

人工衛星・惑星探査機の軌道設計

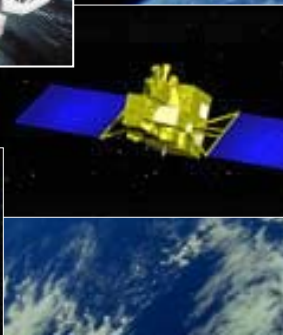
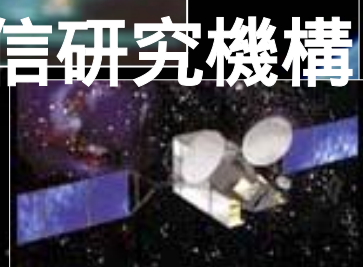
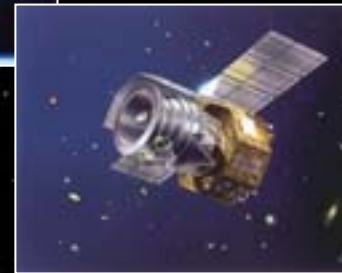
山川 宏

JAXA・宇宙科学研究本部
宇宙航行システム研究系

天体力学・N体力学研究会

平成18年3月1-3日

情報通信研究機構



昨日まで、赤外線天文衛星ASTRO-F(あかり)運用中

205sec
第3段モータ点火
第3段制御開始
3rd stage ignition
3rd stage control start



202sec
第3段ノズル伸展
3rd stage nozzle extension



200sec
第2段分離
2nd stage separation



186sec
開頭
Nose fairing open



第2段制御
2nd stage control



75sec
第2段モータ点火
第1段分離
2nd stage ignition
1st stage separation



第1段制御
1st stage control



0sec
第1段モータ点火
1st stage ignition



347sec
姿勢反転開始
Attitude turn start



430sec付近
姿勢反転終了
Attitude turn end



SJ制御
SJ control



519sec
衛星分離
Spacecraft separation



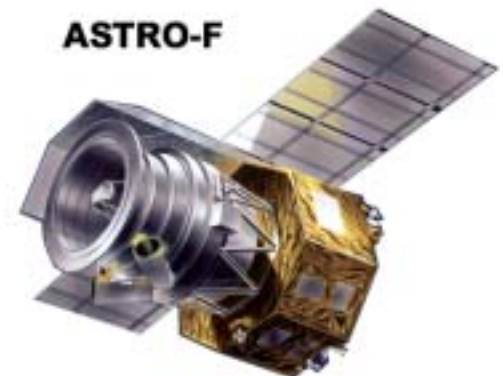
110min程度
太陽電池パドル展開
SAP panel deploy

2006.2.22. 06:28 JST打上げ
M-Vロケット8号機
鹿児島県・内之浦宇宙空間観測所

人工衛星「あかり」

地球周回・太陽同期軌道
高度750km円軌道
軌道傾斜角9.8度

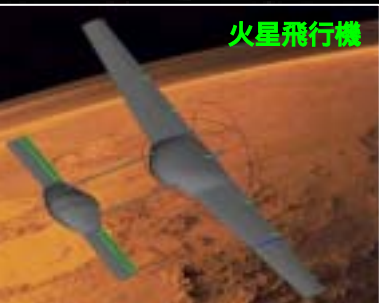
M-V-8 タイムシーケンス



2025年の宇宙観測・太陽系探査

次世代惑星間航行技術
(太陽光圧利用等)、

探査技術による太陽系
探査ミッション

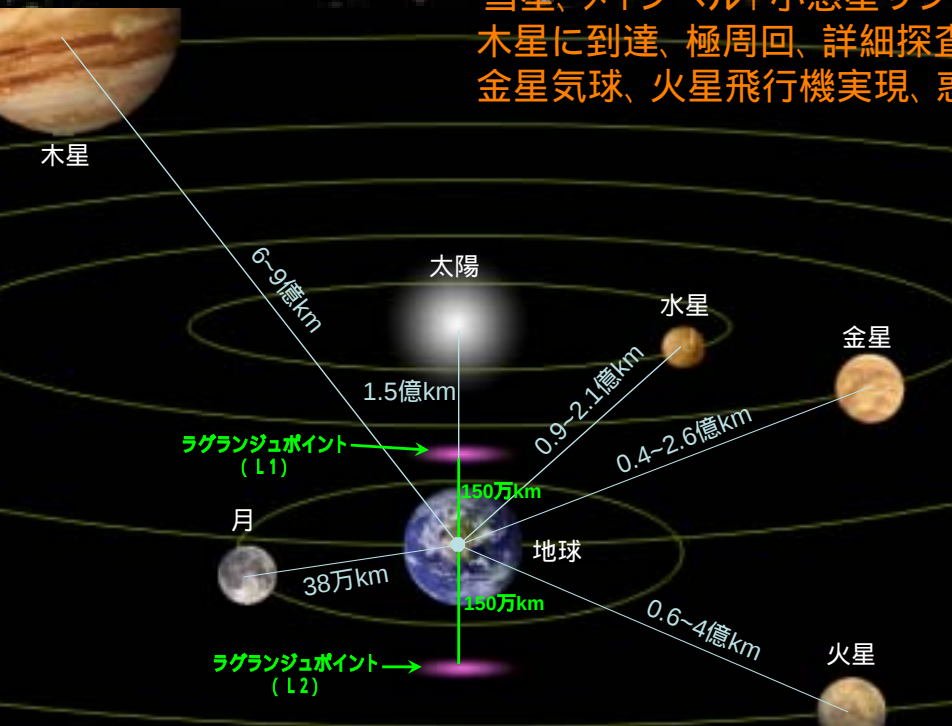


宇宙の果てまでの観測

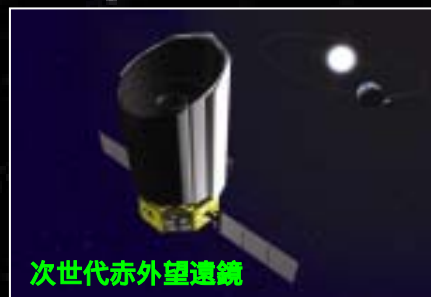
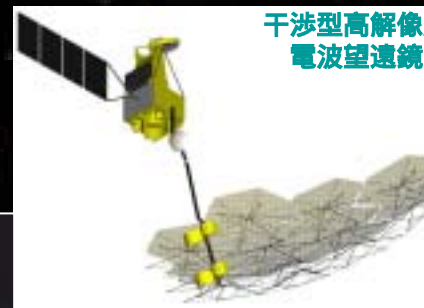
宇宙で最初の銀河とブラックホールの発見
太陽系外の地球型惑星に生命の兆候を探索
暗黒エネルギーの正体の解明

