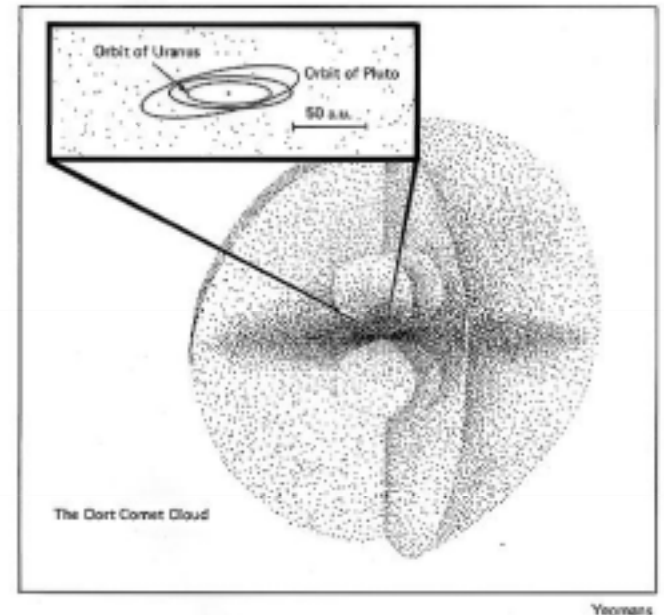


素過程にわけて考える オールト雲形成

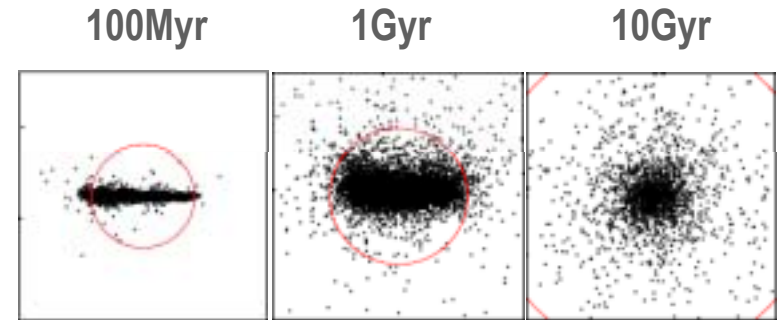
樋口有理可 (東京工業大学)
小久保英一郎 (国立天文台)



発表の流れ

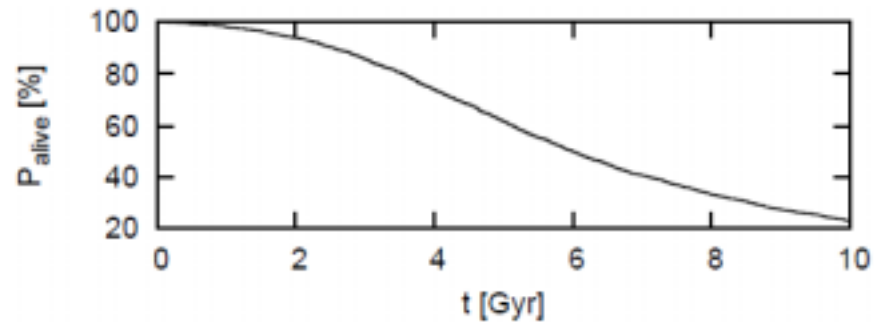
- オールト雲形成のレビュー

- 惑星
- 銀河潮汐力
- 恒星



- 恒星遭遇によるオールト雲の進化

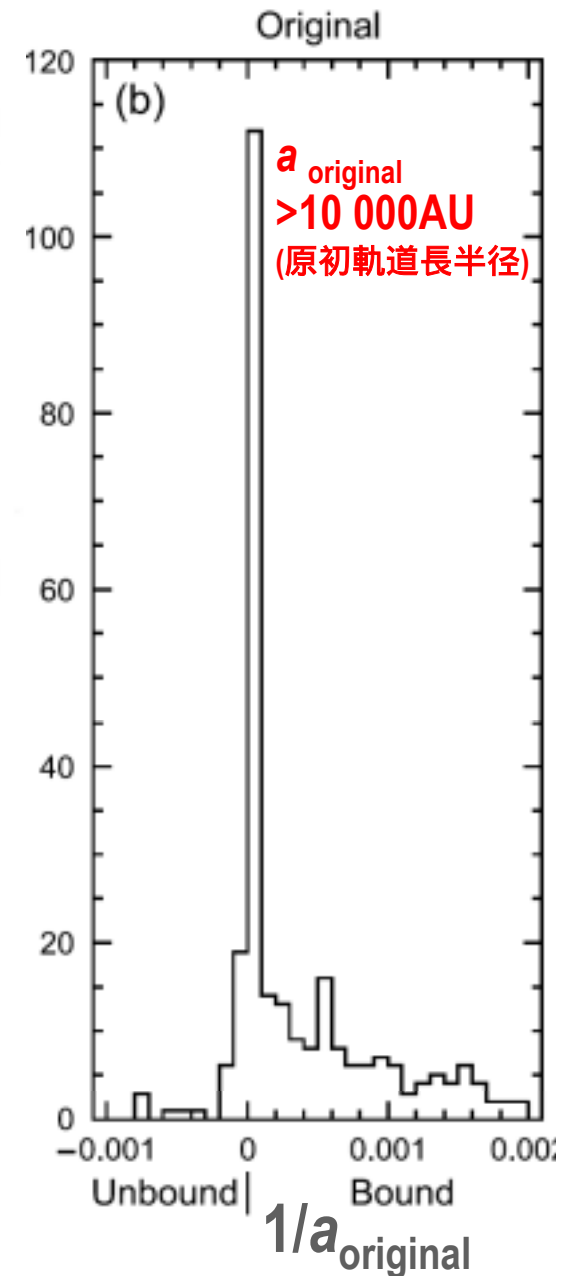
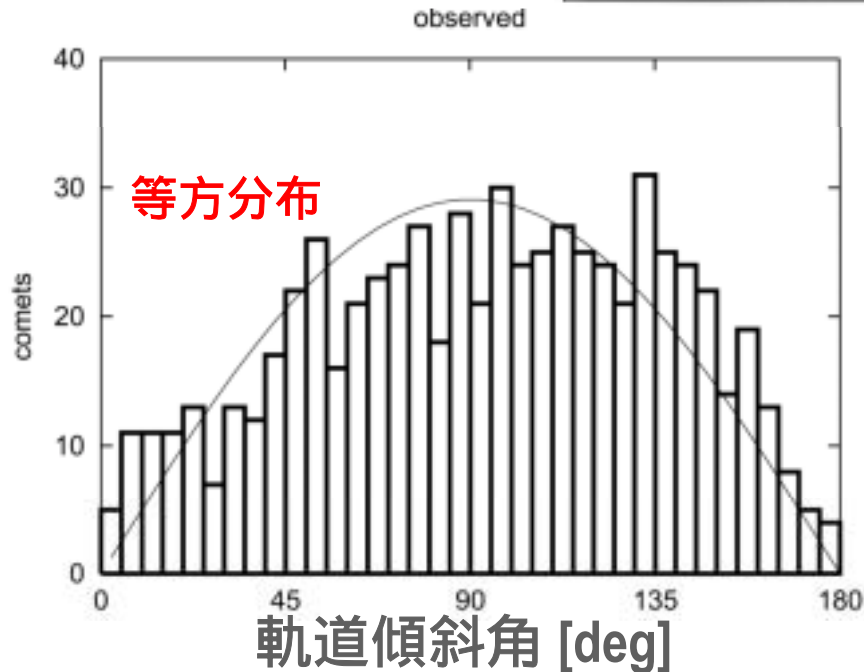
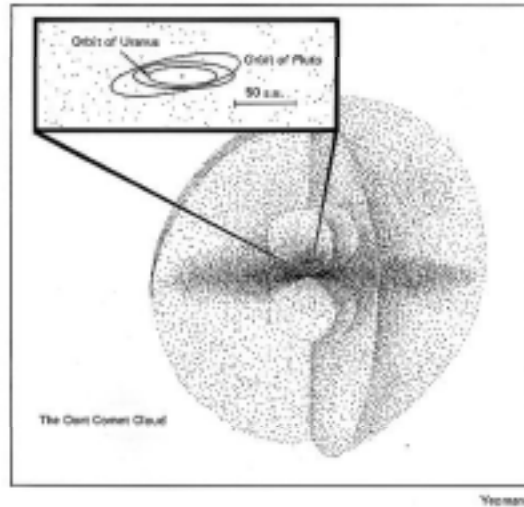
- 微惑星円盤 オールト雲
- 彗星個数の減少



- 銀河潮汐力を足した場合
- 観測への示唆

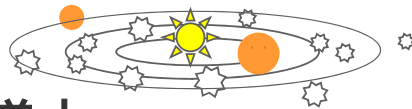
オールト雲

- 長周期彗星の巣
- 球殻状の構造
- $\sim 10^5$ AUまで広がる



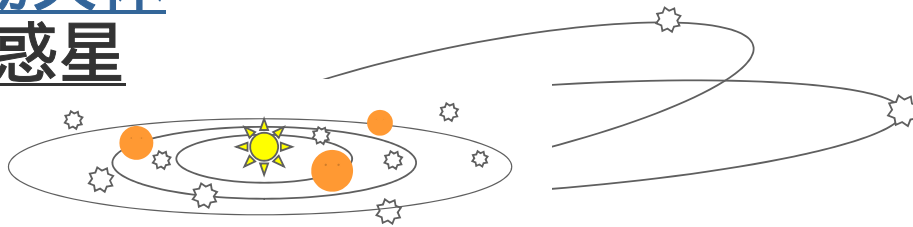
オールト雲形成の標準シナリオ

(0) 惑星形成の後に残る微惑星

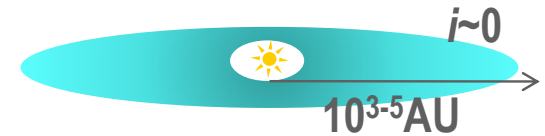
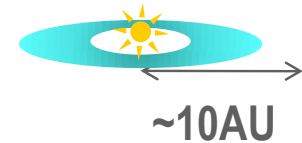


(1) 遠日点距離の増大

摂動天体
惑星



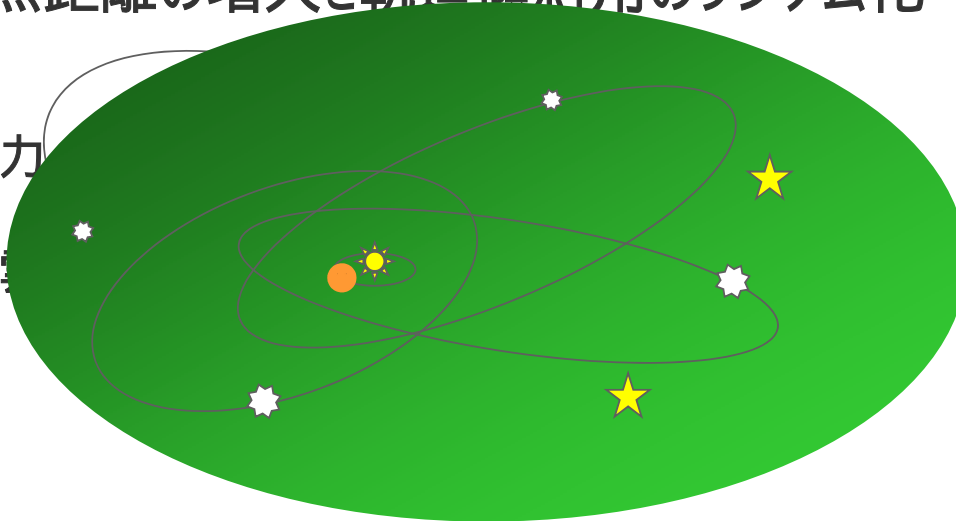
軌道傾斜角 $i \sim 0$



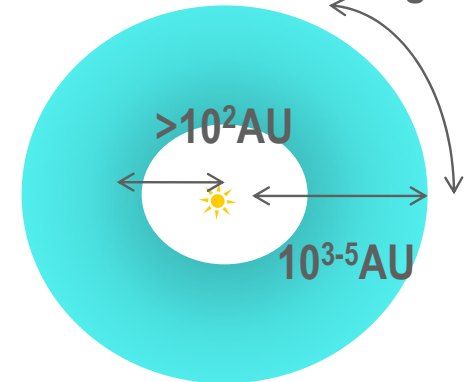
(2) 近日点距離の増大と軌道傾斜角のランダム化

外力

銀河潮汐力
恒星遭遇
巨大分子雲



$0 < i < 180 \text{ deg}$



先行研究

Duncan et. al. (1987)

惑星と外力の元での微惑星の軌道を数値計算した。

- 太陽系を想定している
- 微惑星は最初からほぼ放物線軌道をもつ

Tremaine (1993)

微惑星の平均的なエネルギー変化の値を簡単な式で表し、彗星雲を形成しうる惑星の道長半軌径・質量に制限をつけた。

- 系外彗星雲形成についての最初の論文
- もとにした数値計算結果は太陽系を想定したもの

Dones et. al. (2004)

