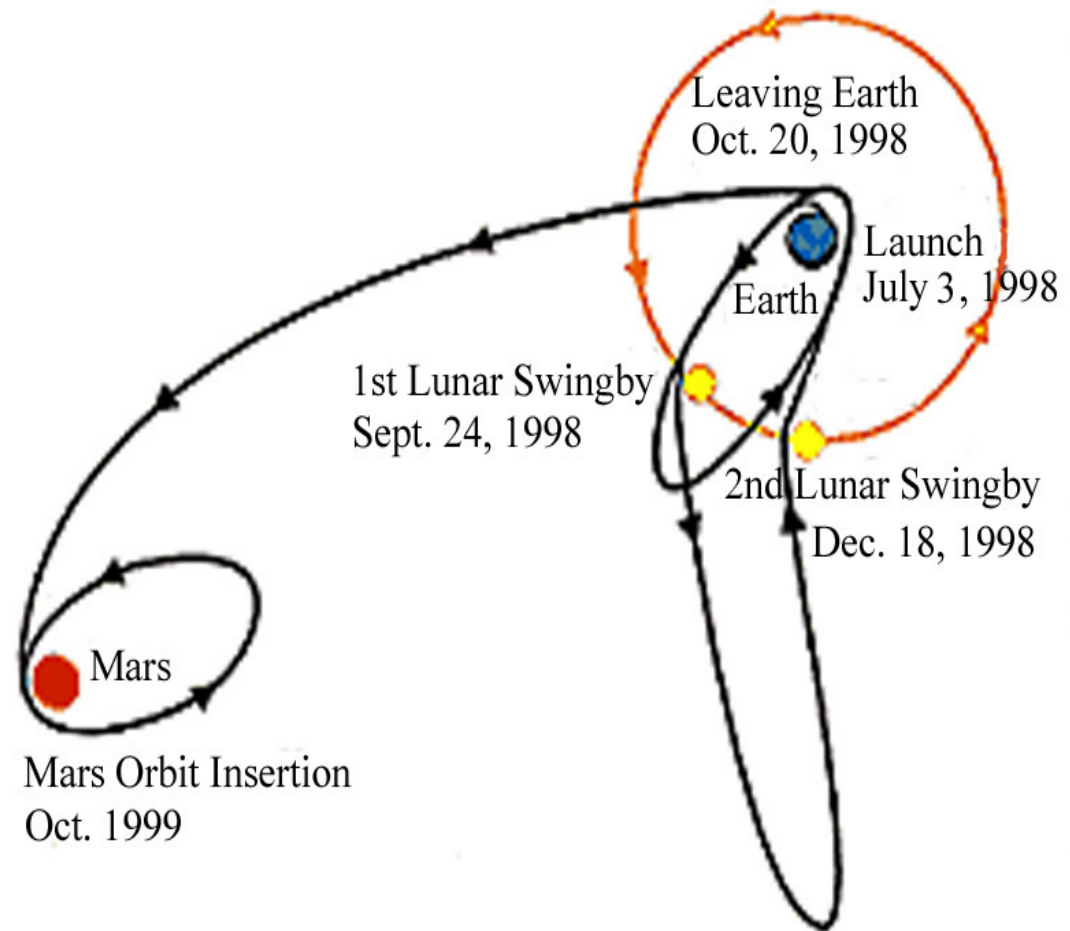
Double Lunar Swingby for Earth Departure