太陽系全域への到達

彗星、メインベルト小惑星サンプルリターン
木星に到達、極周回、詳細探査
金星気球、火星飛行機実現、惑星気候の解明



編隊飛行技術、編隊観測技
術により、ラグランジュ点に
展開する宇宙望遠鏡



軌道工学と天体力学－ 1

軌道工学：扱う時間がせいぜい10年

地球周回衛星	数年～10年
地球～火星・金星	6～10ヶ月
地球～水星・木星	3～5年

軌道工学と天体力学ー 2

軌道工学：扱う天体がせいぜい10天体

基本は2体問題(月・惑星探査)

3体問題も重要(ラグランジュ点)

4体問題(太陽・地球・月・衛星)

最終的に、太陽、地球～土星、月

軌道工学と天体力学ー 3

軌道工学：擾乱加速度項を利用

高次項(太陽同期軌道、frozen軌道)

大気抵抗(エアロブレーキ)

ソーラーセイル(太陽光圧)

磁気セイル(太陽風)

軌道工学と天体力学－ 4

軌道工学：境界条件を意図的に設定

移行エネルギーが最小(消費燃料最小)
打上げ時刻・打上げ日・到着日
中間天体の重力を利用

軌道工学と天体力学ー 5

軌道工学：制御力の積極的な利用

インパルス ΔV (化学推進)

連続加速 (電気推進)

太陽光圧 (方向制御)

太陽風圧 (オン・オフ)

講演内容

惑星探査計画の作り方(2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画(2体問題)

フォーメーションフライト(2体問題)

半径方向に加速度を受ける軌道(2体問題)

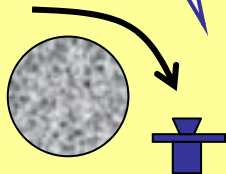
ソーラーセイル軌道ダイナミクス(2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション(3体問題)

重力キャプチャー軌道(3体問題、4体問題)

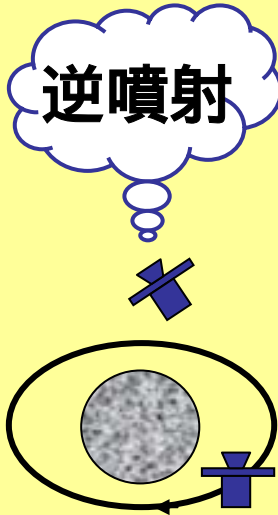
惑星探査のいろいろ

フライバイ

バイ
バイ

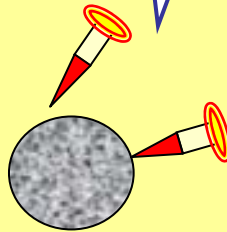
オービタ

逆噴射

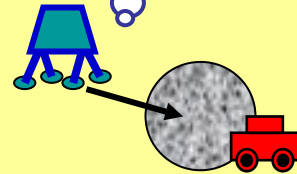


ペネトレータ

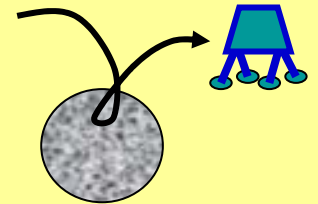
ぐさ！

ランダ
ローバ

ふんわり

サンプル
リターン

おみやげ

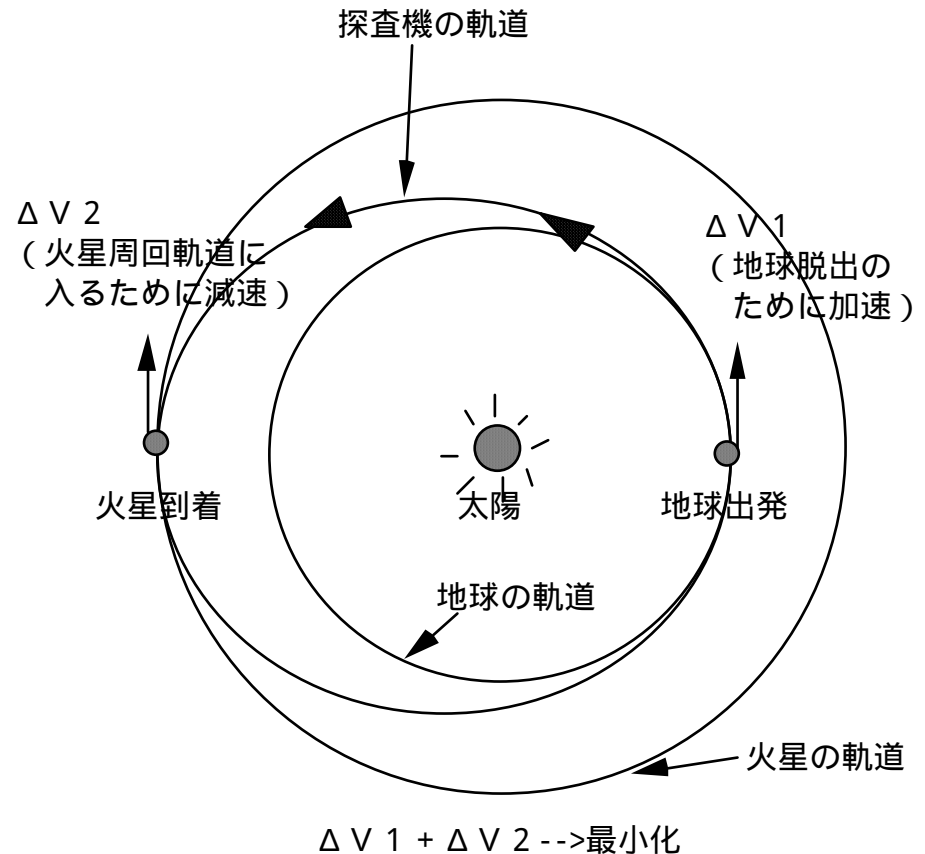


地球から火星までどうやって行く？ -1

・地球から火星まで行く惑星間軌道。
一般に、出発時の地球の位置と到着時の火星の位置が太陽に対して反対側にあるときに、最も効率よく、火星に行けることになる。これを、ホーマン(Hohmann)移行軌道という。