Duncan et. al (1987) の改良版。惑星領域にある円に近い軌道を持つ微惑星の軌道進化を追った。

- 太陽系を想定している
- 微惑星の個数が少なく統計的な議論ができない

本研究

これまでの研究

- パラメータが太陽系に特化されている
- 惑星散乱と外力のステージを同時に扱っている

本研究

- 素過程に分割する
- 系外惑星にも(太陽系にも)応用可能なシンプルな系を考える
 - 中心星・微惑星 + 摂動として扱う

太陽 + 微惑星 +

惑星摂動

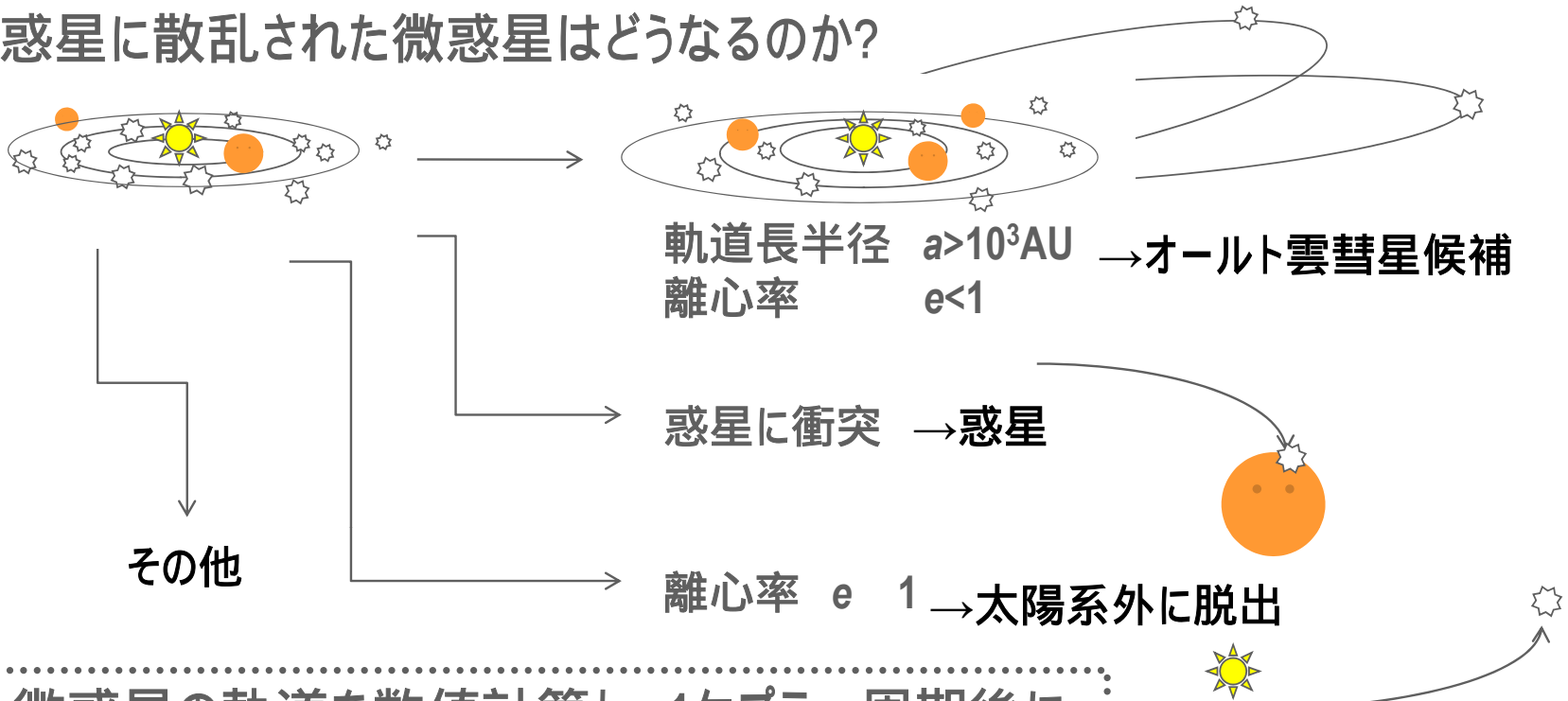
外力(1) 銀河潮汐力

外力(2) 恒星摂動

外力(1) & (2)

惑星による散乱

惑星に散乱された微惑星はどうなるのか？



微惑星の軌道を数値計算し、1ケプラー周期後に

オールト雲彗星候補

惑星に衝突

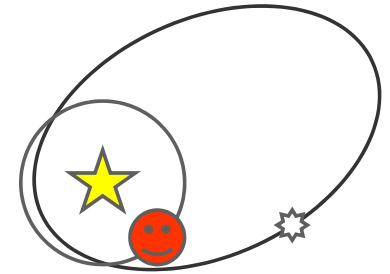
系外に脱出 ($e > 1$)

となる確率とそのパラメータ依存を求める。

数値計算モデル

1ケプラー周期あたりの運命の確率を計算する

- モデル 円制限三体問題
- 計算時間 1 ケプラー周期
- 計算コード 4次のエルミート積分法
- パラメータと初期条件



惑星

a_p	m_p
1, 5, 10, 30AU	0.1, 0.3, 1, 3, 10M _J

M_J: 木星質量

微惑星

a	e	i	ω, Ω
軌道交差領域+ α	0.1-0.9	0.01-0.1rad	一様

数値計算結果を近似する簡単な解析的表記を与える

確率の仮定

$$P = f a^\alpha e^\beta i^\phi a_p^\gamma m_p^\delta a_{\text{can}}^\epsilon \sin i$$

惑星の運命の確率を与える経験式(3D)

オールト雲彗星候補 [%]
($a > a_{\text{can}}$ となる確率) $P_{\text{can}}^{\text{fit}} \approx 12 \left(\frac{a_{\text{can}}}{a_p} \right)^{-1} \left(\frac{a}{a_p} \right)^5 (1-e)^2 \left(\frac{m_p}{m_J} \right)^2 \sin^{-1} i$

惑星に衝突 [%] $P_{\text{col}}^{\text{fit}} \approx 0.007 e^{-2} a_p^{-1} 12 \left(\frac{m_p}{m_J} \right)^{2/3} \sin^{-1} i$

系外に脱出 ($e > 1$) [%] $P_{\text{esc}}^{\text{fit}} \approx 4 \left(\frac{a}{a_p} \right)^3 (1-e) \left(\frac{m_p}{m_J} \right)^2 \sin^{-1} i$

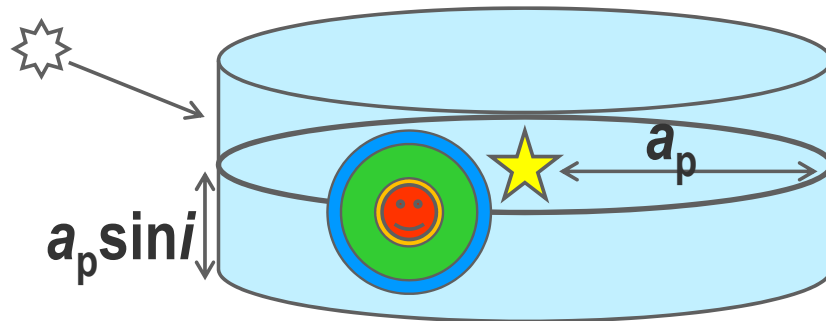
a, e, i : 散乱前の微惑星の軌道長半径、離心率、軌道傾斜角
 a_p, m_p : 惑星の軌道長半径、質量
 a_{can} : オールト雲彗星候補とみなす軌道長半径(e.g., 3000AU)

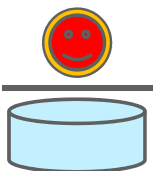
- オールト雲彗星候補の ~ 10倍が系外に脱出する
- 惑星散乱では軌道傾斜角はあまり変化しない
- オールト雲彗星候補の a 分布 a^{-2}
- ...



経験式の解釈

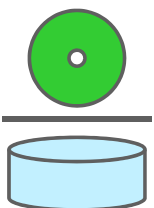
衝突・脱出・候補の断面積が、
微惑星が通過しうる全断面積に
しめる割合で各確率を書く。



衝突確率 $P_{\text{col}} =$ 

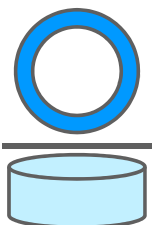
断面積の半径

$$b_{\text{col}} \propto e^{-1} a_p^{\frac{1}{2}} m_p^{\frac{2}{3}}$$

脱出確率 $P_{\text{esc}} =$ 

断面積の半径

$$b_{\text{esc}} \propto a_p^{\frac{3}{2}} (1-e)^2 a_p^{\frac{1}{2}} m_p^{-\frac{1}{2}}$$

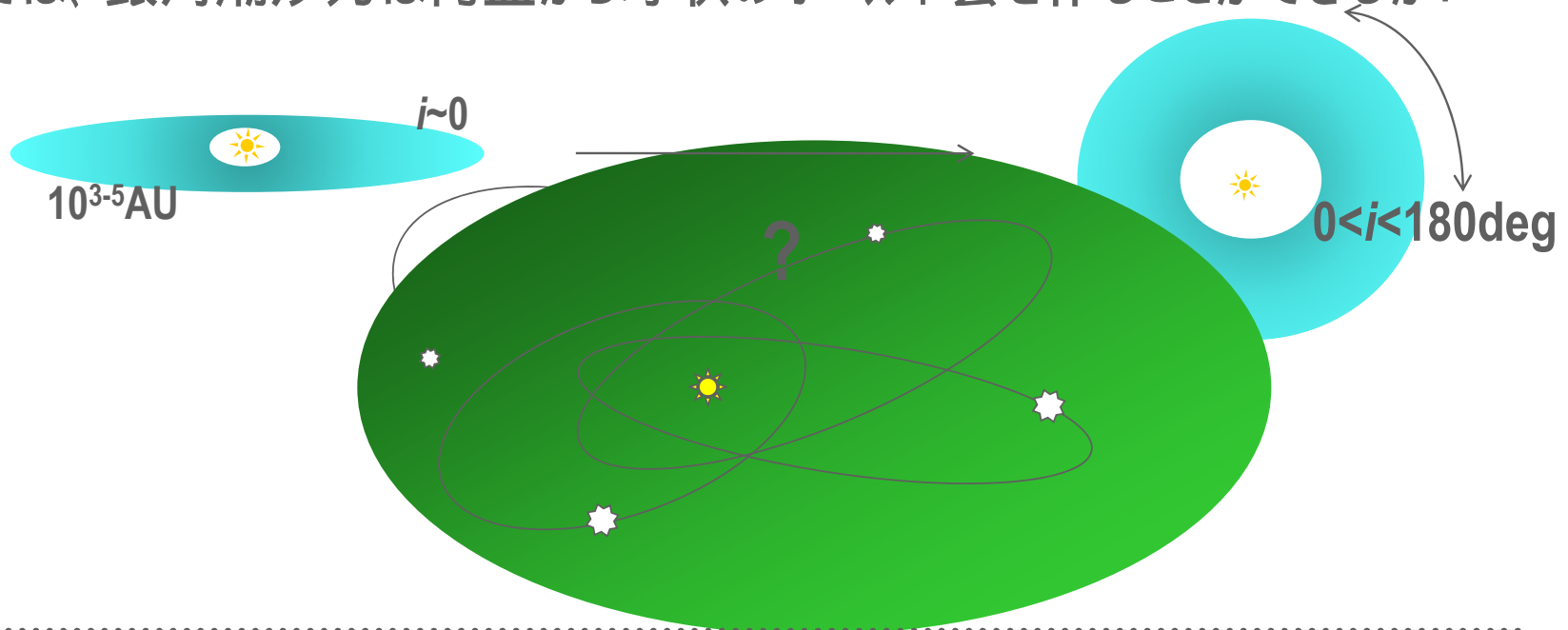
候補確率 $P_{\text{can}} =$ 

断面積の幅 (半径は b_{esc})

$$b_{\text{can}} \propto a_{\text{can}}^{-1} a_p^{\frac{7}{2}} (1-e)^2 a_p^{-\frac{3}{2}} m_p^{\frac{3}{2}}$$

銀河潮汐力による進化

惑星散乱で(効率は低くとも)微惑星円盤を遠方に広げることができた。
では、銀河潮汐力は円盤から球状のオールト雲を作ることができるか？



- 簡単化した銀河ポテンシャルを使う
- 潮汐力を微惑星の軌道で平均する(永年摂動的に扱う)
- つまり解析的手法で微惑星の軌道要素の進化を調べる

軌道要素の進化の解析解

* 微惑星の2個の保存量

エネルギー

$$c = \sin^2 i_{\text{銀河面}} (1 - e^2 + 5e^2 \sin^2 \omega) = \text{const.}$$

角運動量のz成分

$$L_z = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \cos i_{\text{銀河面}} = \text{const.}$$

e がわかれば $i_{\text{銀河面}}$ も ω もわかる

$$e^2 = e_{\min}^2 + (e_{\max}^2 - e_{\min}^2) \text{cn}^2(\theta, k^2)$$

cn: ヤコビ楕円関数

$$\theta = \theta(a, \rho_0, c, L_z, t) \quad k = k(c, L_z)$$

Matese & Whitman (1989), Kinoshita & Nakai (1999, 2007)