- ・2回の月スイングバイで、最後に地球脱出に必要な増速度量を秒速120m程度減少。

- ・直接に火星を目指すとならば必要となる速度を約3.6km/sを約3.5km/sに低減。

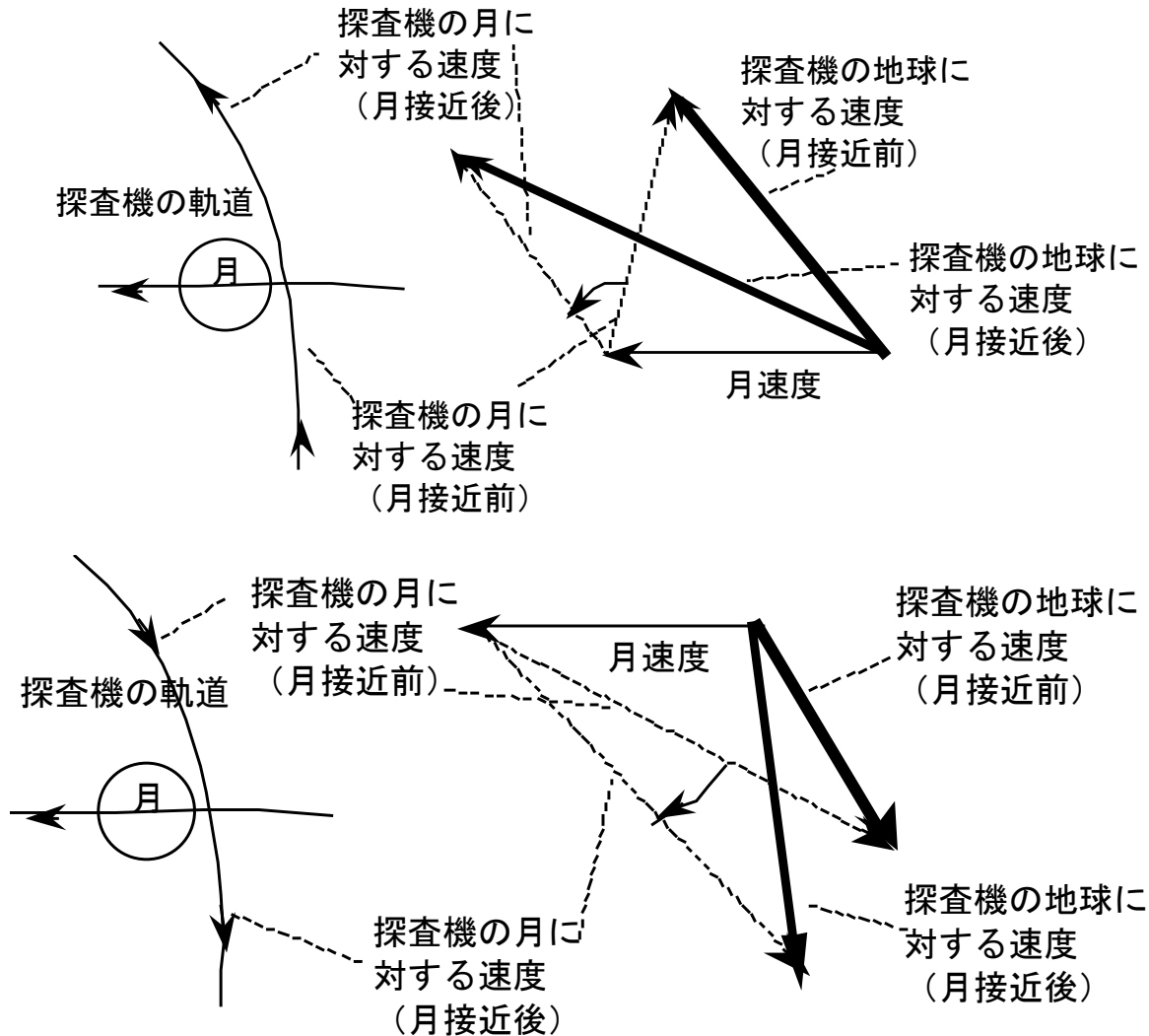
- ・この結果、探査機重量540kgのうちの燃料約20kgを節約できた。

- ・科学観測機器の重量は全部合わせて33kg。

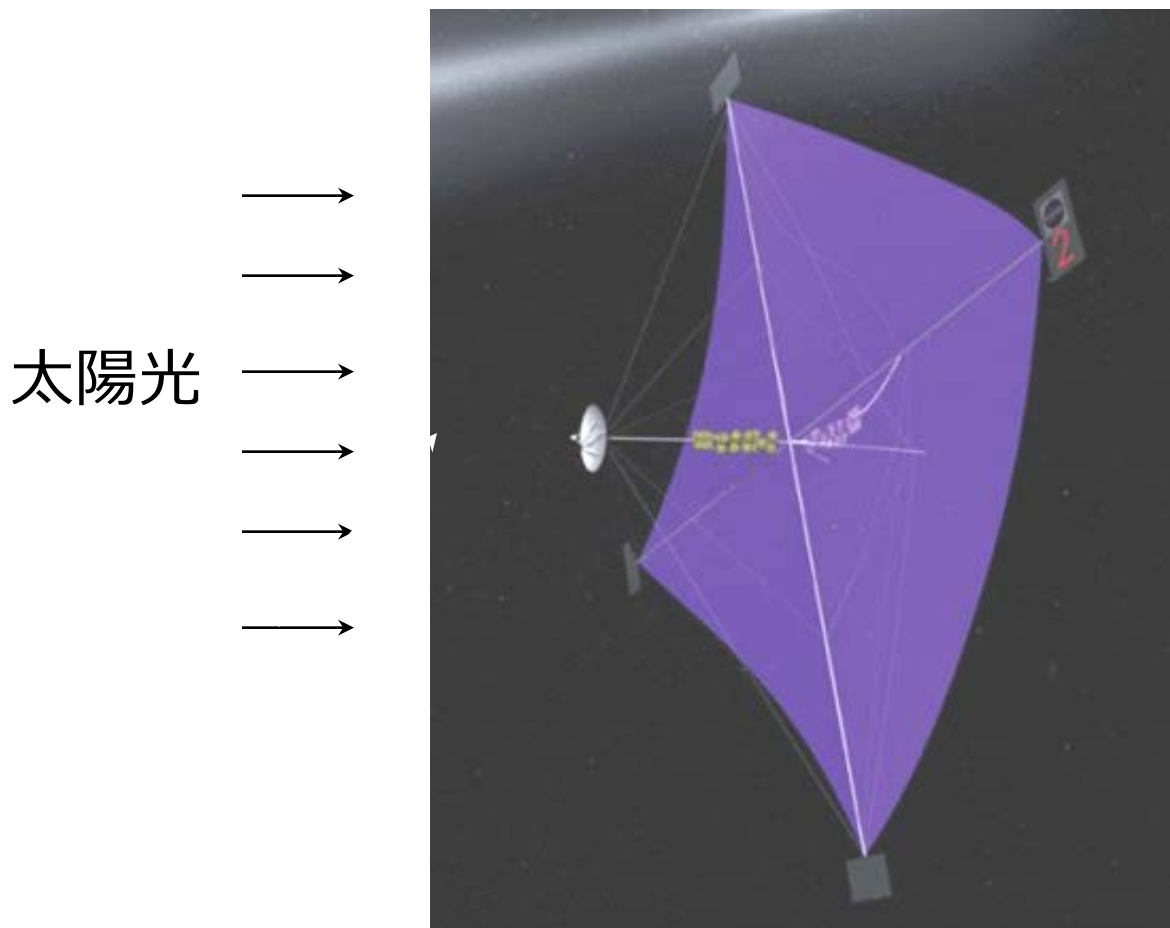


Lunar Swingby Effect

Trailing Edge Swingby Cases



Solar Sail Propulsion



<http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030308.html>

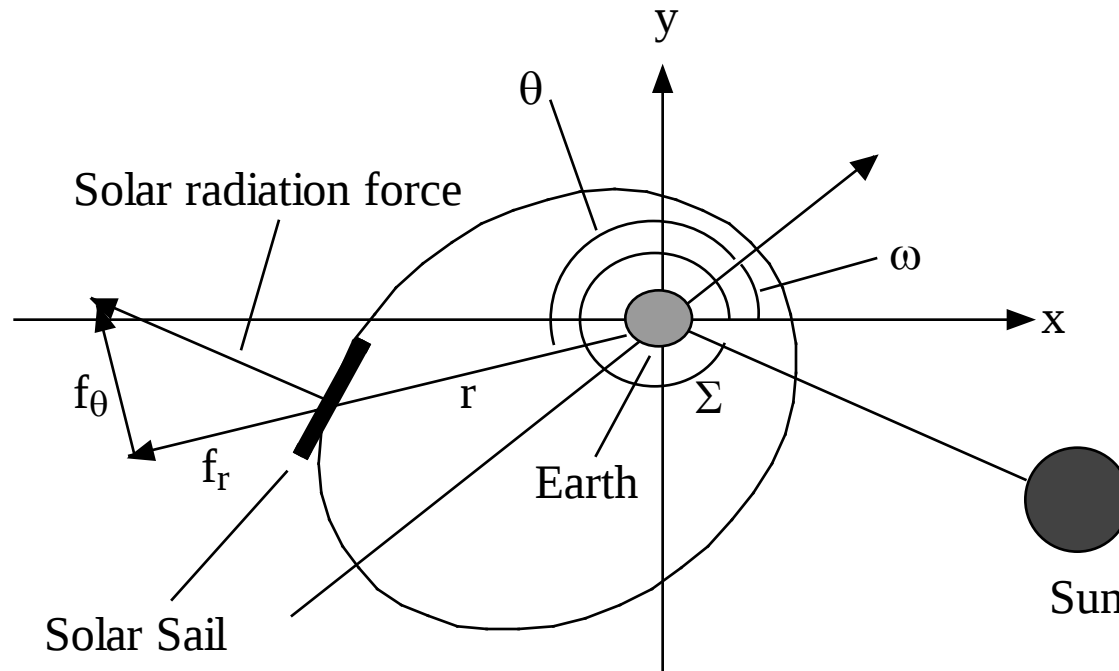
太陽光の圧力を推進力に変換

Propulsive Force by Solar Sail

$$f_r = -a_0 \cos(\omega + \theta - \Sigma)$$

$$f_\theta = a_0 \sin(\omega + \theta - \Sigma)$$

$$\Sigma = \beta_0 t$$



Lagrange Planetary Equations and Averaging

$$\frac{da}{d\theta} = \frac{2ar^2}{(1-e^2)} \{f_r \sin \theta + f_\theta (1 + e \cos \theta)\}$$

$$\frac{de}{d\theta} = r^2 \left\{ f_r \sin \theta + f_\theta \left(\cos \theta + \frac{e + \cos \theta}{1 + e \cos \theta} \right) \right\}$$