・地球出発時に必要な増速度量 (ΔV_1) と火星到着時に必要な減速度量 (ΔV_2) の和 ($\Delta V_1 + \Delta V_2$) が最も小さくなる。

・必要な加減速度が小さければ、それだけ必要な燃料も少なくなり、また重い探査機を火星に持っていけることになる。



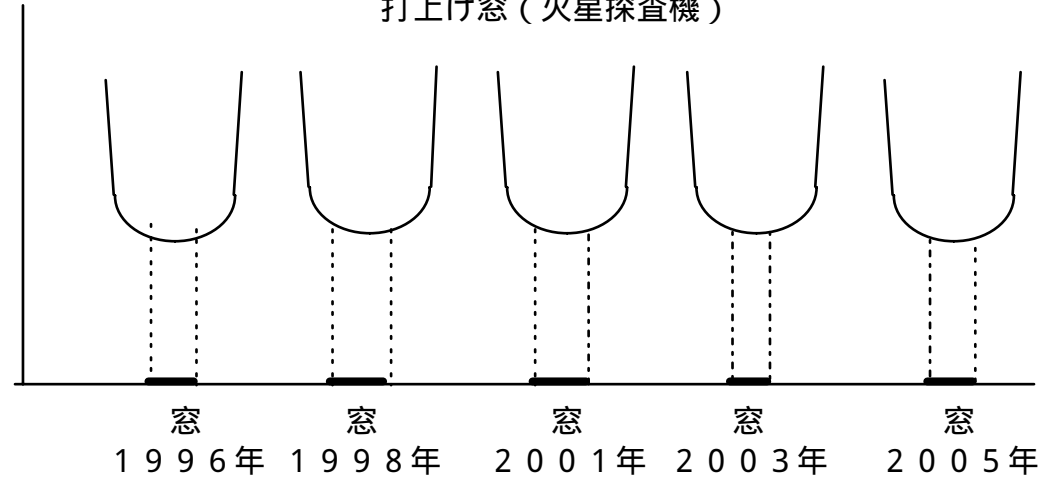
地球から火星までどうやって行く？ -2

・効率良く火星探査機を打ち上げるためには、地球と火星がさきほど述べた太陽に対して反対側の位置関係を満たすときに打つのがいい。

・そのような機会はほぼ2年に一度あり、その機会のことを「打上げ窓」と呼ぶ。

打上げに必要な
エネルギー

打上げ窓（火星探査機）



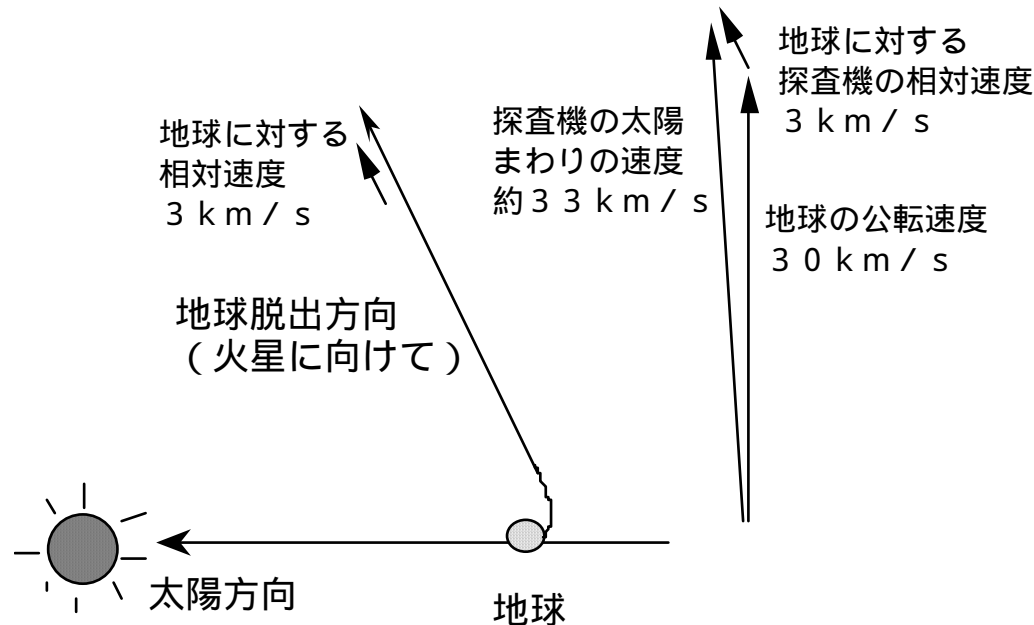
火星の打上げ窓(いつ火星に打上げるのが適当か)

地球脱出日	火星到着日	太陽周回数	探査機重量(注参照)
96年 9月	99年 3月	0.5	13.3%
96年11月	97年 9月	0.5	14.5%
98年 9月	01年 3月	1.5	14.4%
98年12月	99年10月	0.5	12.9% 「のぞみ」
01年 4月	01年10月	0.5	12.6%
03年 6月	04年 1月	0.5	15.0%
05年 8月	06年 9月	0.5	11.7%
07年 9月	08年 9月	0.5	13.9%