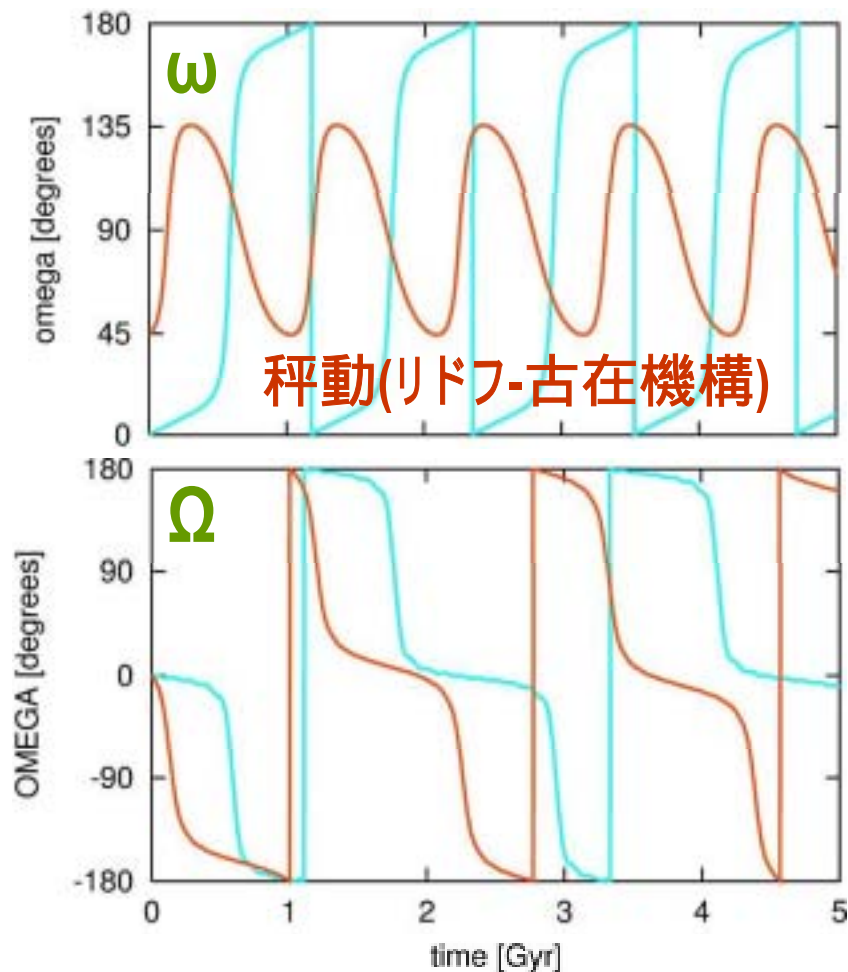
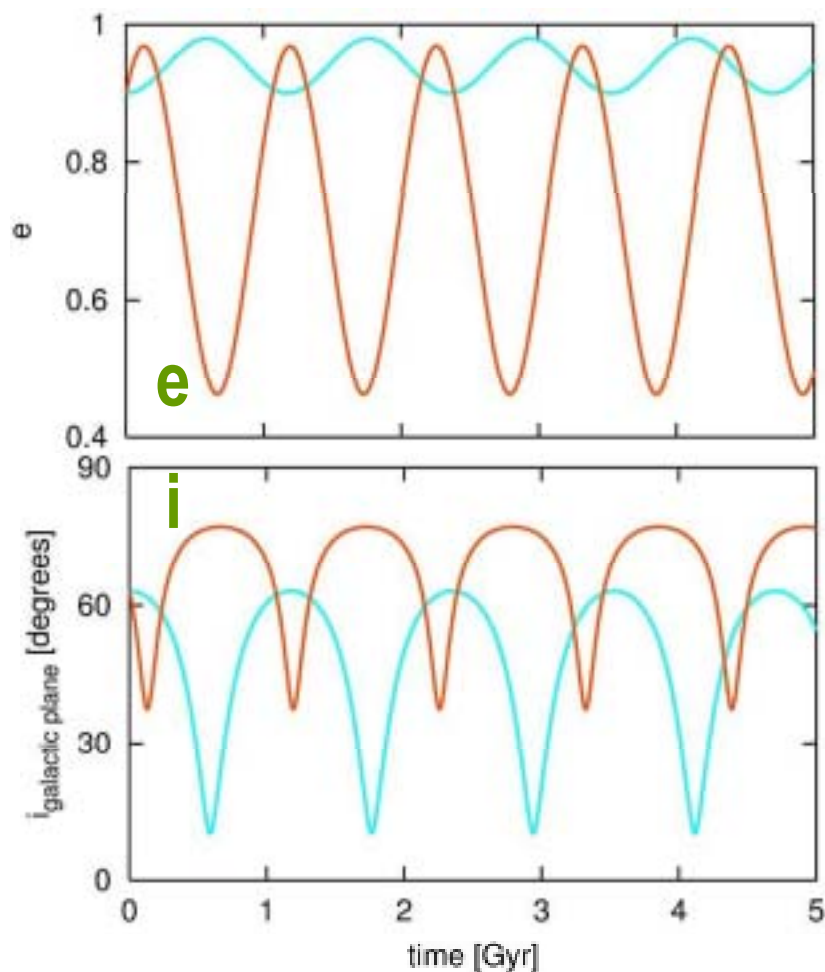
$$\Omega = \Omega_{\text{initial}} - A\Pi(\theta, \alpha^2)$$

Π : 第3種一般楕円積分

$$A = A(a, \rho_0, c, L_z) \quad \alpha = \alpha(c, L_z)$$

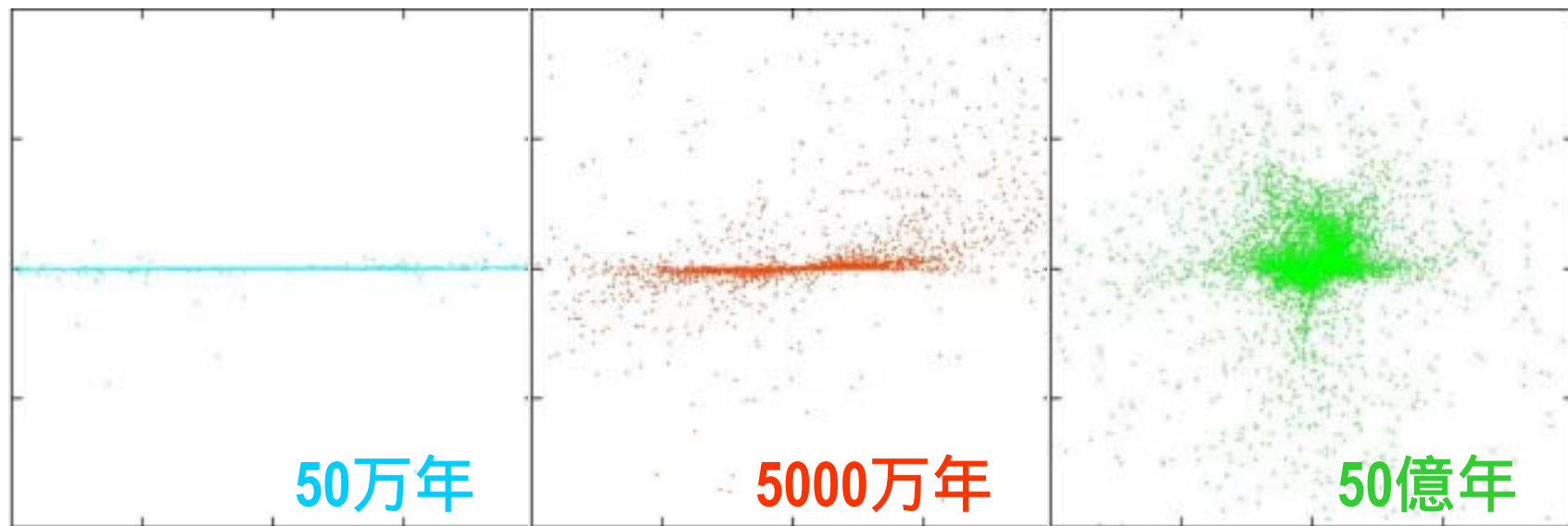
Breiter & Ratajczak (2005), Higuchi+(2007)

軌道要素(e, i, ω, Ω)の進化の例



空間分布の進化 (例)

x-z平面 : 20,000AU × 20,000AU



50万年

5000万年

50億年

平面状

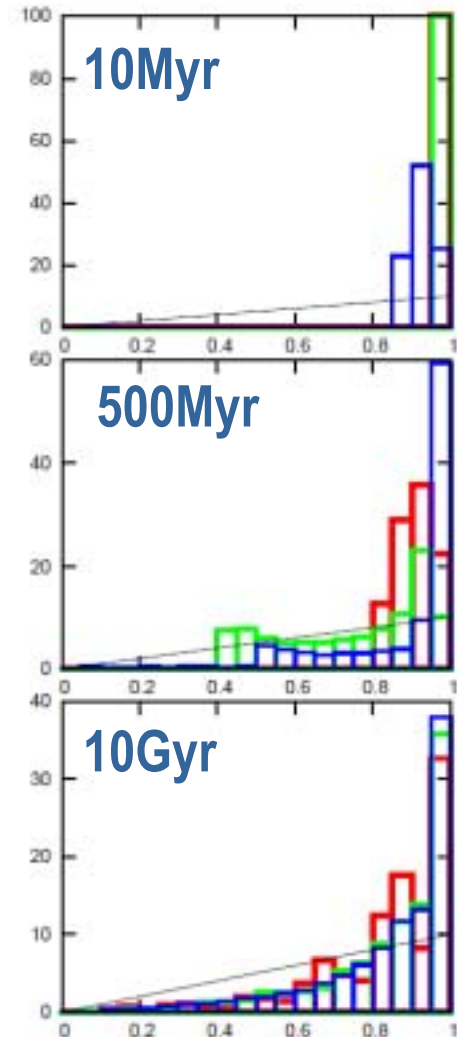
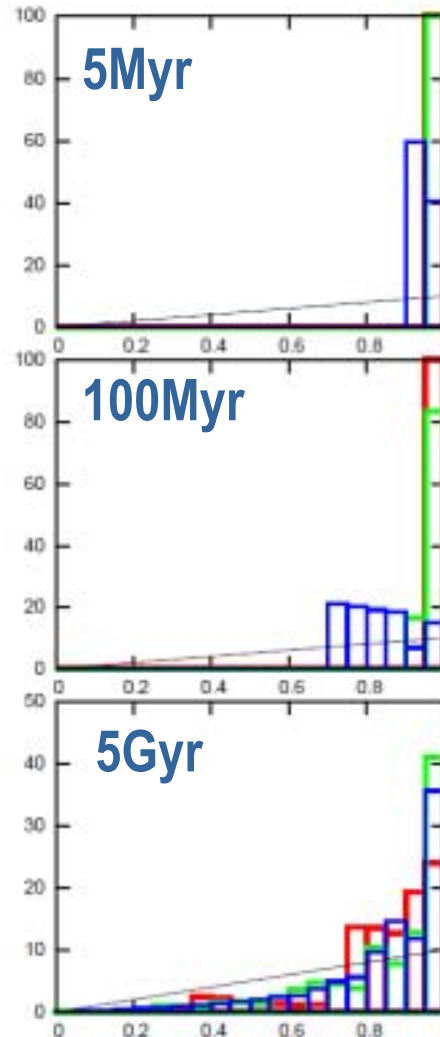
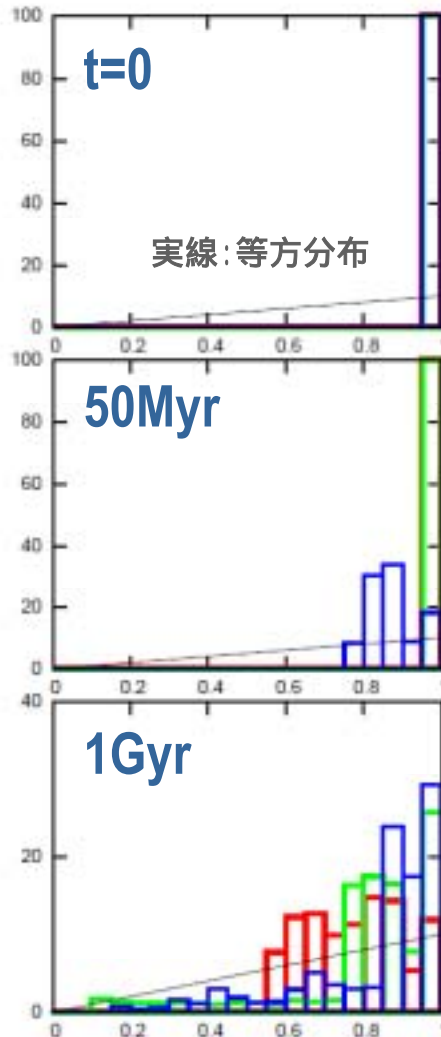
両端が跳ね
上がった平面状

非対称だが
ほぼ球状

離心率の進化

a_{initial} [AU]	10^4	2×10^4	4×10^4
---------------------------	--------	-----------------	-----------------

生き残り数に対する割合[%]