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{r^2}{e} \left\{ -f_r \cos \theta + f_\theta \left(1 + \frac{1}{1 + e \cos \theta} \right) \sin \theta \right\}$$

$$\overline{\frac{da}{dt}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{a^3}} \int_0^{2\pi} \frac{da}{d\theta} d\theta = 0$$

$$\overline{\frac{de}{dt}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{a^3}} \int_0^{2\pi} \frac{de}{d\theta} d\theta = \frac{3}{2} a_0 \sqrt{e} \sin(\bar{\omega} - \Sigma) \sqrt{1 - (e)^2}$$

$$\overline{\frac{d\omega}{dt}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{a^3}} \int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{d\theta} d\theta = \frac{3}{2} a_0 \sqrt{e} \cos(\bar{\omega} - \Sigma) \frac{\sqrt{1 - (e)^2}}{e}$$

**Contour
integral**

Introduction of New Variables ($\bar{k}$ and $\bar{\gamma}$) and Hamiltonian

$$\bar{\gamma} = \bar{\omega} - \beta_0 t$$

**Perigee
direction**

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = \frac{3}{2} a_0 \sqrt{\bar{a}} \sin \bar{\gamma} \sqrt{1 - (\bar{e})^2}$$

$$\frac{d\bar{\gamma}}{dt} = \frac{3}{2} a_0 \sqrt{\bar{a}} \cos \bar{\gamma} \frac{\sqrt{1 - (\bar{e})^2}}{\bar{e}} - \beta_0$$

$$\bar{k} = \sqrt{1 - (\bar{e})^2}$$

Eccentricity

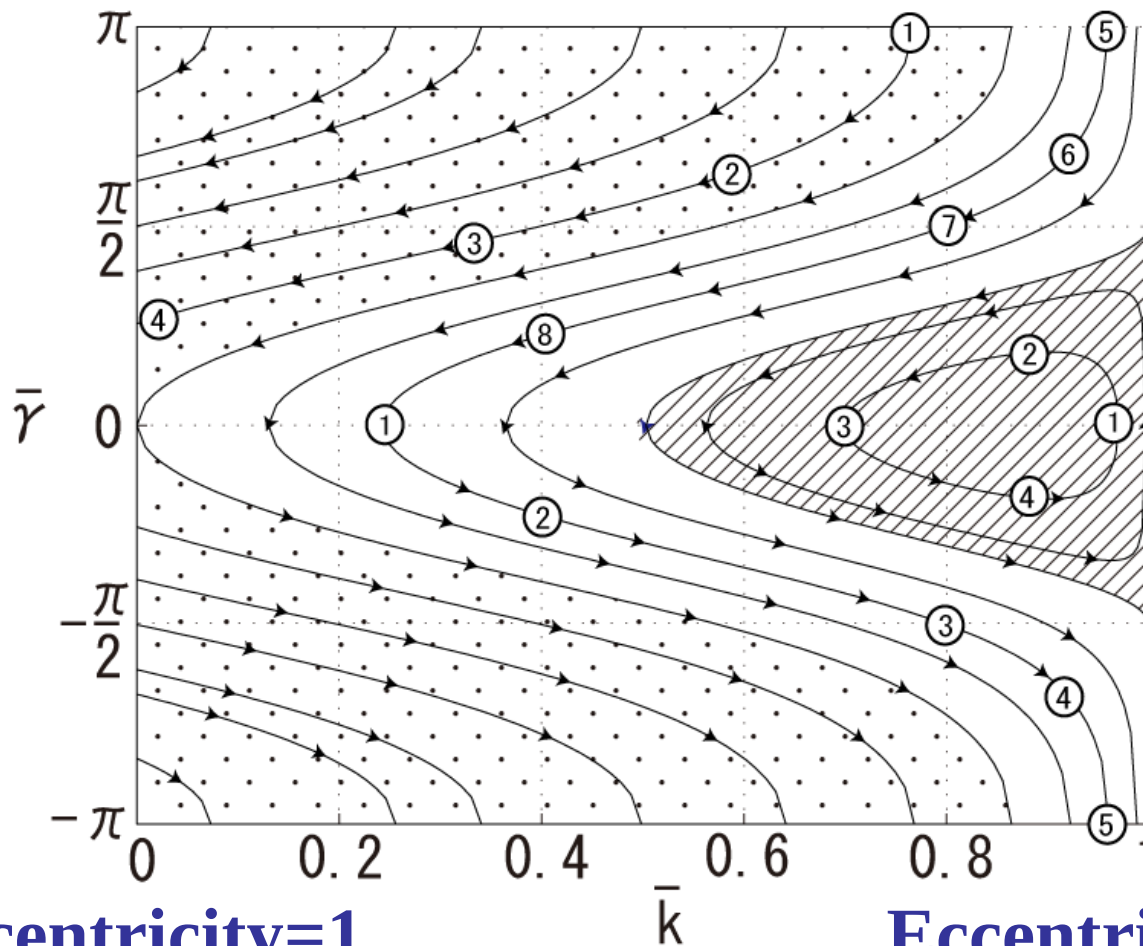
$$\frac{d\bar{\gamma}}{dt} = \frac{3}{2} a_0 \sqrt{\bar{a}} \cos \bar{\gamma} \frac{\bar{k}}{\sqrt{1 - (\bar{k})^2}} - \beta_0 = \frac{\partial H}{\partial \bar{k}}$$

$$\frac{d\bar{k}}{dt} = -\frac{3}{2} a_0 \sqrt{\bar{a}} \sin \bar{\gamma} \sqrt{1 - (\bar{k})^2} = -\frac{\partial H}{\partial \bar{\gamma}}$$

Solar Sail Dynamics

Eccentricity ($\bar{k}$)-Argument of Perigee ($\bar{\gamma}$)

(Acceleration $\alpha=0.575$)