注) 地球周回高度200km円軌道に乗せられる探査機重量を100%とする

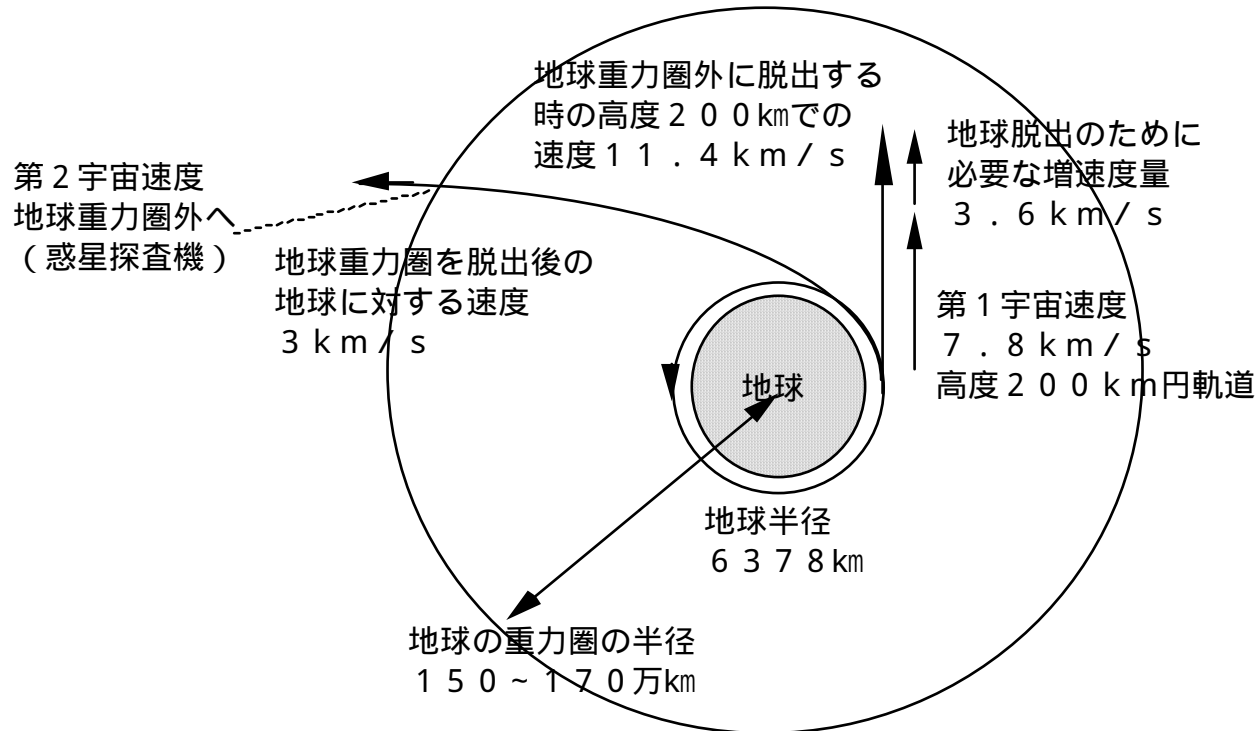
地球から火星までどうやって行く？ -3

- ・地球を脱出する方向と速度は、その後の地球から火星に行く惑星間軌道により決まる。
- ・火星に行くためには、地球出発時に太陽まわりで約 33 km/s の速度が必要。
- ・もともと地球の持っている太陽まわりの速度が約 30 km/s 。
- ・探査機は地球に対して秒速 3 km ($= 33 \text{ km} - 30 \text{ km}$)の速度で脱出すればよい。



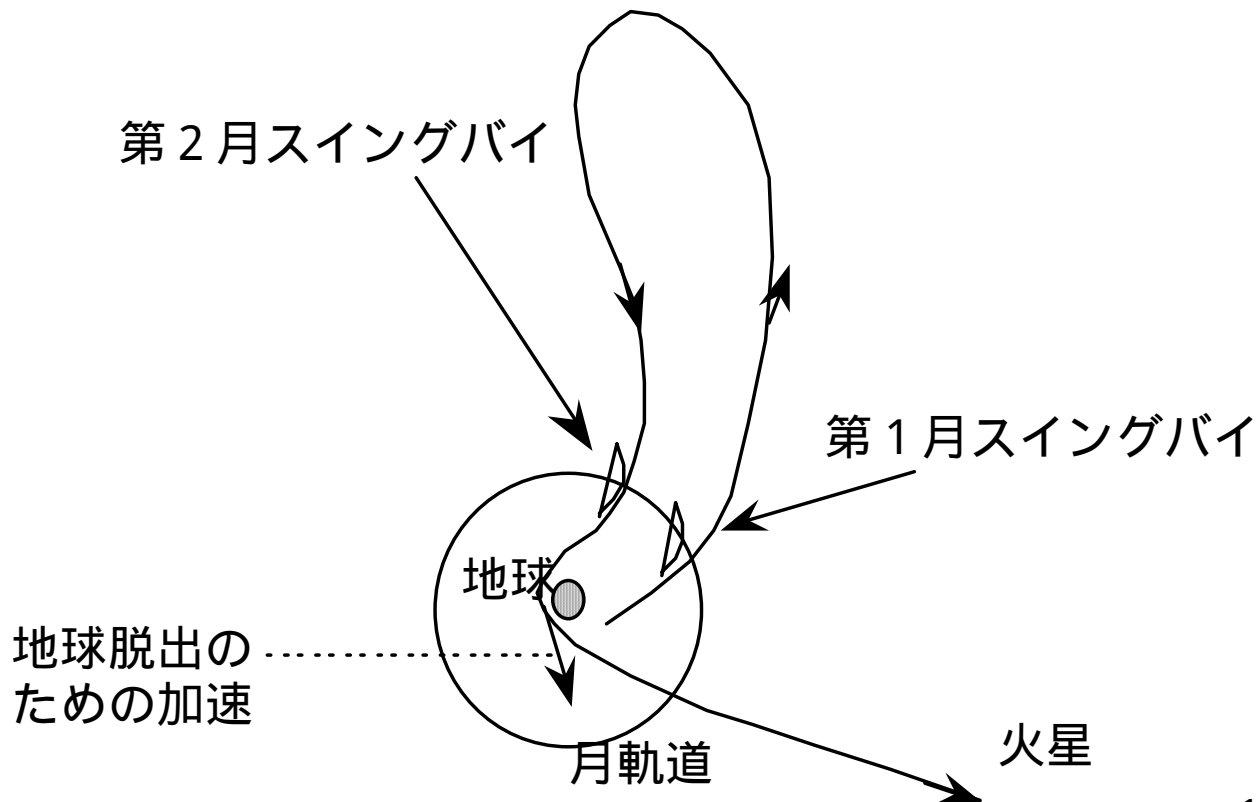
地球から火星までどうやって行く？ - 4

- 1) M-Vロケット(第1段～第3段)で高度200 kmの地球周回円軌道へ
(～第1宇宙速度7.8 km/s)。
- 2) M-Vロケット(第4段)によって毎秒約3.6 kmの加速
(～第2宇宙速度11.4 km/s)。
- 3) 地球に対して秒速3 kmの速度で脱出して火星に向かう。