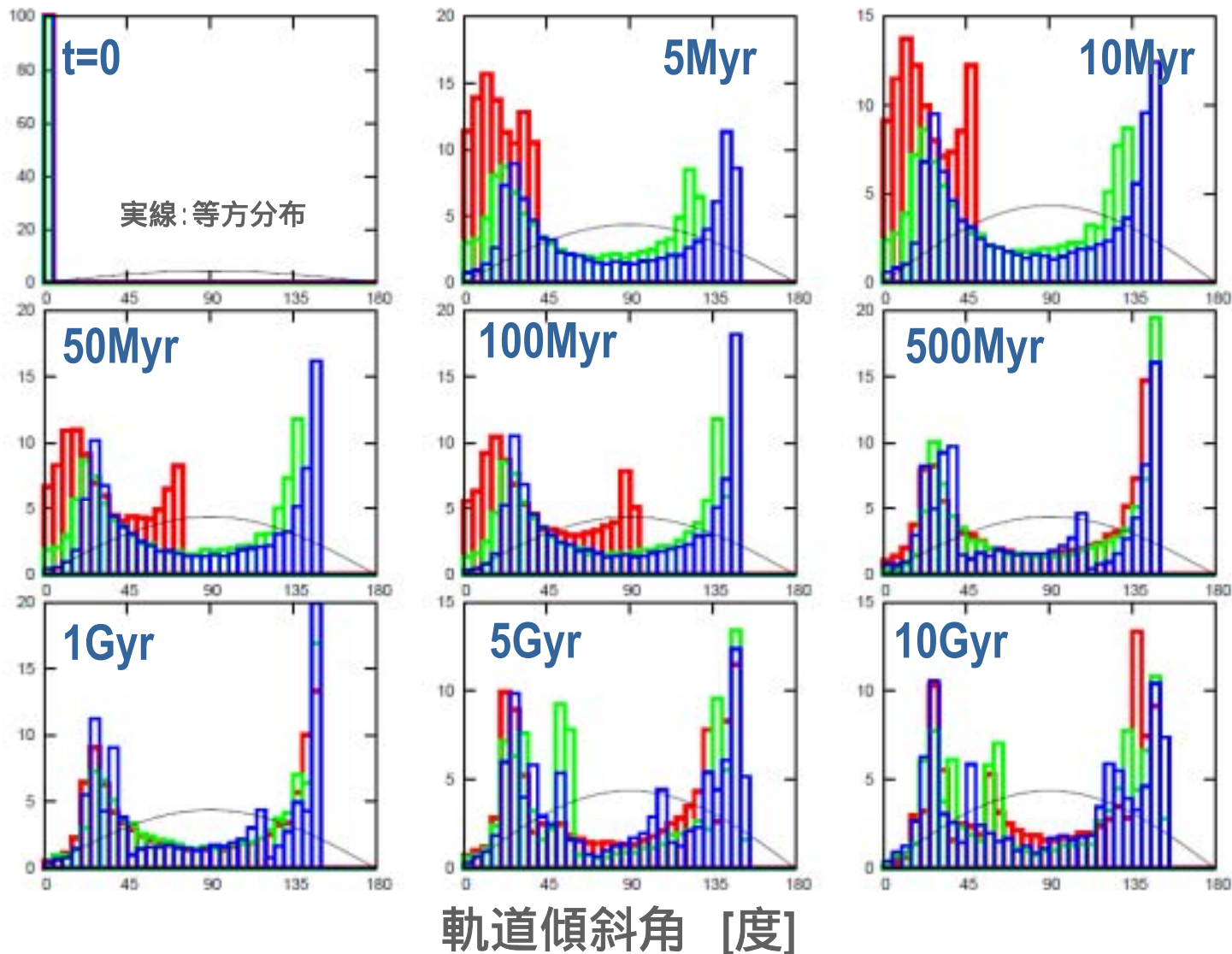


離心率

軌道傾斜角分布の進化

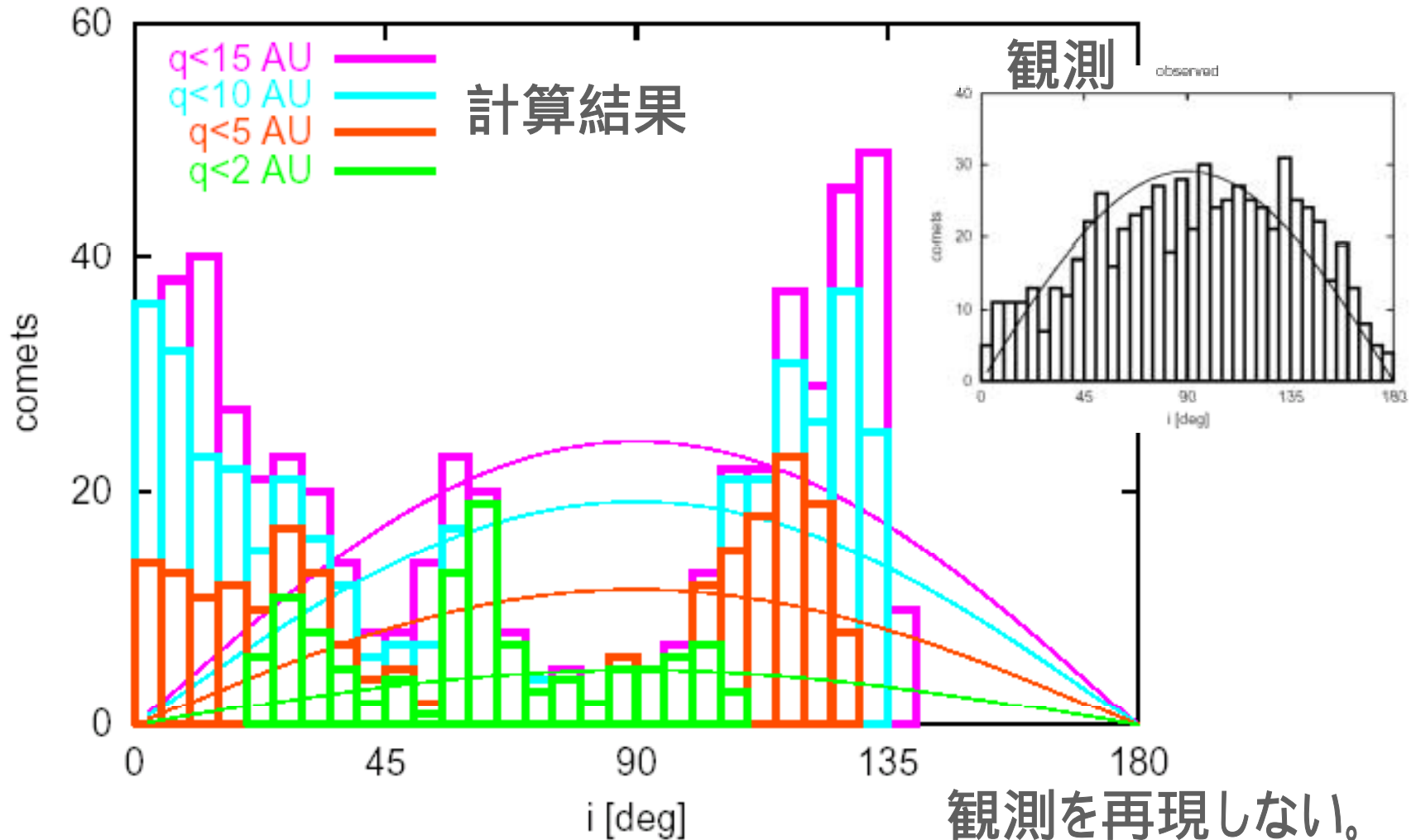
a_{initial} [AU]	10^4	2×10^4	4×10^4
---------------------------	--------	-----------------	-----------------

生き残り数に対する割合 [%]



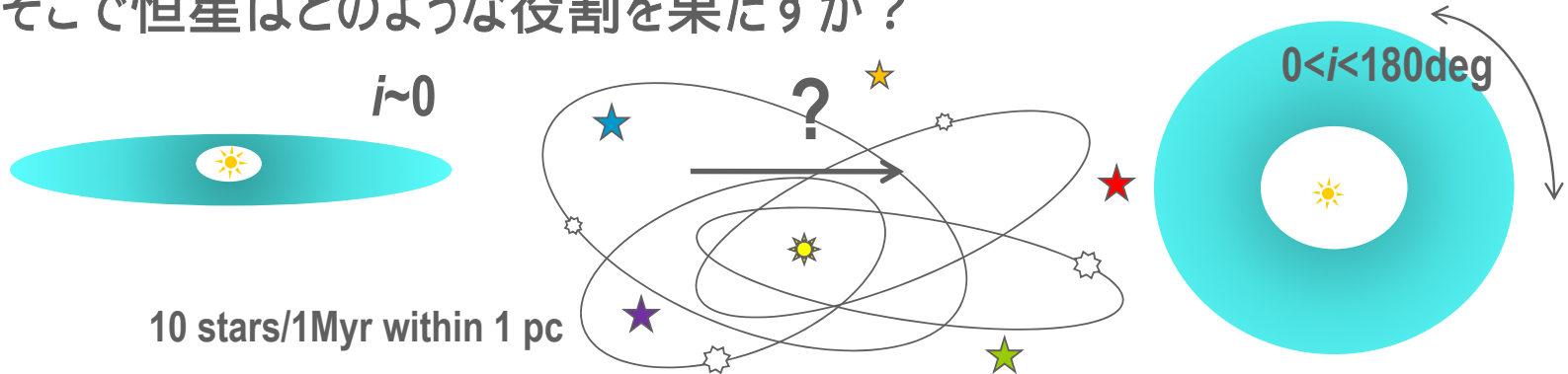
計算結果(50億年)と観測値の比較

長周期彗星として観測されうる、近日点距離が小さな微惑星を選び出して軌道傾斜角の分布を作ってみると...



恒星遭遇

銀河潮汐力だけでは、等方分布をもつオールト雲は形成されない。
そこで恒星はどのような役割を果たすか？



先行研究

- 等方分布を持つオールト雲からどのような長周期彗星が生成されるか？
e.g., Heisler et al. (1987), Dybczyński (2002)
 - 惑星・銀河潮汐力・恒星すべてを考慮したオールト雲形成の数値計算
e.g., Dones et al. (2004)
- オールト雲形成における恒星の役割は解明されたとはいえない

本研究

- 微惑星円盤からオールト雲への進化を計算する。
- 恒星遭遇の効果を衝撃近似を用いて調べる。

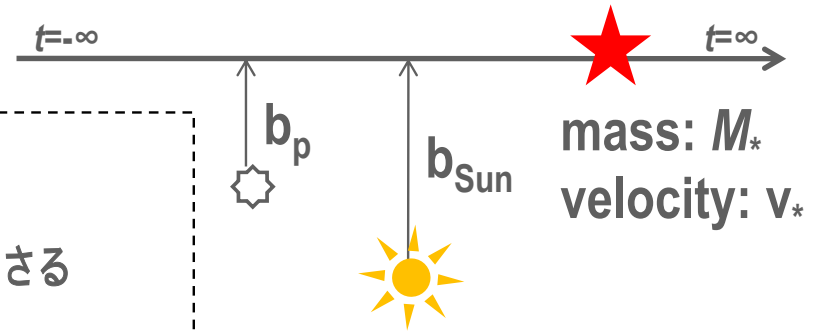
計算方法

衝撃近似

仮定

1. 微惑星は太陽に対して静止している
2. 恒星は無尽遠から太陽に近づき無限遠にさる
3. 恒星の速度は一定である

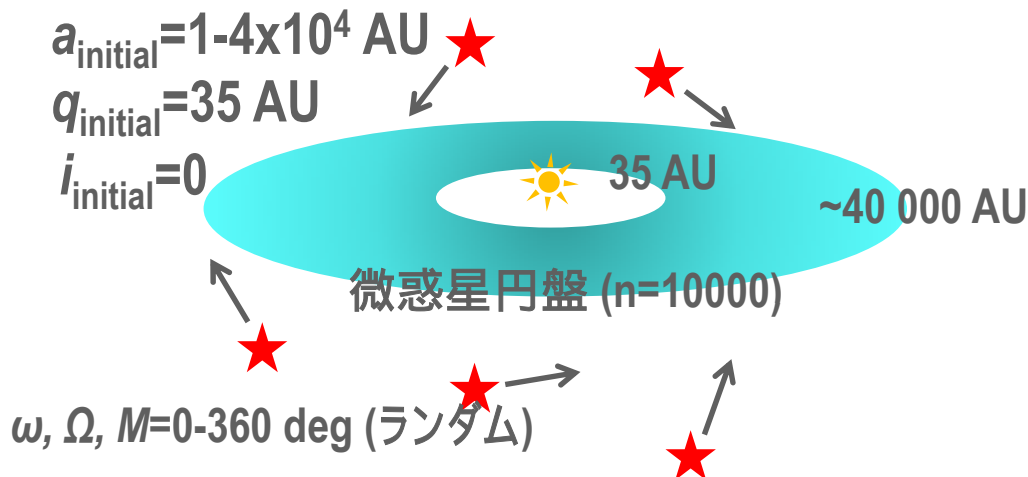
恒星遭遇による
太陽に対する微惑星の速度変化



$$\Delta \mathbf{v} = \frac{2GM_*}{v_*} \left(\frac{\mathbf{b}_p}{b_p^2} - \frac{\mathbf{b}_{\text{Sun}}}{b_{\text{Sun}}^2} \right)$$

e.g., Rickman (1976)

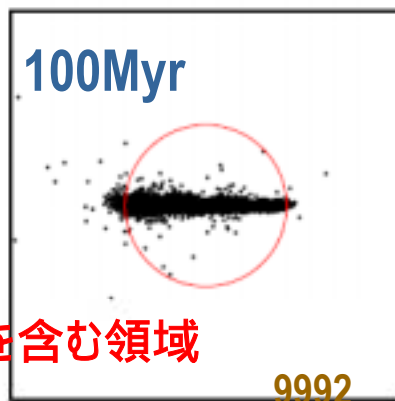
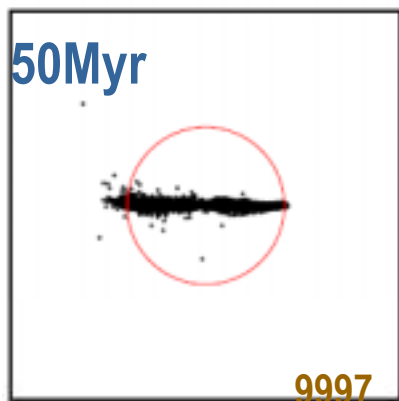
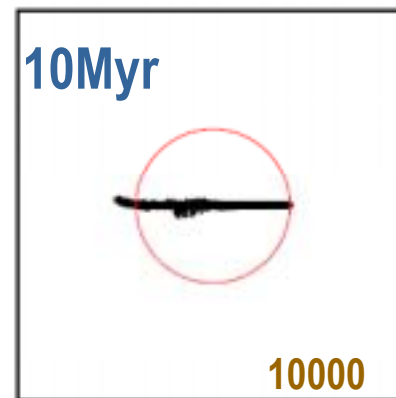
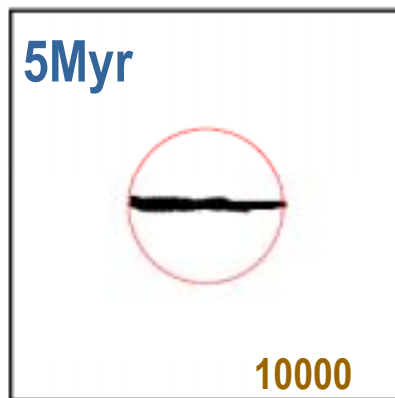
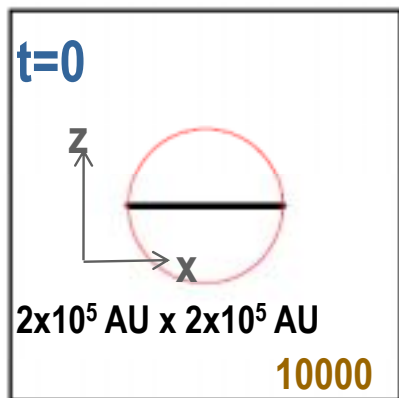
初期条件など



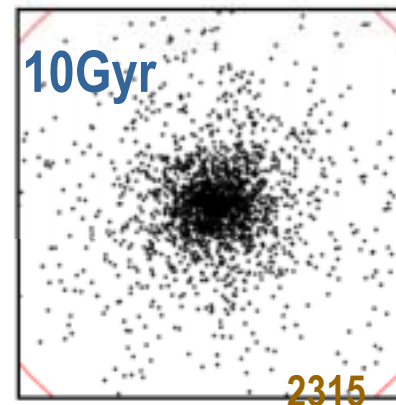
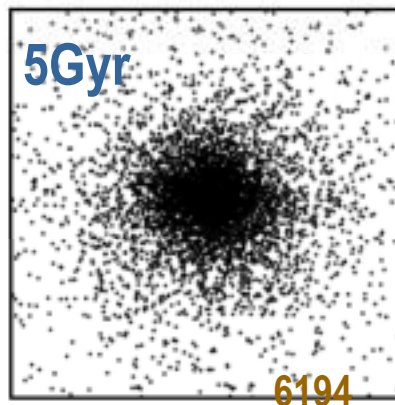
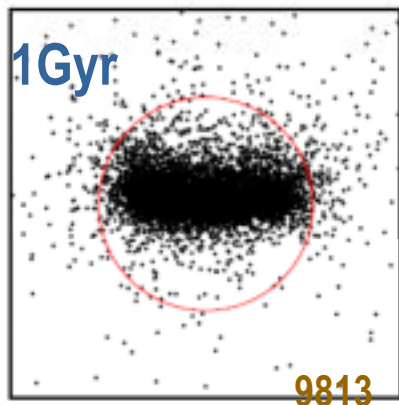
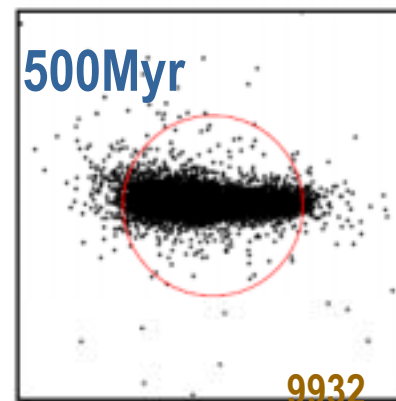
★ 恒星:

平均遭遇頻度:
100万年に10個(1 pc以内)
方向:ランダム

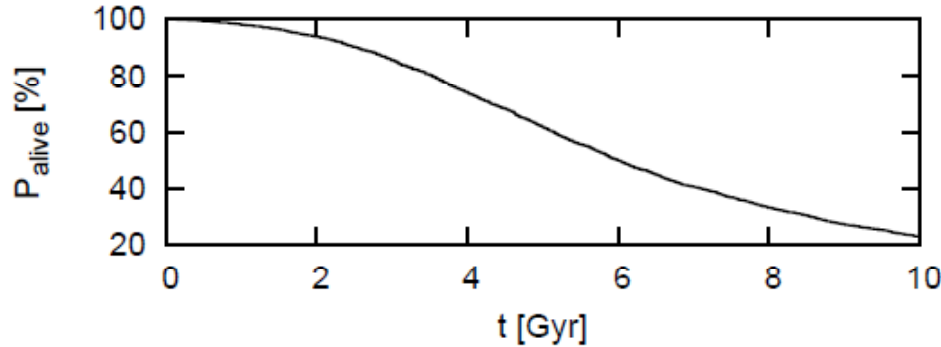
$M_* = 0.5 M_{\text{Sun}}$
 $v_* = 20 \text{ km/s}$



90%を含む領域



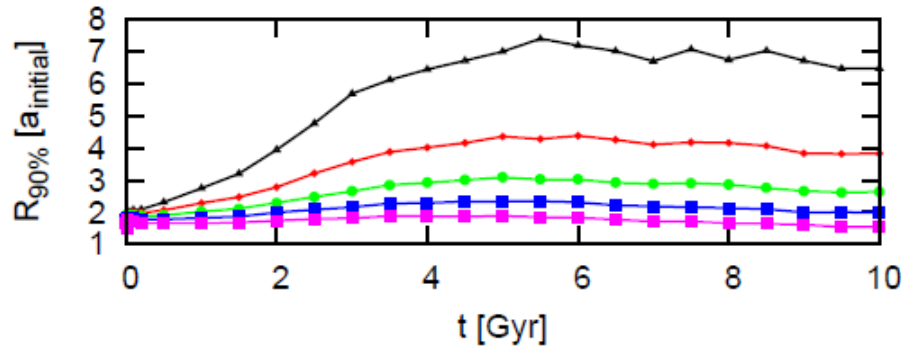
彗星個数



彗星($e < 1$) 個数

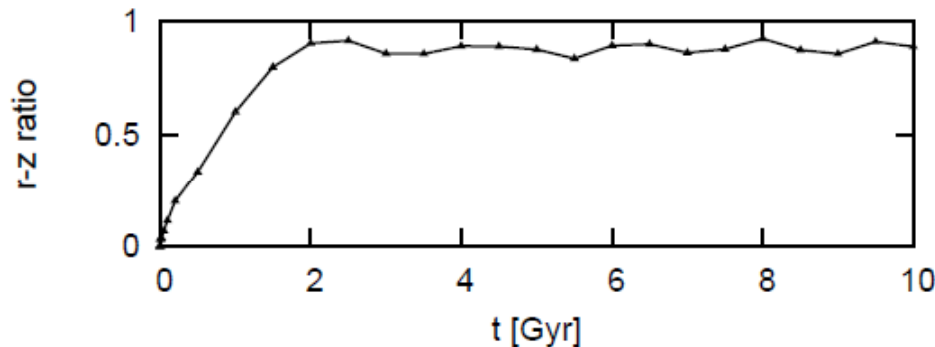
~80% @3Gyr
~50% @5Gyr
~20% @10Gyr

オールト雲の大きさ



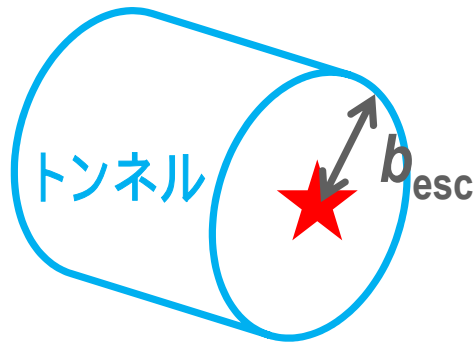
大きさ (90%, 80%, 70% ...):
大きくなり
最大@~5Gyr
小さくなる

オールト雲の形状



形状(円盤=0, 球=1):
球@~2Gyr

脱出する彗星個数の見積もり



★ 恒星がオールト雲を通過すると、恒星からの距離が b_{esc} にある彗星は脱出速度を得て星間空間へ脱出するので、オールト雲には半径が b_{esc} の細いトンネルが掘られる。

Weissman 1980

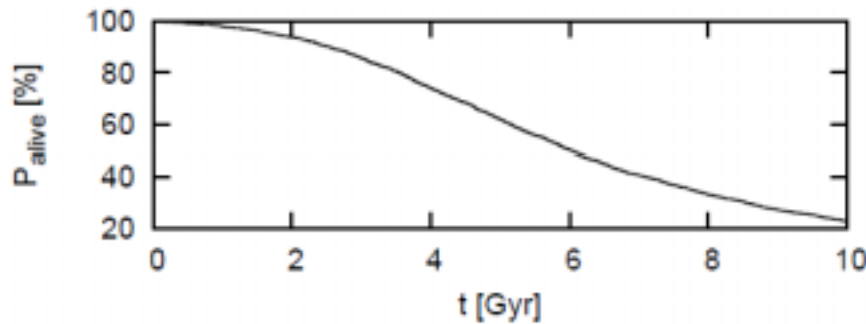
$$\Delta v(b_{\text{esc}}) = v_{\text{esc}} \Big|_r \equiv \sqrt{\frac{2GM_{\text{Sun}}}{r}}$$

太陽と彗星の距離 $r \cong b_{\text{Sun}}$

$$\rightarrow b_{\text{esc}} \cong \sqrt{\frac{2G}{M_{\text{Sun}}}} b_{\text{Sun}} \frac{M_*}{v_*}$$

オールト雲に生き残る彗星個数を時間の関数で表す

オールト雲が恒星と遭遇するたびに Δn_{esc} 個の彗星が減少する。

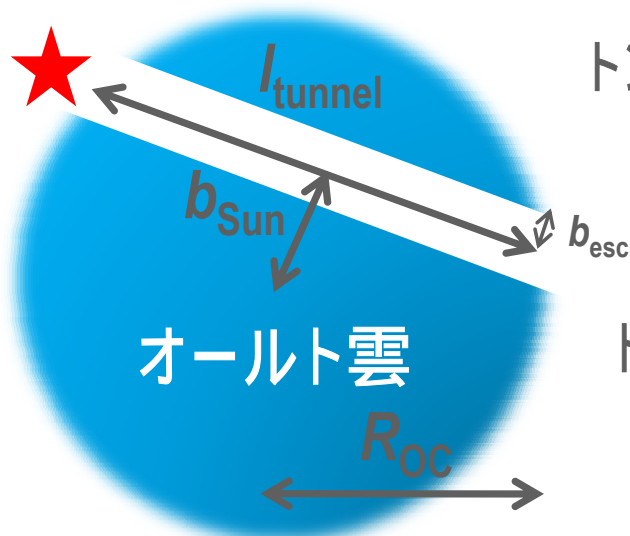


$$\begin{aligned} & \text{1回の脱出個数 } \Delta n_{\text{esc}} \\ &= \\ & \text{トンネル体積 } V_{\text{tunnel}} \\ & \times \\ & \text{オールト雲個数密度 } \rho_{\text{oc}} \end{aligned}$$

仮定

1. オールト雲は球状である。
2. 断面積は円で描かれる。
3. トンネルは断面積が一定の柱状である。
4. オールト雲の彗星個数空間密度は一様である。
5. 彗星は離心率が ~ 1 で、遠日点にいる。

恒星遭遇で平均したトンネル体積



トンネル半径:

$$b_{tunnel} \equiv b_{esc} \cong \sqrt{\frac{2G}{M_{Sun}}} b_{Sun} \frac{M_*}{v_*}$$

トンネルの長さ:

$$l_{tunnel} \cong 2\sqrt{R_{OC}^2 - b_{Sun}^2}$$

トンネル体積:

$$V_{tunnel} = \pi b_{tunnel}^2 l_{tunnel} \cong 4\pi^2 G \frac{b_{Sun}}{M_{Sun}} \frac{m_*^2}{v_*^2} \sqrt{R_{OC}^2 - b_{Sun}^2}$$

太陽近傍の恒星密度は一様であると仮定する

$$\frac{dn}{db_{Sun}} \propto b_{Sun}$$

n_{SE} 回の恒星遭遇で平均したトンネル体積

$$\langle V_{tunnel} \rangle = \frac{1}{n_{SE}} \int V_{tunnel} dn \approx \frac{4\pi^2 G}{M_{Sun}} \frac{m_*^2}{v_*^2} R_{OC}^2$$

オールト雲の彗星個数密度の減少

k 回の恒星遭遇後のオールト雲彗星個数: $N_k = N_{k-1} - \langle V_{\text{tunnel}} \rangle \times \rho_{\text{OC}}^{k-1}$

k 回の恒星遭遇後のオールト雲の彗星個数密度: $\rho_{\text{OC}}^k = \frac{N_k}{V_{\text{OC}}}$

初期個数と恒星遭遇回数 n で表した
彗星個数

$$N_n = N_{\text{initial}} \left(1 - \frac{\langle V_{\text{tunnel}} \rangle}{V_{\text{OC}}} \right)^n$$

恒星遭遇回数

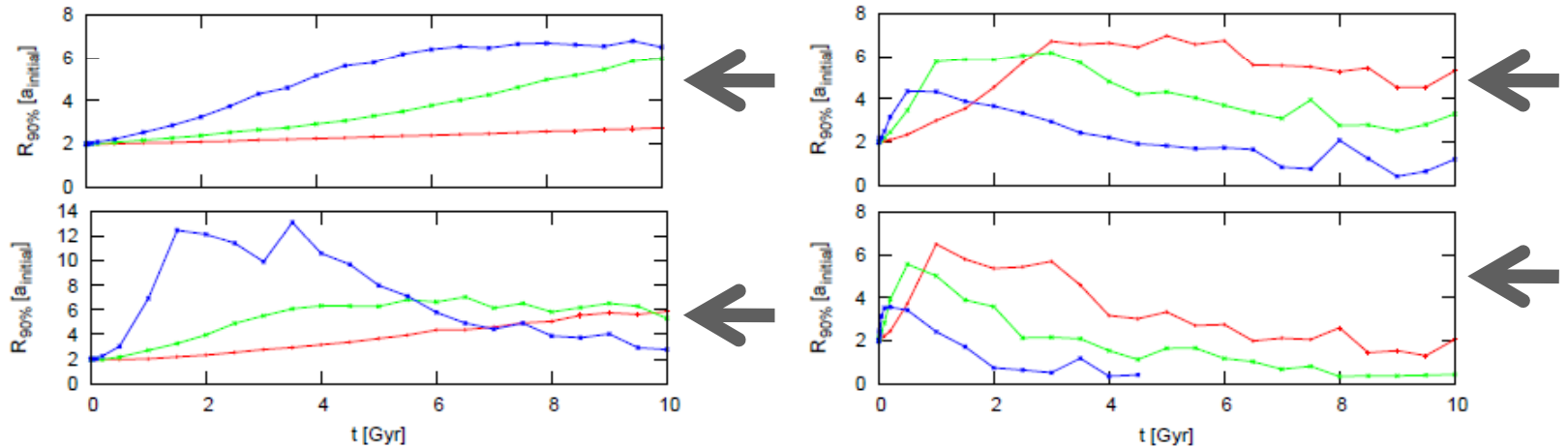
太陽から R_{OC} 以内での恒星遭遇回数/1Myr: $f_{\text{OC}} = f_{\text{enc}} \left(\frac{R_{\text{OC}}}{1\text{pc}} \right)^2$
 f_{enc} : 太陽から1 pc以内での平均遭遇回数/1Myr (~10)

時間 t [Myr]の関数で表した太陽から R_{OC} 以内での
恒星遭遇回数

$$n = f_{\text{enc}} \left(\frac{R_{\text{OC}}}{1\text{pc}} \right)^2 t$$

オールト雲の半径

オールト雲の大きさは時間とともに変化するが、
大きさのめやす(90%を含む半径)