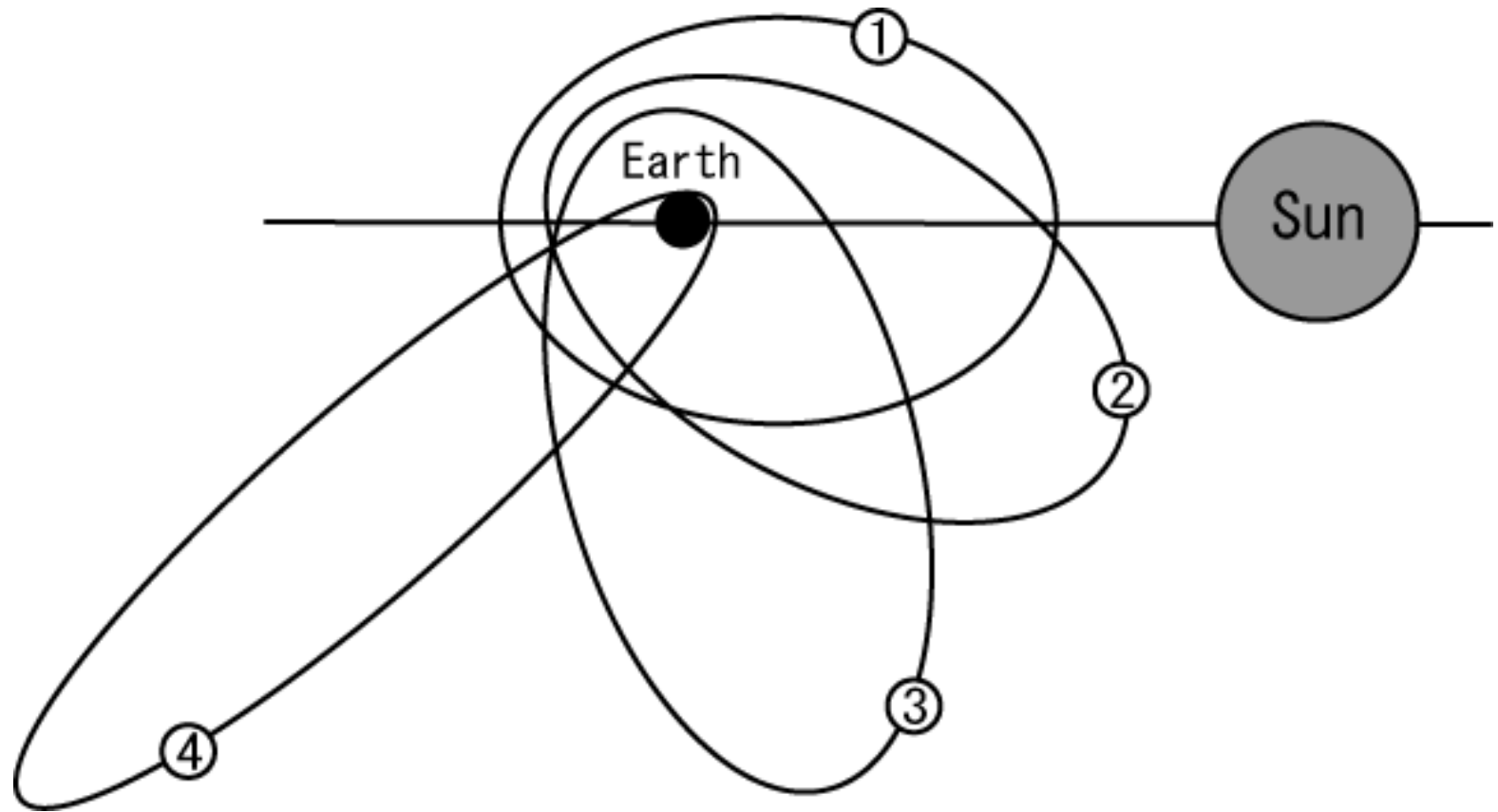
Equilibrium

$$\bar{k}_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}}$$

$$\bar{\gamma}_0 = 0$$

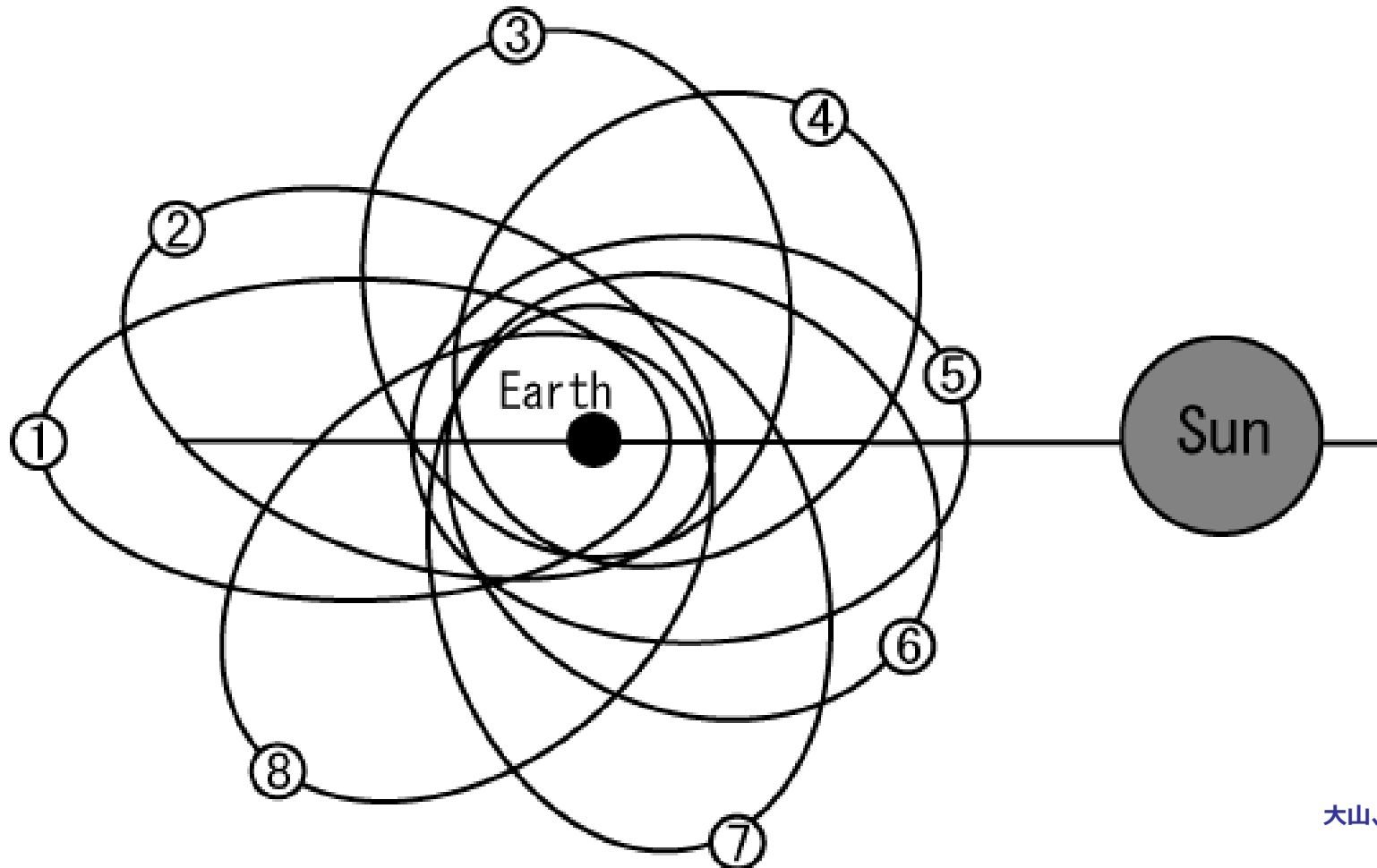
Solar Sail Dynamics

Unstable Motion (不安定運動)