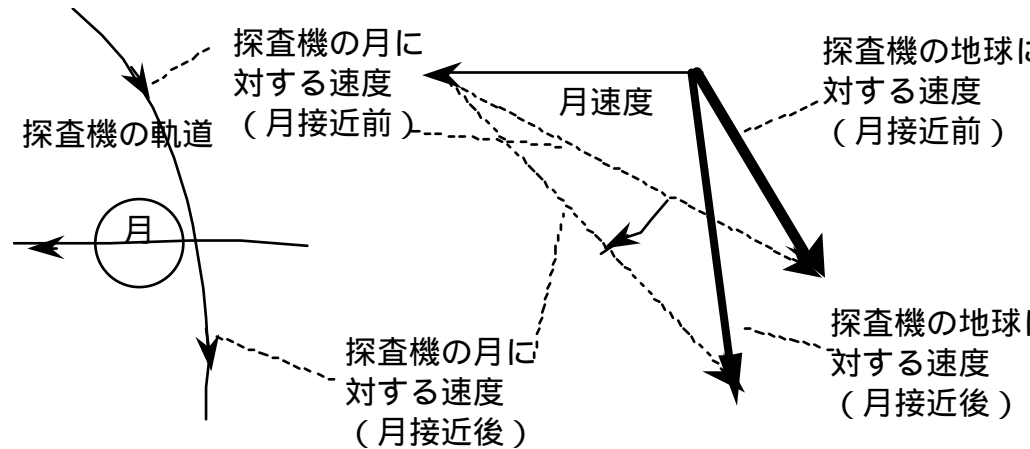
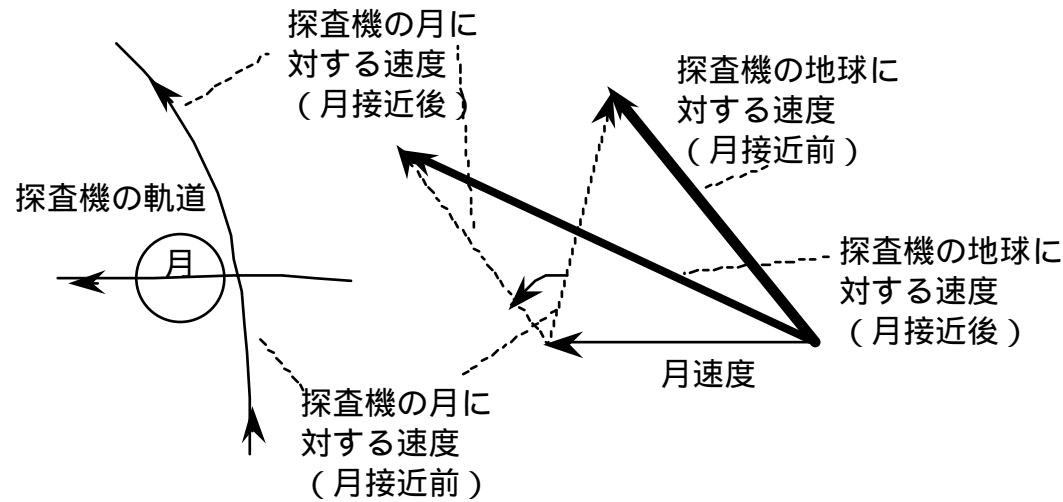
地球から火星までどうやって行く？ - 5

- ・「のぞみ」の場合
- ・1998年の12月に地球を脱出して、1999年10月に火星に到着予定。
- ・どうして、実際は、5ヶ月も前の1998年7月に打上げたのでしょうか？
- ・「スイングバイ」を使った燃料の節約。



地球から火星までどうやって行く？ - 6

- ・2回の月スイングバイで、最後に地球脱出に必要な増速度量を秒速120m程度減少。
- ・つまり直接火星を目指すとは3.6 km/s 必要なところを約3.5 km/sに低減。
- ・この結果、探査機重量540 kgのうちの燃料約20 kgを節約できた。科学観測機器の重量は全部合わせて33 kgなので、少しでも燃料を節約することが大事であった。



講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

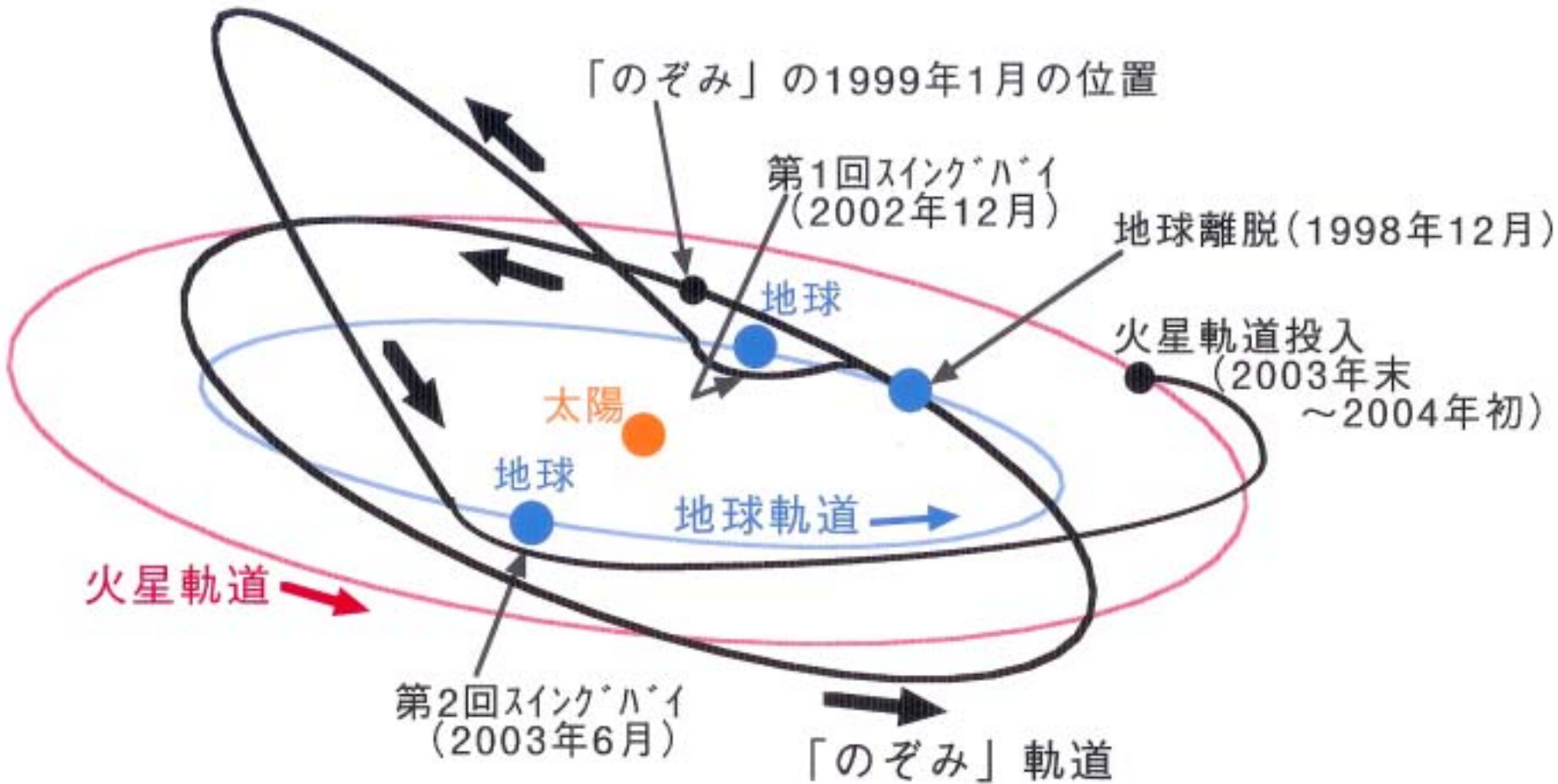
ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