以上を代入すると、

$$R_{\text{OC}} = 5a_{\text{initial}} \text{ とする。}$$

オールト雲彗星の
生き残り確率

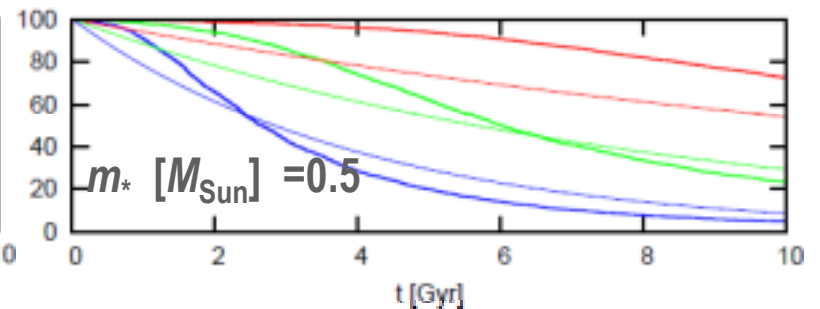
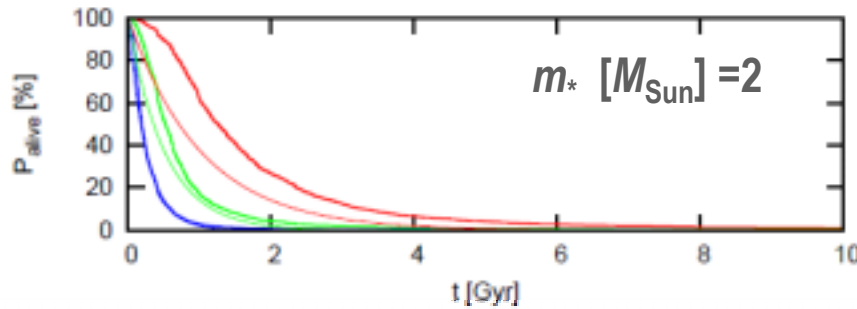
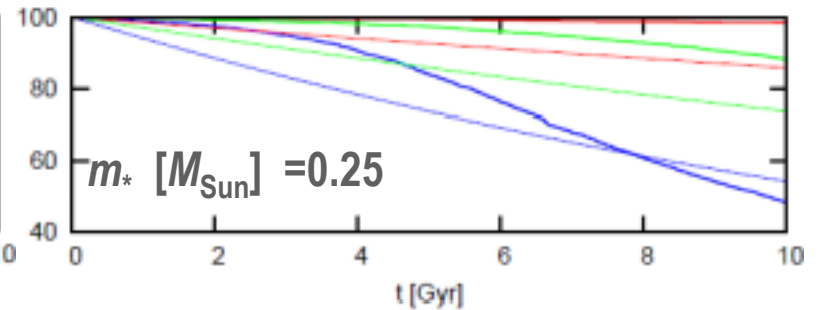
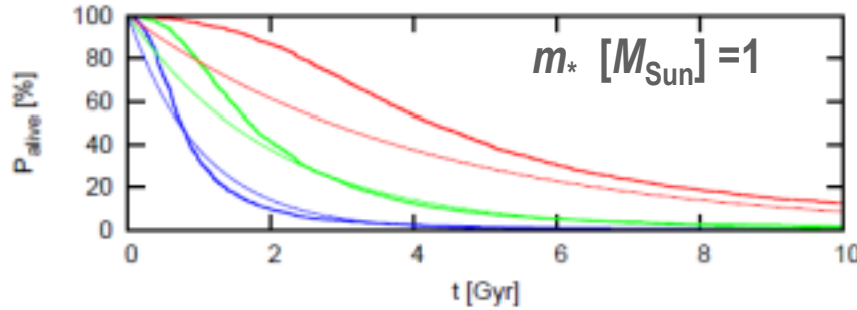
$$P_{\text{alive}} = \frac{N_n}{N_{\text{initial}}} = \left(1 - \frac{3\pi}{5a_{\text{initial}}} \frac{m_*^2}{v_*^2} \right)^{f_{\text{enc}} \left(\frac{5a_{\text{initial}}}{1\text{pc}} \right)^2 t}$$

と書ける。

数値計算結果との比較

太線: 数値計算 細線: トンネルでの見積もり

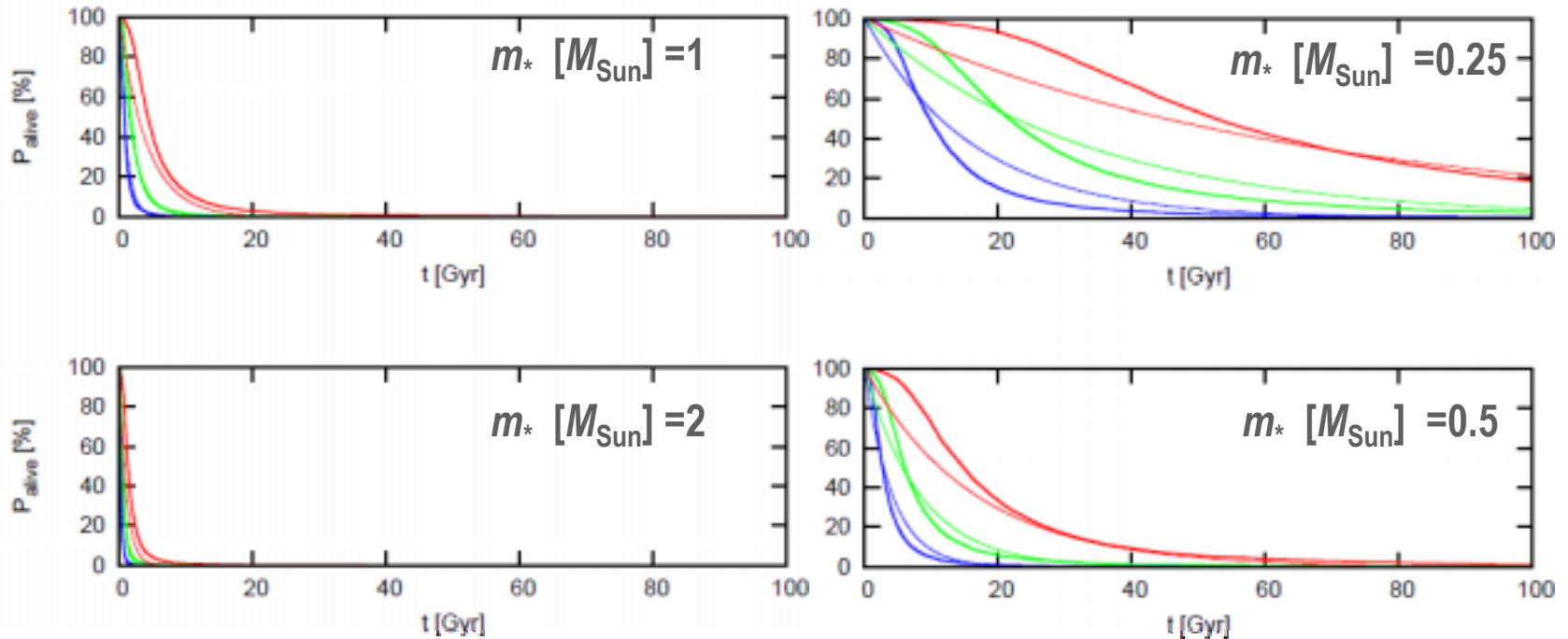
a_{initial} [AU]	10 ⁴	2x10 ⁴	4x10 ⁴
---------------------------	-----------------	-------------------	-------------------



数値計算結果との比較

太線: 数値計算 細線: トンネルでの見積もり

a_{initial} [AU]	10 ⁴	2x10 ⁴	4x10 ⁴
---------------------------	-----------------	-------------------	-------------------



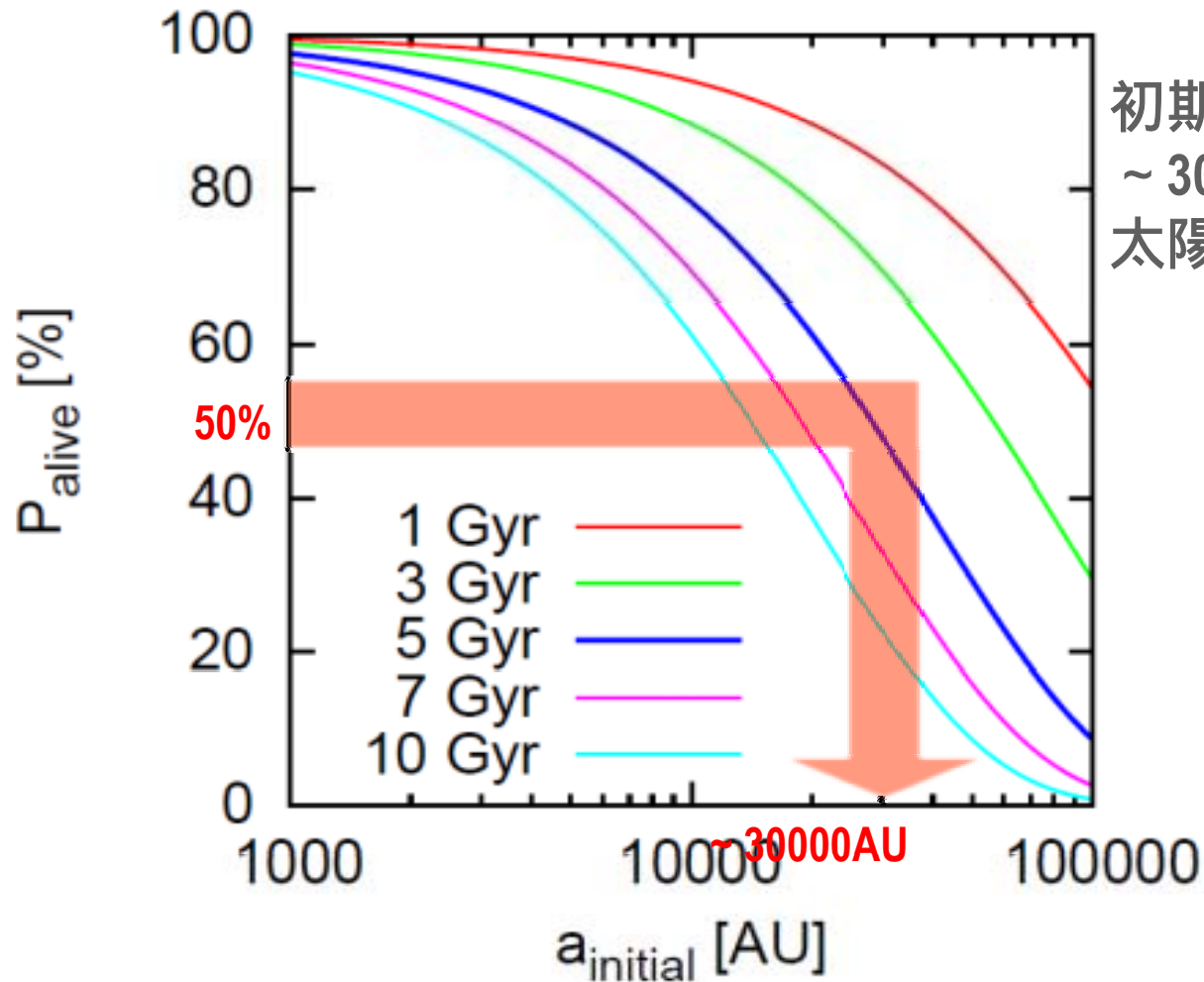
$P_{\text{alive}} > \sim 50\%$

仮定が壊れて大きくずれる:

- $R_{\text{oc}} \neq \text{const.}$, $R_{\text{oc}} < 5a_0$
- 球ではなく円盤形状

トンネル見積もりの式は進化の後半/
大きな a_{initial} & m_* の場合は有効

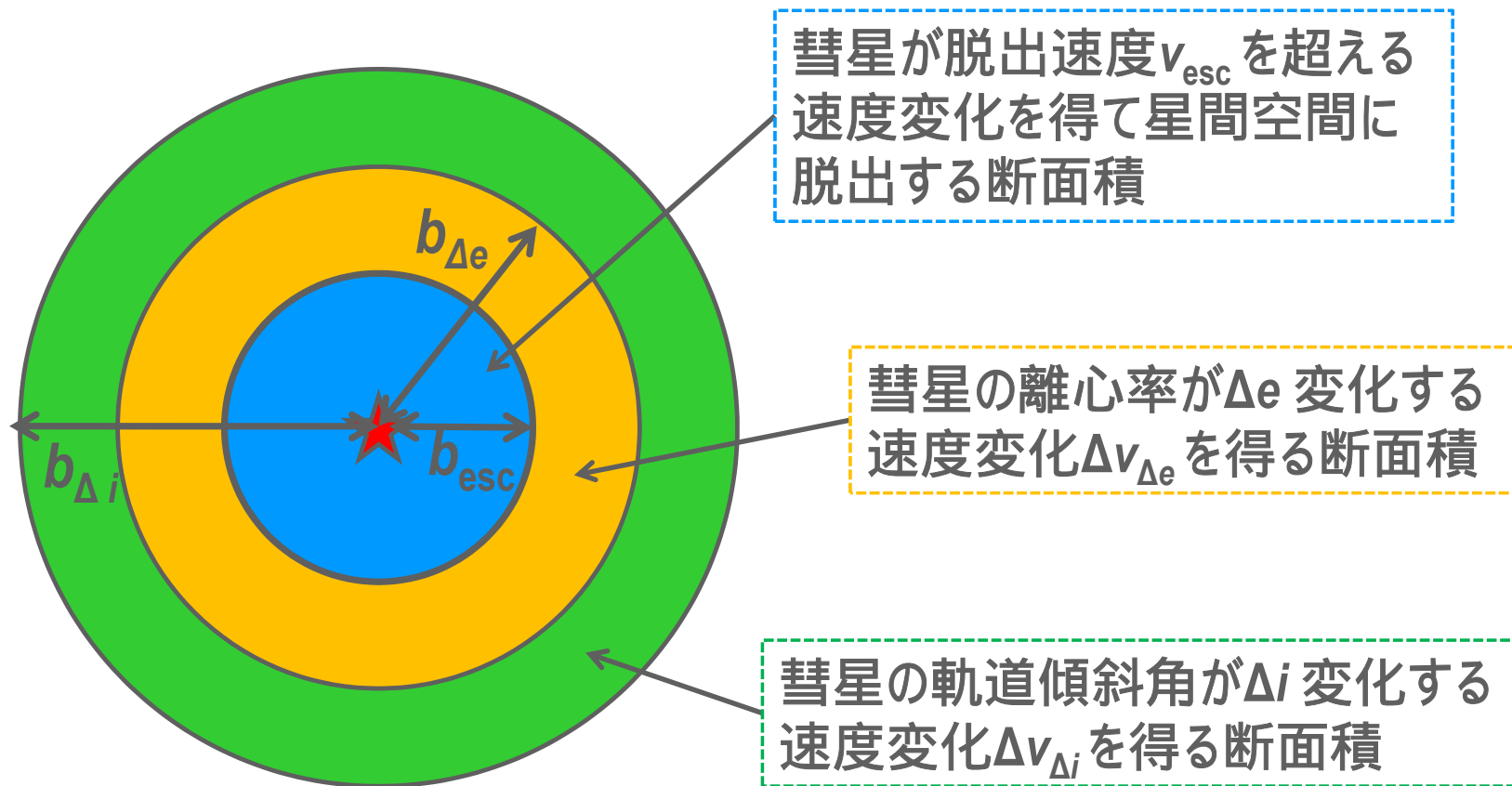
オールト雲の半減期



初期軌道長半径が
~ 30000AUで半減期は
太陽系年齢程度になる。

脱出以外について

恒星に近い中心付近は彗星の脱出により穴(トンネル)があく。
そのすぐ外側には、軌道要素が大きく変化する領域が存在する。



彗星の離心率が Δe 変化する速度変化 $\Delta v_{\Delta e}$ を得る断面積

離心ベクトルを変形して以下を得る($\Delta v \gg v$ として v の項は落とす)。

$$\Delta e = \frac{r(\Delta v)^2}{GM_{\text{Sun}}} \xi \quad \xi: \text{速度変化の向きを表す乱数(平均値}=\pi/4\text{)}$$

Δv について解く。

$$\Delta v_{\Delta e} = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sun}}}{r} \frac{\Delta e}{\xi}}$$