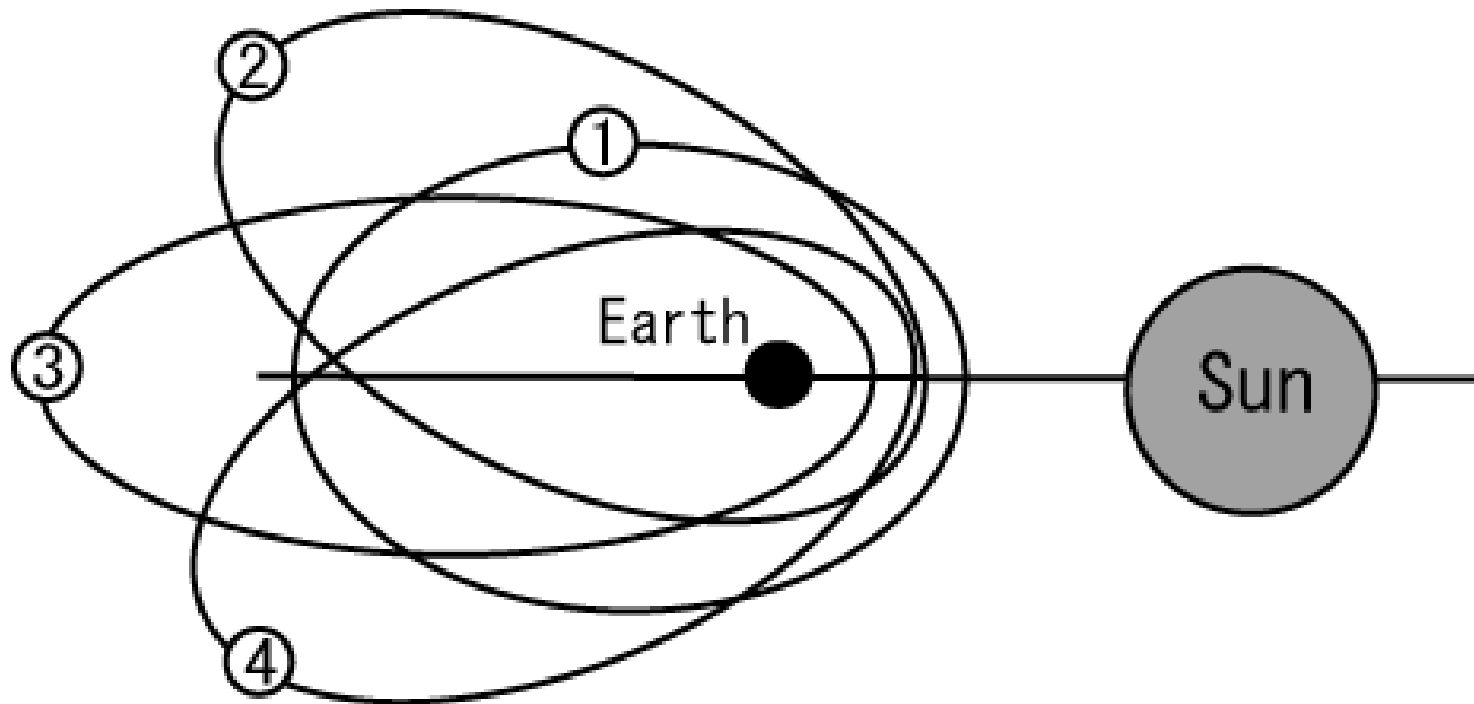
Solar Sail Dynamics

Rotational Motion (回転運動)

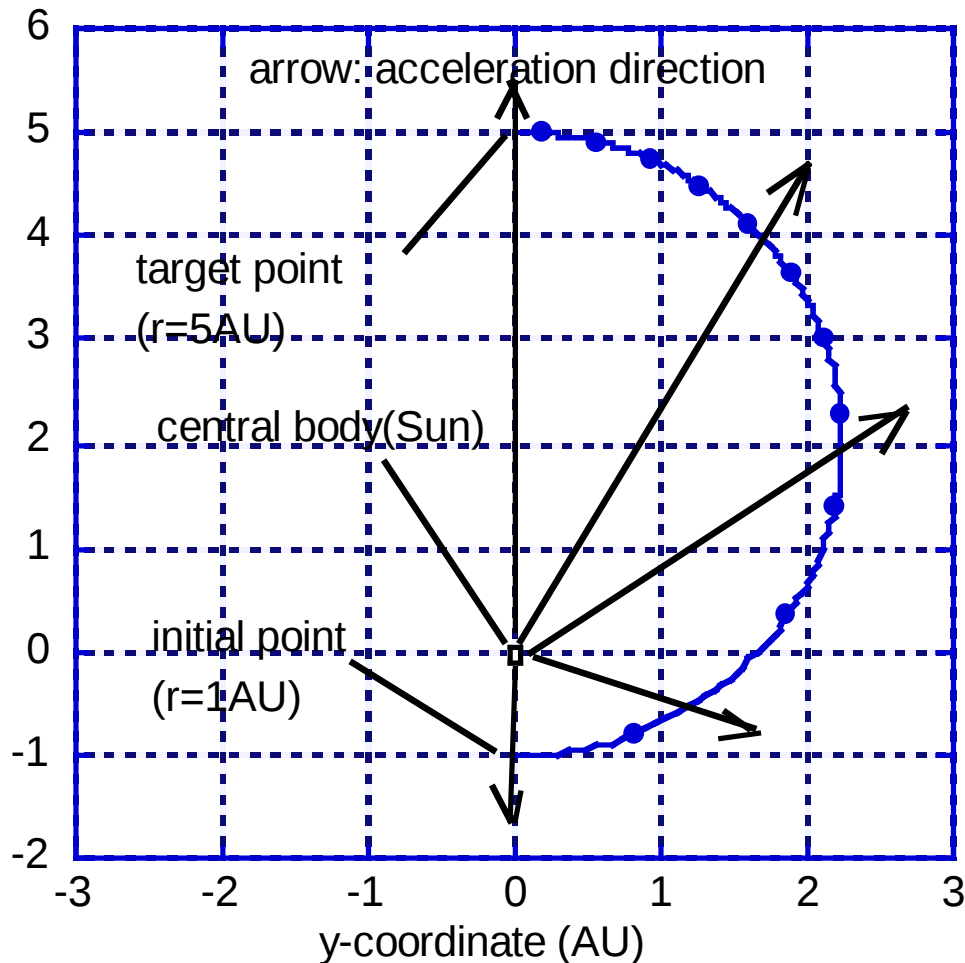


Solar Sail Dynamics

Librational Motion (往復運動)



Orbital Dynamics of Radial Acceleration



- 半径方向加速度が中心からの距離の n 乗の関数
- 最大到達距離等の軌道要素を解析的に表現

Central Forces

運動方程式 $\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = a_r$

$a_r = -g_0 \frac{r_0^n}{r^n}$ 引力

Bertrand's Theorem: The only central forces that result in closed orbits for all bound particles are **the inverse-square law and Hooke's law**.