「のぞみ」探査機とその後の軌道

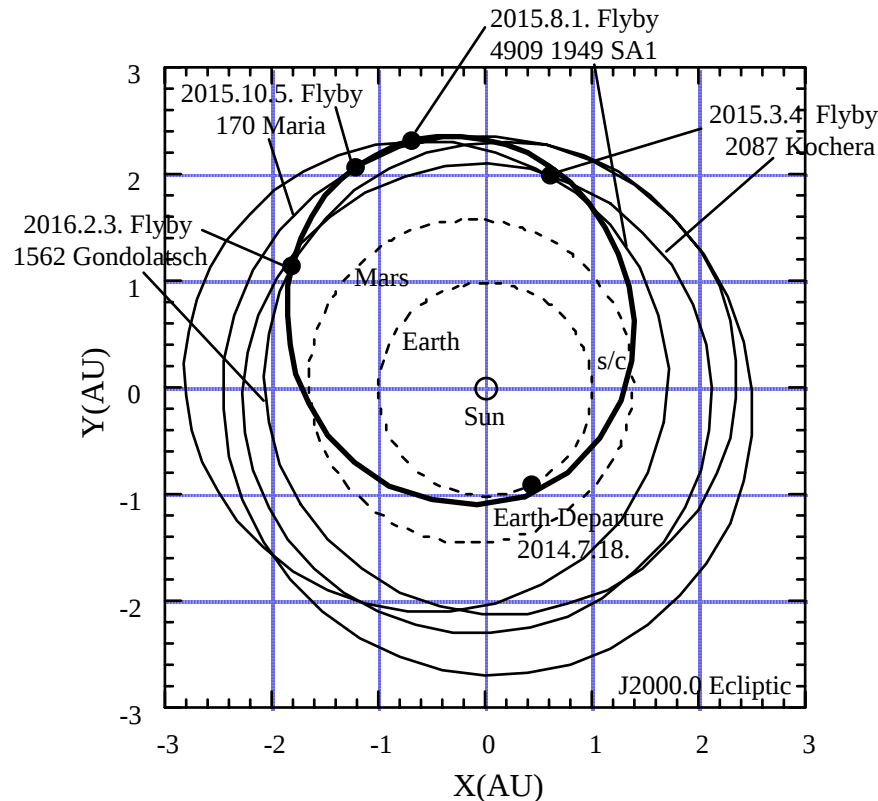
月・惑星・小天体探査 - 0



多数回小惑星フライバイミッション

Multiple Asteroid Flyby Mission

月・惑星・小天体探査 - 1



No.	ID	name	epoch(y/m/d/h/m/s)	elapsed(day)	dV(m/s)	r.vel(km/s)	dist(AU)	#
1	6438	EARTH	2014 7 18 20 54 56	.0000	launch	launch	1.0162	
2	2493	2087 Kochera	2015 3 4 18 51 57	228.9146	106.0676	7.4119	2.0823	
3	5315	4909 1949 SA1	2015 8 1 3 22 12	378.2689	642.0506	4.6353	2.4114	
4	576	170 Maria	2015 10 5 23 51 22	444.1225	175.9888	7.2105	2.3973	
5	1968	1562 Gondolatsch	2016 2 3 4 20 6	564.3092	final body	5.7580	2.1410	

distance from the Sun

(H.Yamakawa, 1996)