衝撃近似より、 $\Delta v_{\Delta e}$ を与えるインパクトパラメタはこのように書ける。

$$b_{\Delta e} = 2 \sqrt{\frac{G}{M_{\text{Sun}}} \frac{\xi}{\Delta e} b_{\text{Sun}}} \frac{M_*}{v_*} \approx \sqrt{2} b_{\text{esc}}$$

$\Delta e \sim 1$ として、 $\xi/\Delta e \sim 1$ とした。

円軌道化する/
離心ベクトルが90度変化する

分布の等方化のため

彗星の軌道傾斜角が Δi 変化する速度変化 $\Delta v_{\Delta i}$ を得る断面積

角運動量ベクトルを変形して以下を得る。

$$\Delta i = \arctan \frac{\Delta v_z}{v + \Delta v_y}$$

$\Delta i=90$ 度をめやすとすると、それを満たすためには、
 $\Delta v > v$ (遠日点での速度)が必要条件となる。

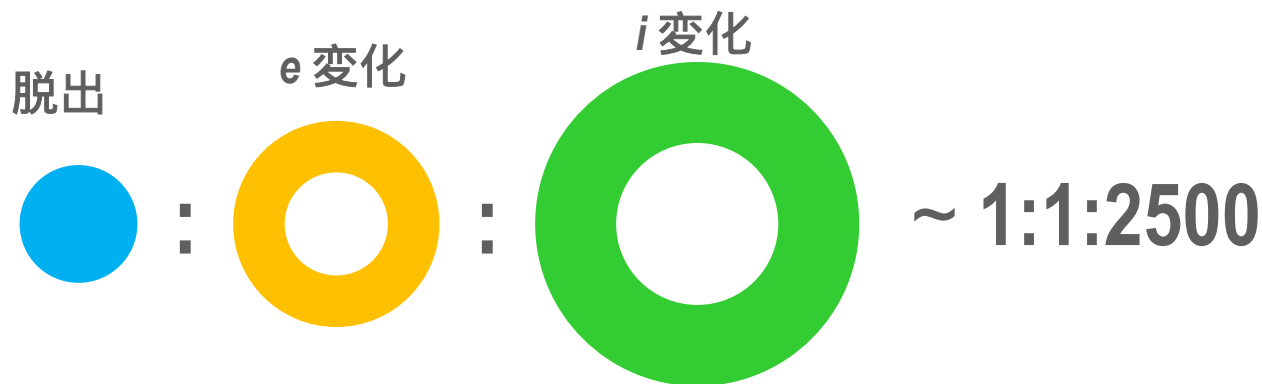
遠日点での速度とつなぎ、
$$v_{\text{aphelion}} = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sun}}}{r} (1-e)} = \Delta v_{\Delta i}$$

衝撃近似より、 $\Delta v_{\Delta i}$ を与えるインパクトパラメタはこのように書ける。

$$b_{\Delta i} = 2 \sqrt{\frac{G}{M_{\text{Sun}}} \frac{b_{\text{Sun}}}{1-e} \frac{M_*}{v_*}} \approx 50 b_{\text{esc}}$$

ここで、 $1/(1-e) \sim 10^3$ とした。

トンネル断面積比からわかること



1個の彗星が星間空間に脱出すると、

- ~ 1個の彗星が最大で $\Delta e \sim 1$ の変化を受ける。
- ~ 2500個の彗星が最大で $\Delta i \sim 90$ 度の変化を受ける。

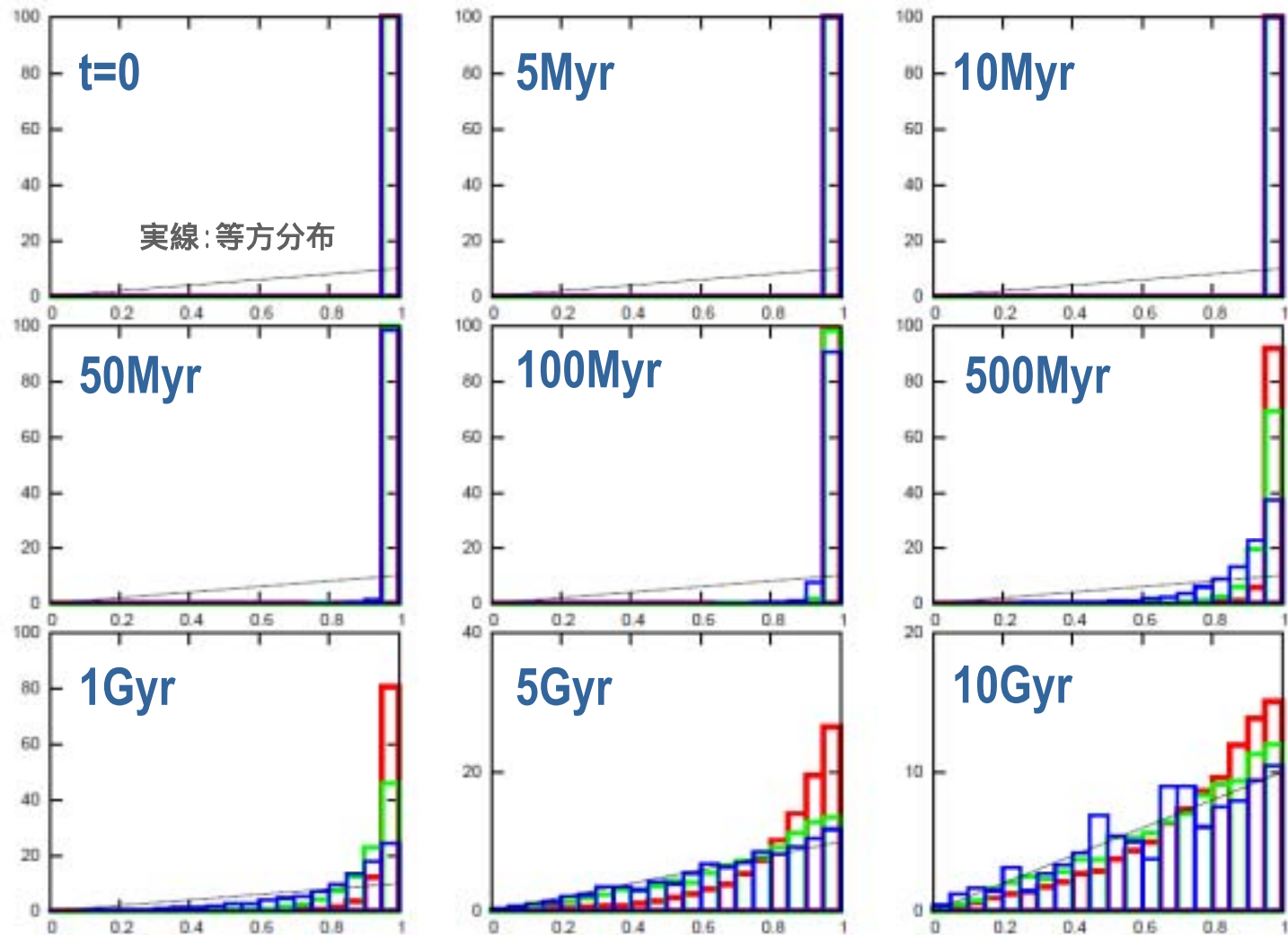


- 彗星を失わずに分布を等方化させるのはむずかしい。
- 軌道傾斜角は離心率に比べて3桁ほど速く初期値を忘れる。

離心率分布の進化

a_{initial} [AU]	10 ⁴	2x10 ⁴	4x10 ⁴
---------------------------	-----------------	-------------------	-------------------

生き残り数に対する割合[%]



離心率

軌道傾斜角分布の進化

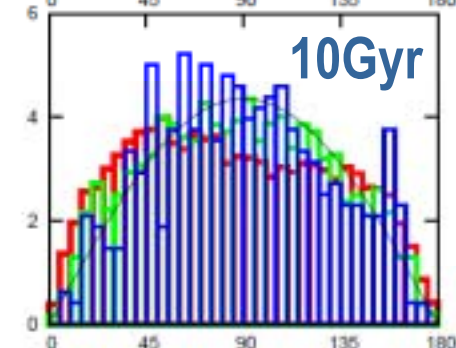
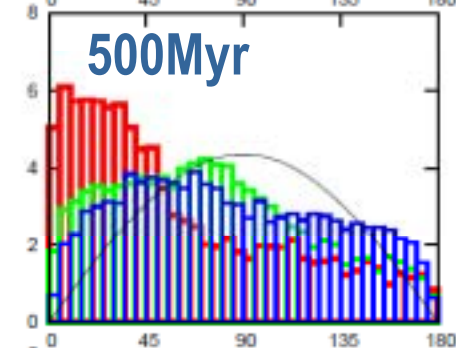
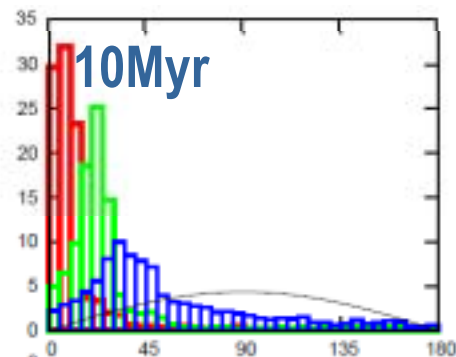
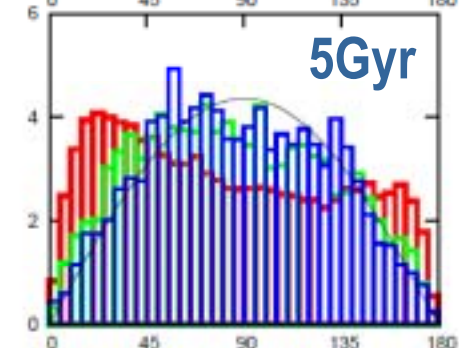
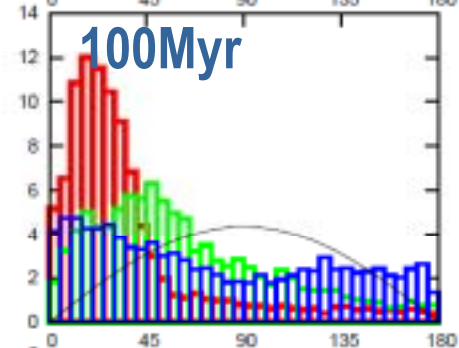
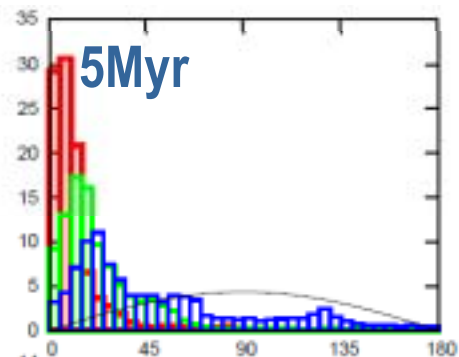
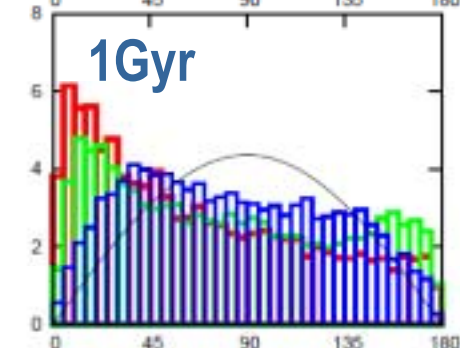
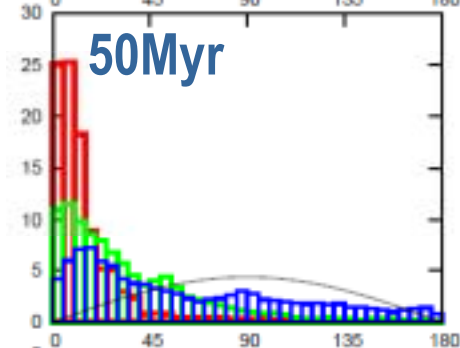
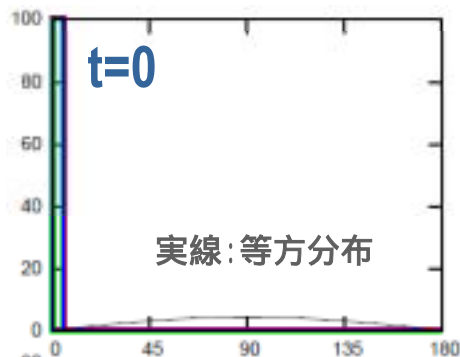
a_{initial} [AU]

10^4

2×10^4

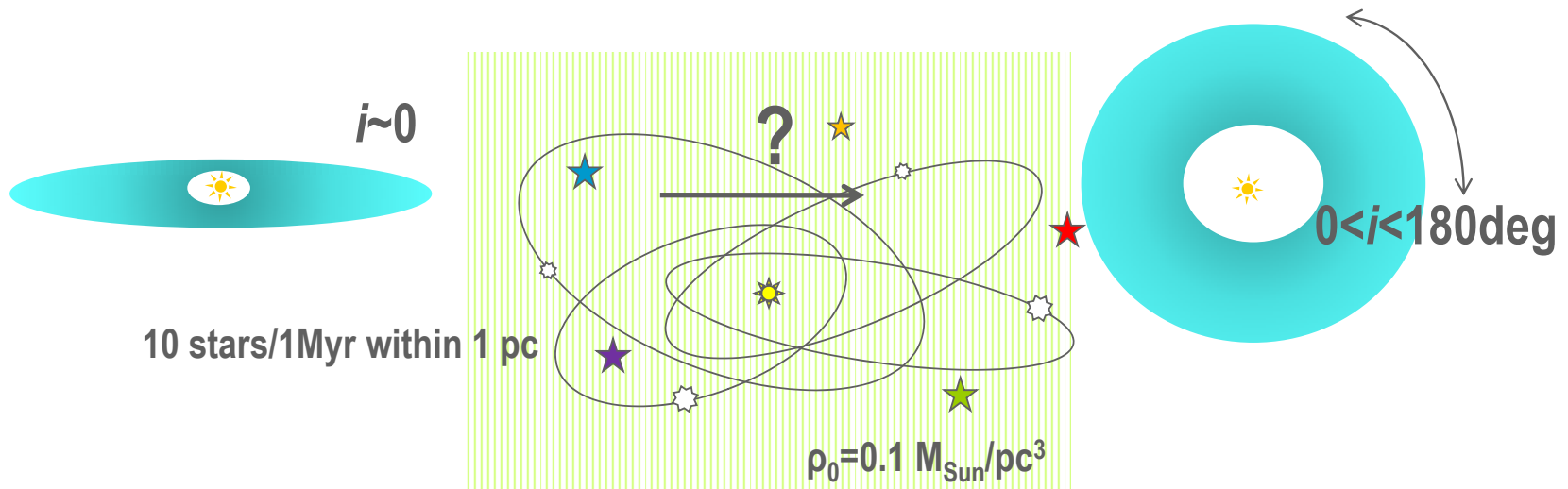
4×10^4

生き残り数に対する割合 [%]