n	1	0	-3/4	-2	-3	<-3
アプス角	90度	104度	120度	180度	無限大	同左
引力のタイプ	距離に比例	距離によらず	逆4分の三乗	逆二乗	逆三乗	同左
軌道	楕円	ロゼット 花弁は無数	ロゼット 花弁は3枚	楕円	らせん	同左
運動	調和運動		周期運動	ケプラー運動	らせん運動	同左
備考	閉曲線	閉じない	閉曲線	閉曲線	閉じない	同左

Radial Acceleration Dynamics

運動方程式

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = a_r \quad a_r = -g_0 \frac{r_0^2}{r^2} + \alpha_0 \frac{r_0^n}{r^n} \quad \frac{d(r^2 \dot{\theta})}{dt} = 0$$

重力 制御力

無次元運動方程式

$$\frac{d^2 \rho}{d\tau^2} = \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2} + \varepsilon_0 \frac{1}{\rho^n} \quad \frac{d}{d\tau} \left(\rho^2 \frac{d\theta}{d\tau} \right) = 0$$

積分可能

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\rho^2} + 1 \right) + \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{n-1} \right) \left(-\frac{1}{\rho^{n-1}} + 1 \right)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\rho^2} + 1 \right) + \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) + \varepsilon_0 (\ln \rho) \quad n=1$$

Maximum Attainable Distance under Constant Radial Acceleration

$n = 0$ 加速度一定（最大半径 = 2）

$$\rho_{\max} = \frac{1 - \sqrt{1 - 8\varepsilon_0}}{4\varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 \leq 0.125$$

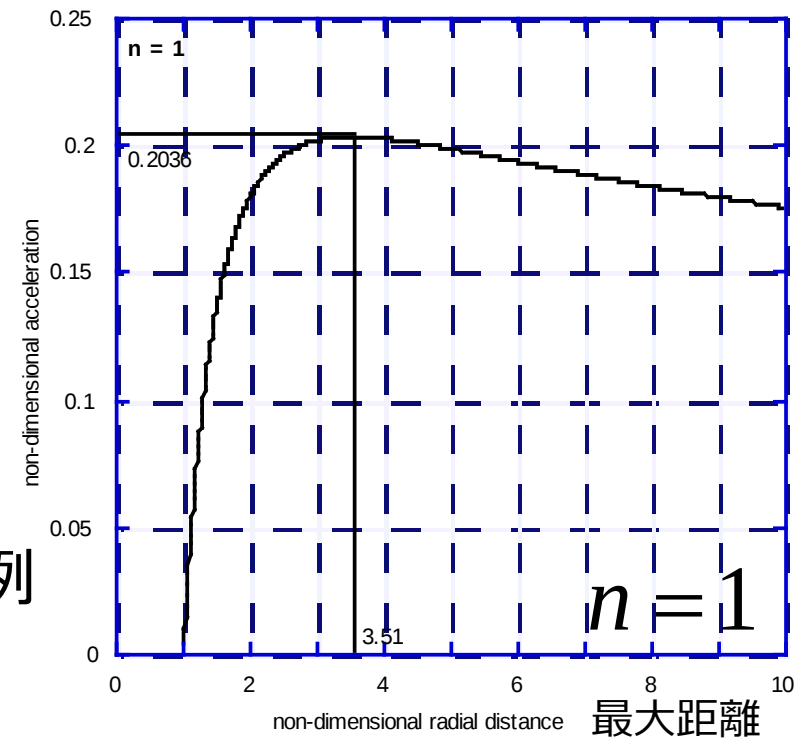
$n = 1$ 加速度が距離に反比例

$$\varepsilon_0 = \frac{(\rho_{\max} - 1)^2}{2\rho_{\max}^2 \ln \rho_{\max}} \quad \varepsilon_0 < 0.2036$$

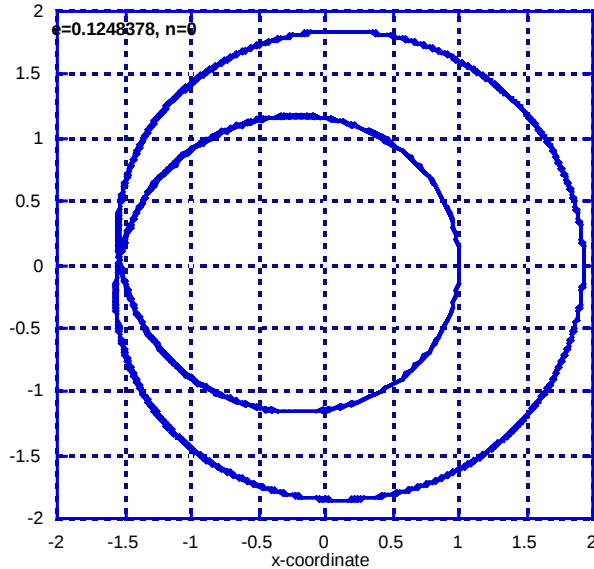
$n = 2$ 加速度が距離 2 乗に反比例

$$\rho_{\max} = \frac{1}{1 - 2\varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 < 0.500$$

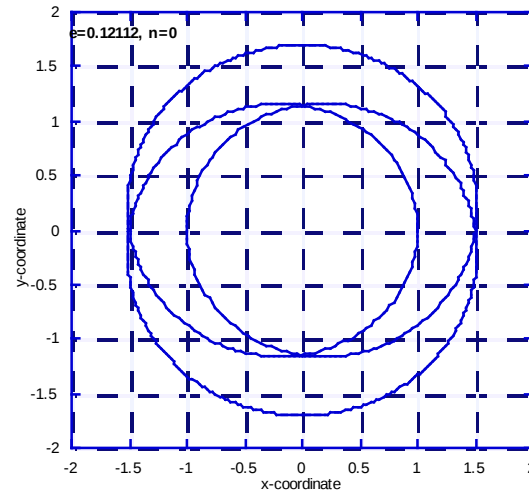
半径方向加速



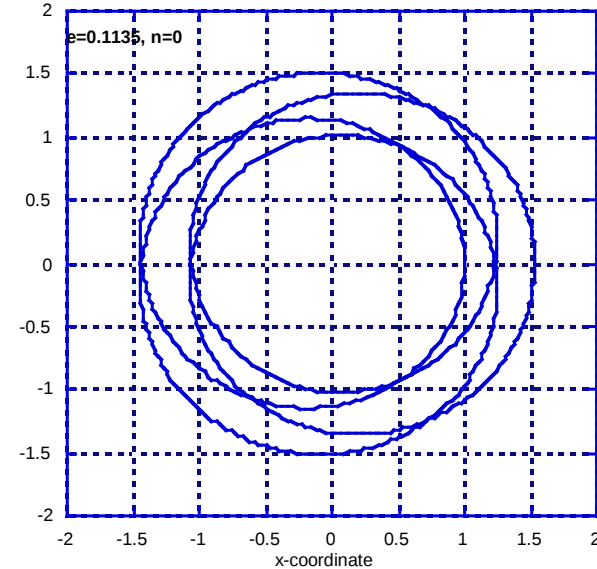
Periodic Orbits with Radial Acceleration