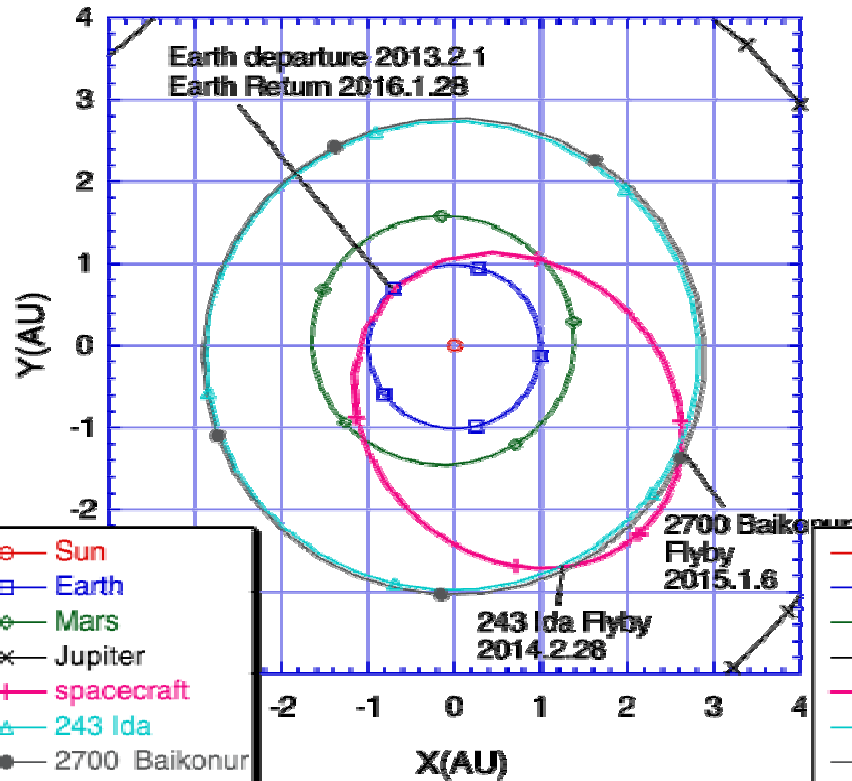
ファミリーミッション

コロニス族: 6年で5天体

月・惑星・小天体探査 - 2

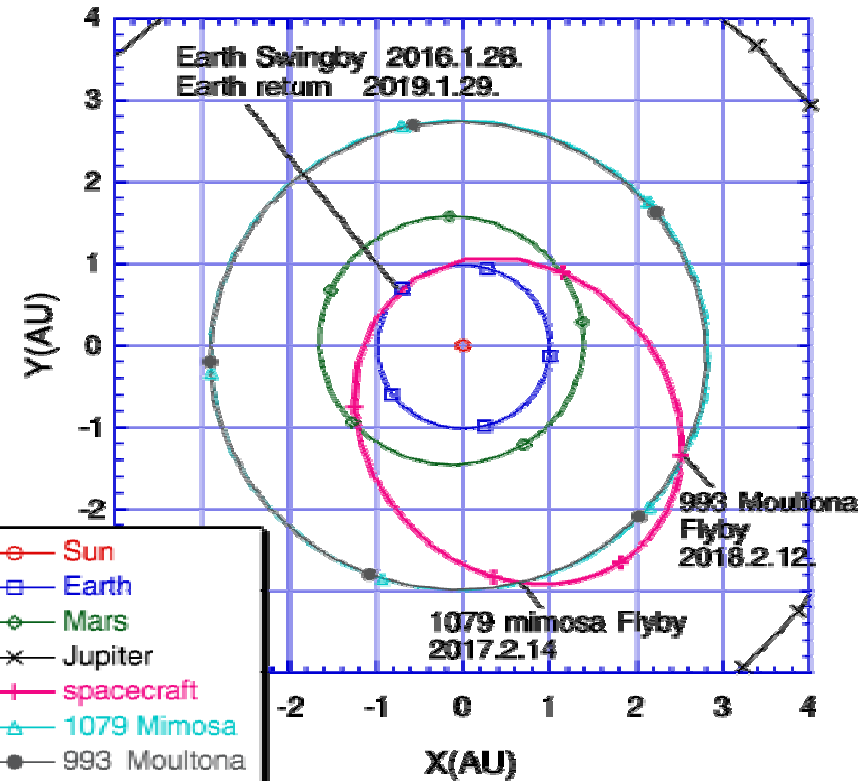
First Three Years

Multi-Koronis Family Asteroid Flyby



Second Three Years

Multi-Koronis Family Asteroid Flyby
(follow-on mission / post Earth swingby)



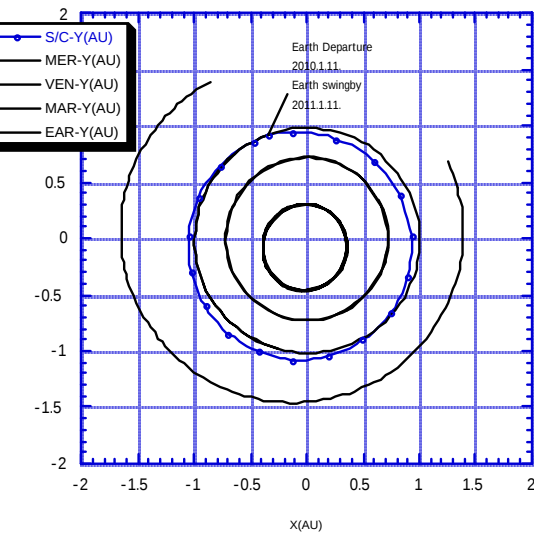
スペクトル型既知NEOランデブー / サンプルリターン

Orpheus (V type) SEP Sample Return

月・惑星・小天体探査 - 3

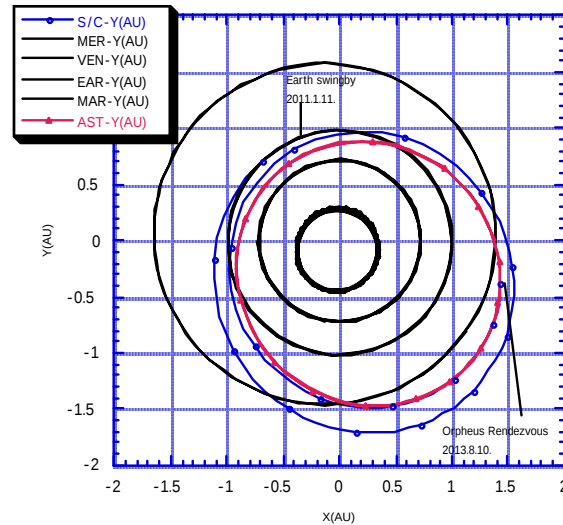
Earth - Earth SEP Transfer

Earth-Earth SEP Transfer (Orpheus case)