軌道傾斜角 [度]

銀河潮汐力&恒星遭遇



銀河潮汐力

$$T_G = -4\pi G \rho_0 z$$

G : gravitational constant
 ρ_0 : local galactic density
 z : position from the
galactic mid plane

a (=1/energy): 変化しない (エネルギー保存)

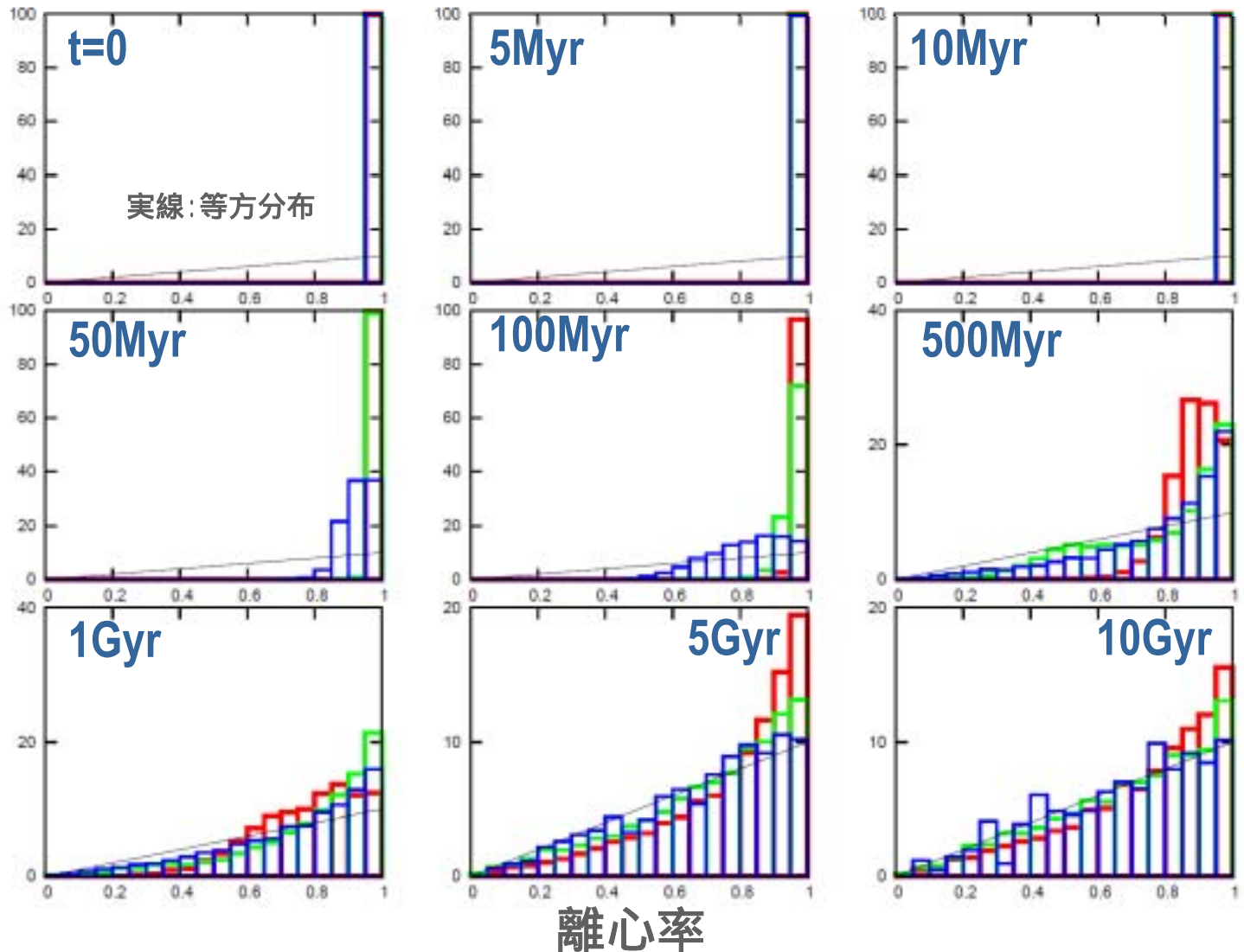
e, i_G (銀河面からの傾斜角): 振動 (角運動量保存)

Ω, ω (銀河面を基準としたもの): 秤動/回転

離心率の進化

a_{initial} [AU]	10^4	2×10^4	4×10^4
---------------------------	--------	-----------------	-----------------

生き残り数に対する割合[%]



軌道傾斜角分布の進化

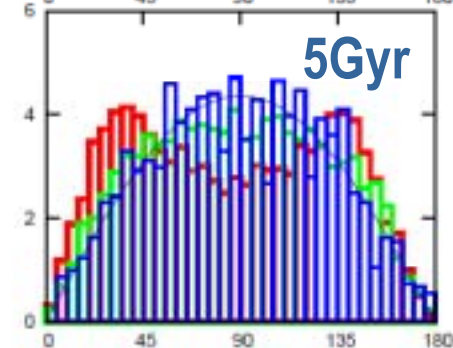
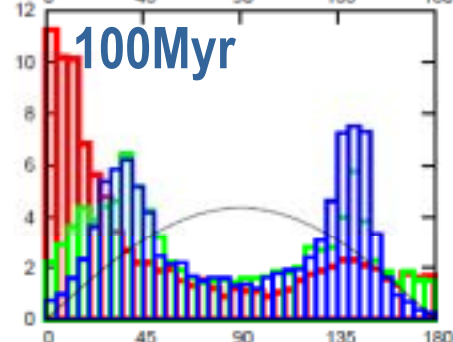
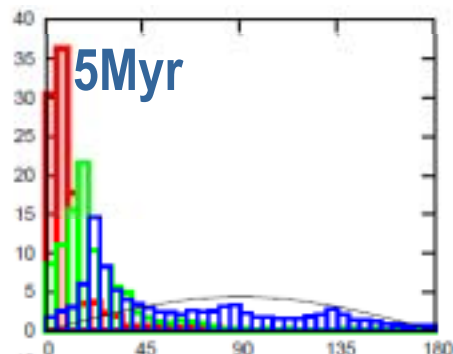
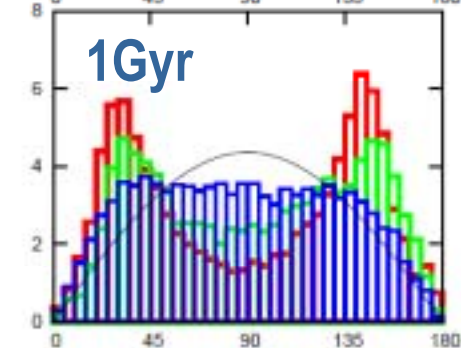
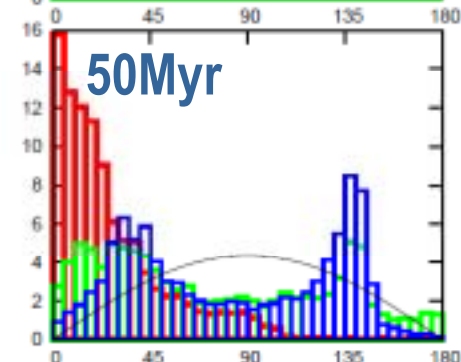
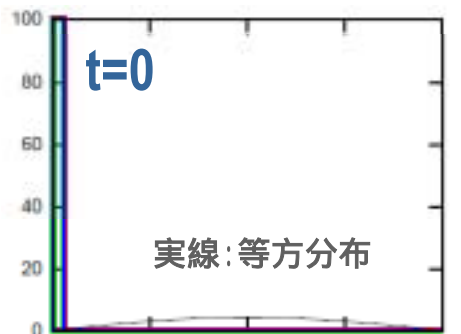
a_{initial} [AU]

10^4

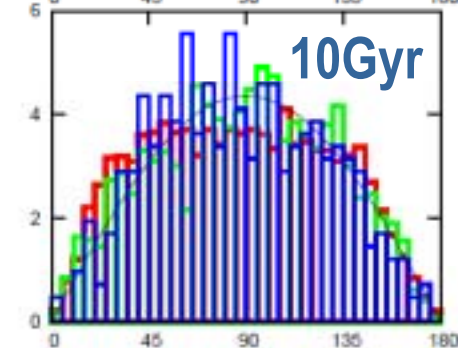
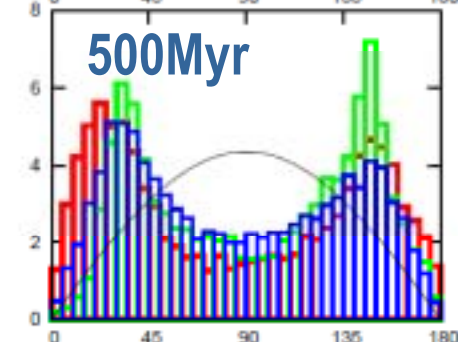
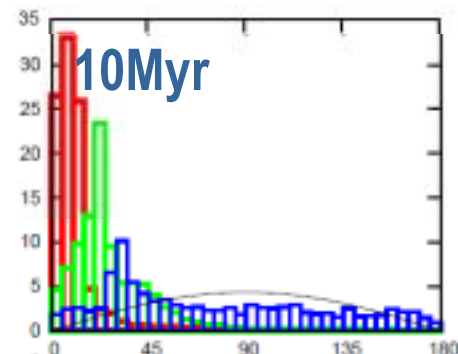
2×10^4

4×10^4

生き残り数に対する割合 [%]

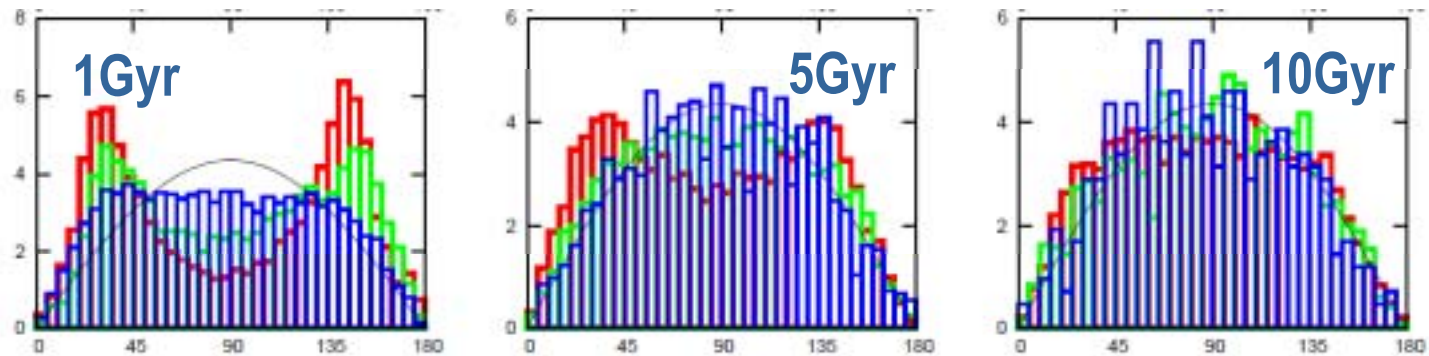


軌道傾斜角 [度]

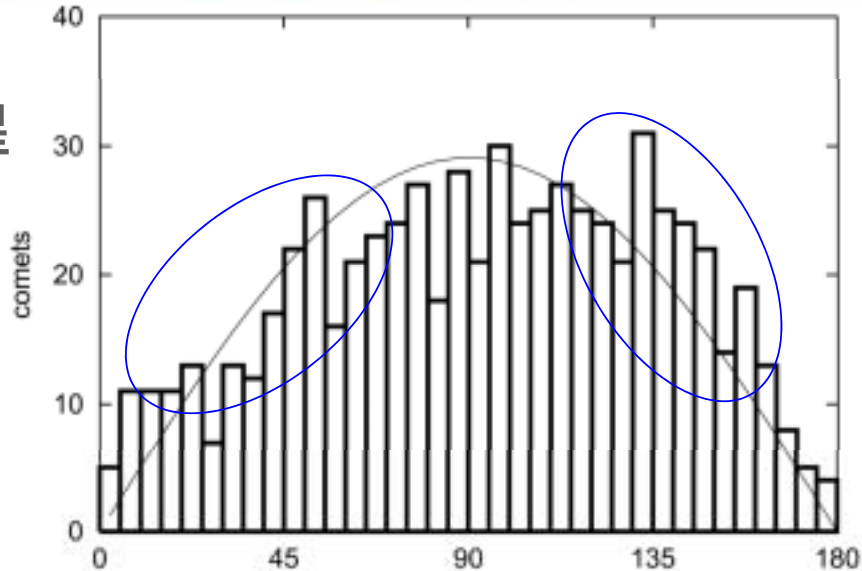


観測との比較

計算結果では(特に内部)オールト雲には軌道傾斜角分布に銀河潮汐力によるピークが見られる。



長周期彗星
の観測



?

観測と矛盾しないような...

まとめ

オールト雲形成を説明すべく、各素過程を調べた。

	考える摂動	手法	結果		
			空間分布	軌道傾斜角	個数
	惑星(1個)	運動方程式を数値積分	外側に広がる	あまり変化しない	多くが太陽系外に脱出
	銀河潮汐力 (鉛直成分)	ポテンシャルを軌道平均し惑星方程式に代入	初期は非対称・いずれ球対称に近づく	非等方で特徴的な分布 (2個のピーク)	変化しない(エネルギー保存)
	1pc以内の恒星遭遇	衝撃近似法で速度変化を与える	ゆっくり球対称に近づく	平坦な分布を経て等方分布に近づく	分布が等方になる頃にはほとんどが脱出
	+	、 を合わせた解析的手法	、 のみより早く球対称に近づく	、 のみより早く等方分布に近づくが、2個のピークも見える。	分布が等方になる頃にもある程度残っている

- 恒星遭遇による彗星個数の減少を簡単に記述できた
- 銀河潮汐力 + 恒星遭遇でオールト雲は形成されそう
- 観測と比較したい(変なピークが見える?)