Double period



Triple period



Quadruple period

N周周期の周期軌道の存在

Optimization of Radial Thrust

Transformation into a simple form by introducing a new variable $u = 1/r$ and changing the independent variable from nondimensional time t to polar angle θ

$$u' + u = 1 - \varepsilon$$

Optimal control theory and the classical calculus of variation approach

$$u' = p \quad p' = -u + 1 - \varepsilon$$

$$H = \lambda_u p + \lambda_p (-u + 1) - \lambda_p \varepsilon$$

$$\lambda_u' = \lambda_p \quad \lambda_p' = -\lambda_u$$

Optimal Control

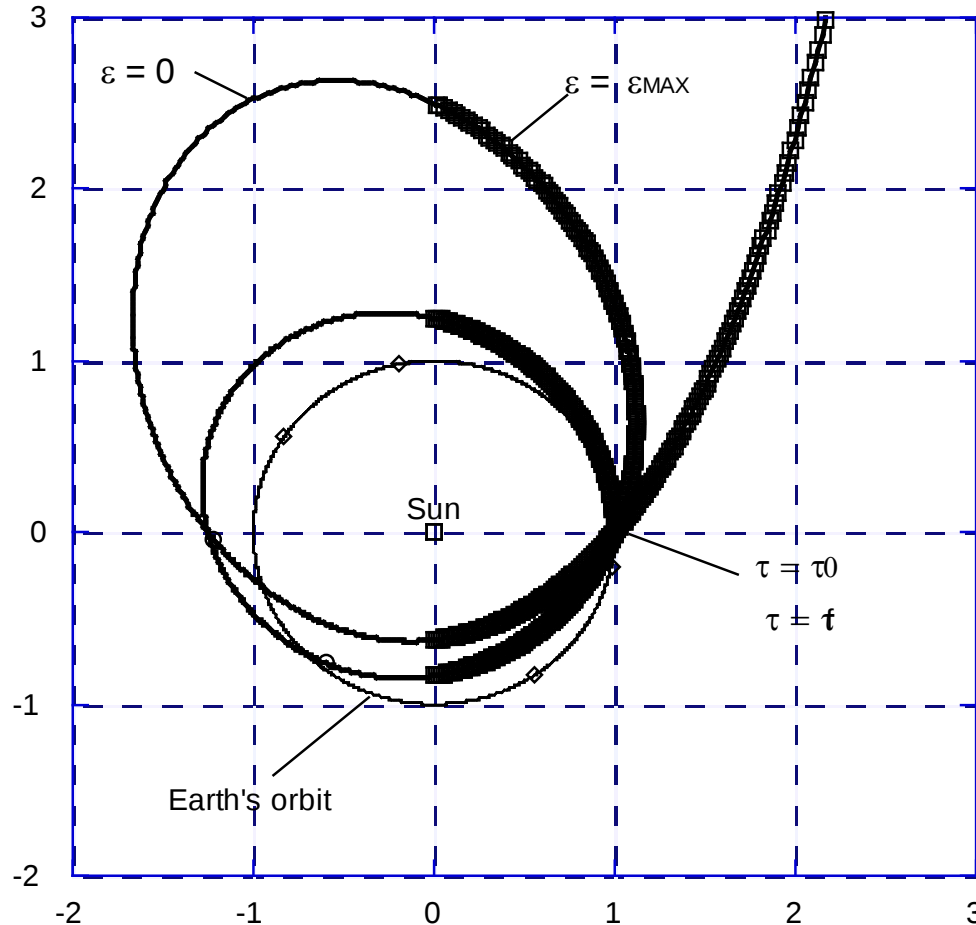
$$\varepsilon = 0 \quad \lambda_p < 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{Max} \quad \lambda_p > 0$$

The four linear differential equations are to be solved subject to the four boundary conditions with the choice of multiplier, available to satisfy the additional boundary condition.

On-Off Radial Acceleration Control for Solar System Escape

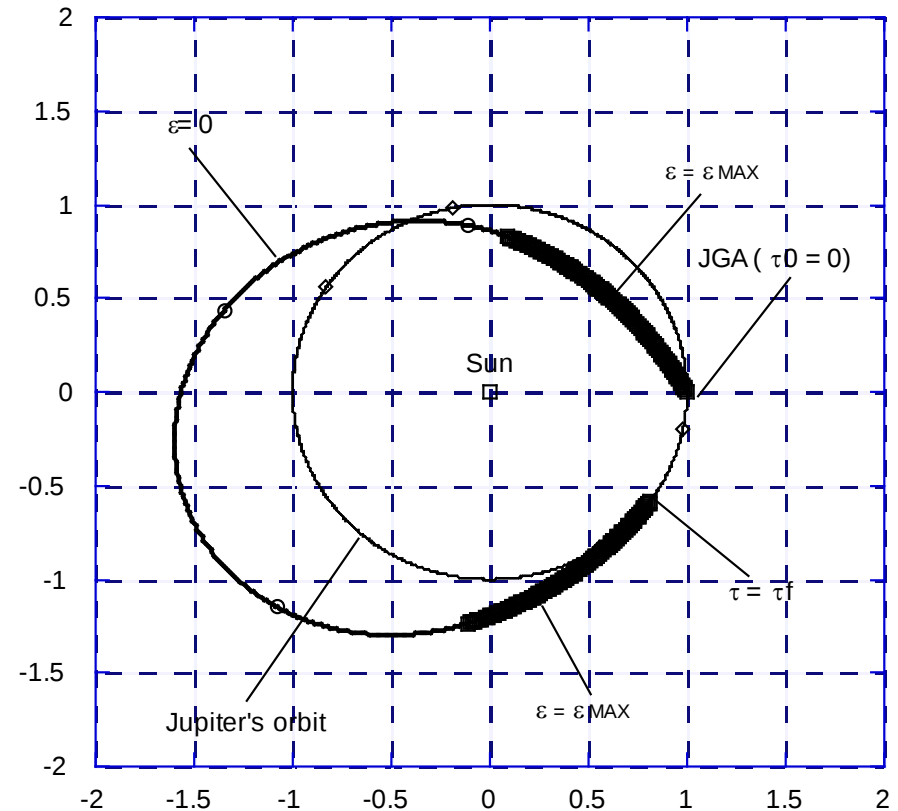
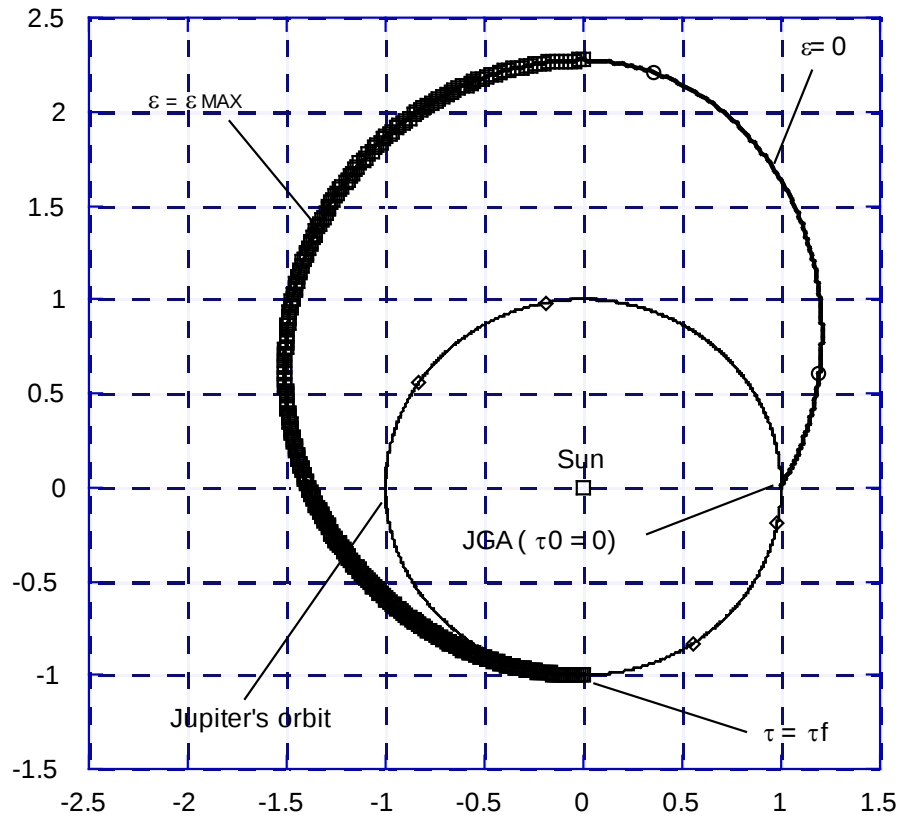
半径方向加速のオンオフによる太陽系脱出軌道



Use of Earth gravity assist is also possible.

Earth-Jupiter Swingby-Jupiter Rendezvous with Radial Acceleration

半径方向加速および木星重力アシストによる円軌道-円軌道間移行



Further Topics for the Next Meeting

- 回転座標Hill方程式系における編隊維持方策
- Hill方程式系における半径方向推力軌道
- Hill方程式系における推力制約下の最適移行
- Hamilton-Jacobi-Bellman方程式による軌道移行
- 3体問題における連続推力による平衡点移動
- 3体問題Halo軌道を含む惑星間移行
- Coulomb力とLorentz力編隊飛行
- 制約下のSolar Sailによる軌道移行
- 小惑星の地球衝突回避のための探査機軌道

スペースフライトに関する論文リスト（第2回）(1)

M. Bando and H. Yamakawa, Optimal Trajectory Design for Asteroid Deflection Mission, *JSASS Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan, in press.*

Tsujii, S, Bando, M., and Yamakawa, H., “Spacecraft Formation Flying Dynamics and Control Using the Geomagnetic Lorentz Force,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, in press.*

Mitani, S. and Yamakawa, H., “Continuous-thrust Transfer under Constraints on Control Magnitude and Direction Using Smoothing Techniques,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, in press.*

Bando, M, and Yamakawa, H., “Near-Earth Asteroid Flyby Survey Mission Using Solar Sailing Technology,” *AAS The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 58, Issue 4, in press.*

Yamakawa, H., Hachiyama, S., and Bando, M., “Attitude Dynamics of a Pendulum-shaped Charged Satellite,” *IAA Acta Astronautica, Vol. 70, January-February 2012, pp. 77-84.*

Mitani, S. and Yamakawa, H., “A Novel Nonlinear Rendezvous Guidance Scheme with Control Direction Constraints,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 34, No. 6, pp. 1656-1671, November-December 2011.*

Bando. M. and Yamakawa, H., “Orbital Design for Multiple Flyby Mission,” *JSASS Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan, Vol. 8, March 2011, No. ists27, pp.Pd_9-Pd_13.*

M. Bando, H. Yamakawa, “A New Lambert Algorithm Using the Hamilton-Jacobi-Bellman Equations,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 3, 2010, pp. 1,000-1,008.*

スペースフライトに関する論文リスト（第2回）(2)

N. Nakamiya, H. Yamakawa, D. J. Scheeres, and M. Yoshikawa, “Interplanetary Transfers Between Halo Orbits: Connectivity Between Escape and Capture Trajectories,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 3, 2010, pp. 803-813.

H. Yamakawa, I. Funaki, “Radially Accelerated Periodic Orbits in the Clohessy-Wiltshire Frame,” *AAS The Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 56, No. 1, pp. 1-16, 2008.

Nakamiya, M., Scheeres, D., Yamakawa, H., M. Yoshikawa, “Analysis of Capture Trajectories to Libration Points,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 5, pp. 1344-1351, 2008.

Yamaguchi, T, Kogiso, N., Yamakawa, H., “Optimal Interplanetary Trajectories for Impulsive Deflection of Potentially Hazardous Asteroids under Velocity Increment Uncertainties,” *JSASS Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 51, No. 173, pp. 176-183, 2008.

M. Morimoto and H. Yamakawa, “Artificial Equilibrium Points in the Low-Thrust Restricted Three-Body Problem,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 5, pp. 1563-1568, 2007.

M. Morimoto, H. Yamakawa, and K. Uesugi, “Periodic Orbits with Low-thrust Propulsion in the Restricted Three-body Problem,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 29, No. 5, pp. 1131-1139, 2006.

H. Yamakawa, “Orbital Dynamics of Sun-Facing Solar Sails under the Constraint of Constant Sail Temperature,” *AAS The Journal of the Astronautical Sciences*, Volume 54, Issue No. 1, p. 17-27, 2006.

H. Yamakawa, “Low-Thrust Formation Flight for Astronomy Satellites,” *JSASS Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 162, pp. 235-237, Jan-Mar. 2006.

スペースフライトに関する論文リスト（第2回）(3)

論文

坂東麻衣,大須賀公一,藤井隆雄,山川宏,“円制限3体問題のラグランジュポイントの安定性に関する陰的制御的考察”,計測自動制御学会論文集, Vol. 48, No. 7, pp. 431-440, 2012年 7月

山口智宏,小木曾望,山川宏,“地球接近小惑星軌道変更ミッションにおける速度増分の変動を考慮した軌道設計”,日本航空宇宙学会論文集, Vol. 55, No. 644, 2007年9月号,pp. 432-438.

総説

山川宏,“宇宙機の軌道と制御”,システム・制御・情報,システム制御情報学会,Vol. 54, No. 5, pp. 184-191, 2010.

山川宏,“宇宙探査ミッションにおける3体問題の役割”,日本物理学会誌, Vol. 60, No. 10, pp. 808-810, 2005.

山川宏,川口淳一郎,“月惑星探査の軌道計画”,計測と制御,計測自動制御学会,Vol. 39, No. 9, 2000年9月号,pp. 559-563.