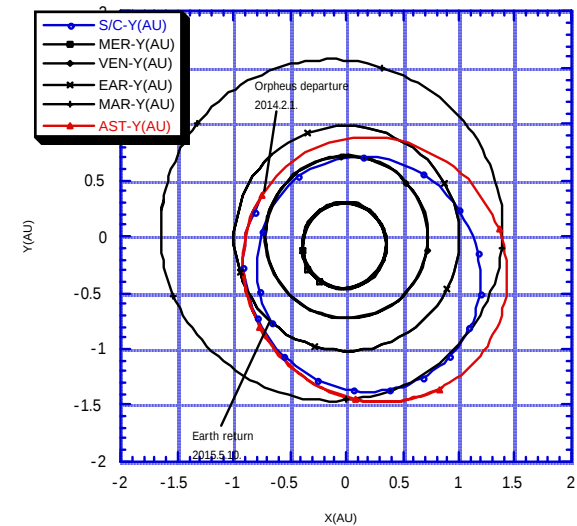
Earth Swingby - Orpheus Rendezvous

Earth Swingby - Orpheus Rendezvous



Orpheus - Earth SEP Return

Orpheus-Earth Return



多数回小惑星サンプルリターンミッション

月・惑星・小天体探査 - 4

2003YN107/2001 GP2 SEP Sample Return Mission Scenario

<u>Earth Departure</u>	29 December 2015, $C3 = 0.7 \text{ km}^2/\text{s}^2$, Direct ascent, Dep dec = -30.0° in Earth equ, mass = 596 kg
Earth-Asteroid Transfer	1 revolution, $X_e = 52 \text{ kg}$ ($dV = 2670 \text{ m/s}$, 3528 hrs)
<u>2003 YN107 Arrival</u>	23 October 2016
2003 YN107 Mission Operation	9 month stay
<u>2003 YN107 departure</u>	1 August 2017, Chemical propulsion $dV = 0 \text{ m/s}$
2003 YN107 – Earth Transfer	1 revolution, $X_e = 28 \text{ kg}$ ($dV = 1560 \text{ m/s}$, 1929 hrs)
<u>Earth Gravity Assist</u>	22 May 2018, Appr dec = 55° in Earth eq, Rel vel = 3.42 km/s , Alt = 100,823 km, Turn angle = 28°
Earth-Asteroid Transfer	1 revolution, $X_e = 34 \text{ kg}$ ($dV = 1970 \text{ m/s}$, 2300 hrs)
<u>2001 GP2 Arrival</u>	3 April 2019
2001 GP2 Mission Operation	9 month stay
<u>2001 GP2 Departure</u>	7 January 2020, Chemical propulsion $dV = 0 \text{ m/s}$
2001 GP2 – Earth Transfer	1 revolution, $X_e = 4 \text{ kg}$ ($dV = 217 \text{ m/s}$, 245 hrs)
<u>Earth Return</u>	29 September 2020, Relative velocity = 2.75 km/s , Arrival declination = -5° in Earth equatorial frame

(Note)

SEP: Max thrust = 120 mN, Thrust/Power ratio: 30 mN/kW, Isp = 3000 sec, Bus power = 475 W, Thrust direction: normal to Sun direction, Solar Cell Power: 5.0 kW at 1AU, Solar paddle: fixed to spacecraft body.

(Spacecraft)

Fuel (Electric) 133 kg (Cruise 118 kg+Nav 15 kg), Fuel (chemical) 40 kg, Electric Prop. 88 kg, Chemical Prop. 39 kg, Structure 72 kg, Power 57 kg, AOCS 45 kg, Remaining Bus 50 kg, Capsule 15kgx1, Sampler 7.5 kgx2, Rover 2.5 kgx2, Science 10 kg, Margin 27 kg, Total 596 kg (dry mass = 423 kg)

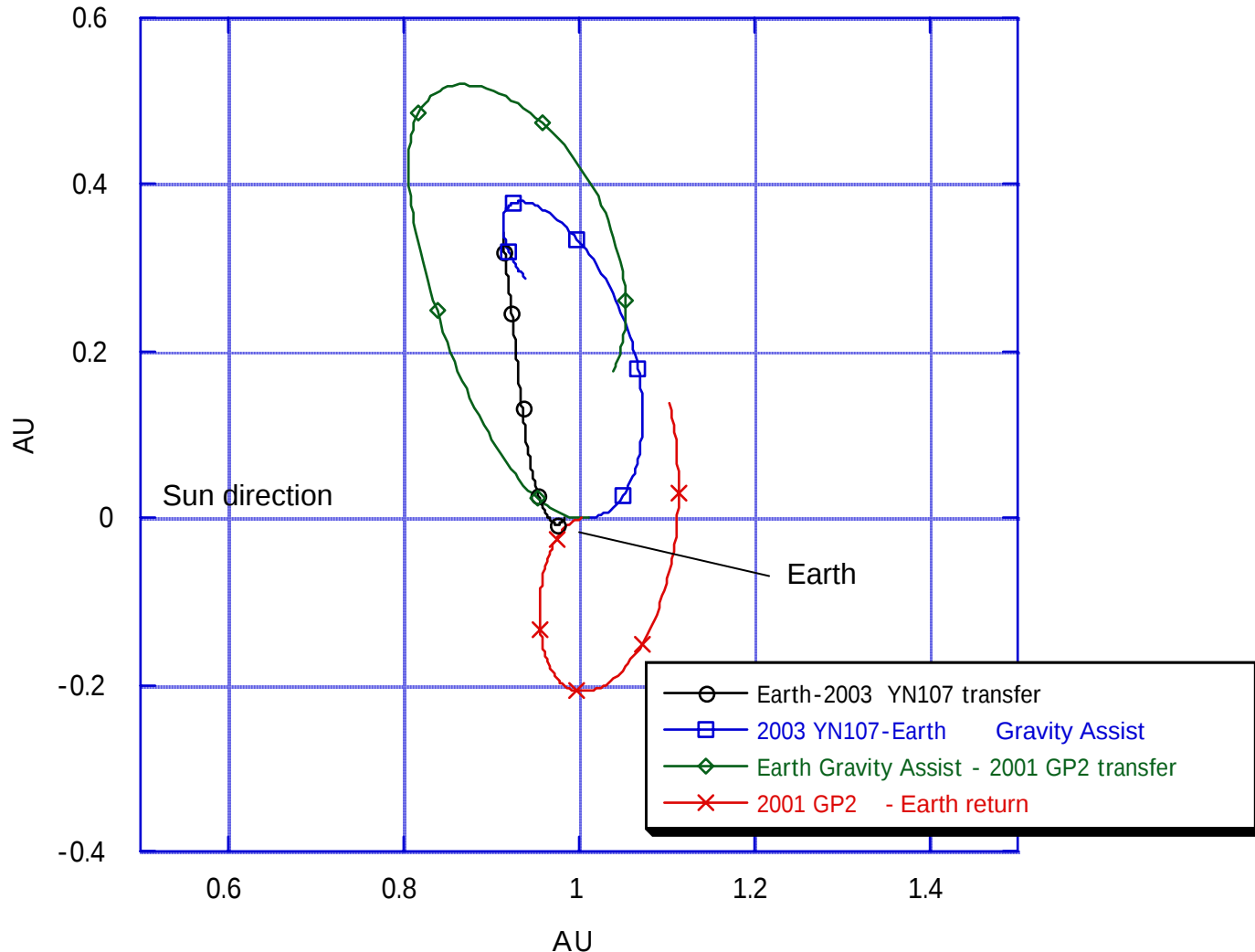
2005-11 Yomokawa

多数回小惑星サンプルリターンミッション

月・惑星・小天体探査 - 5

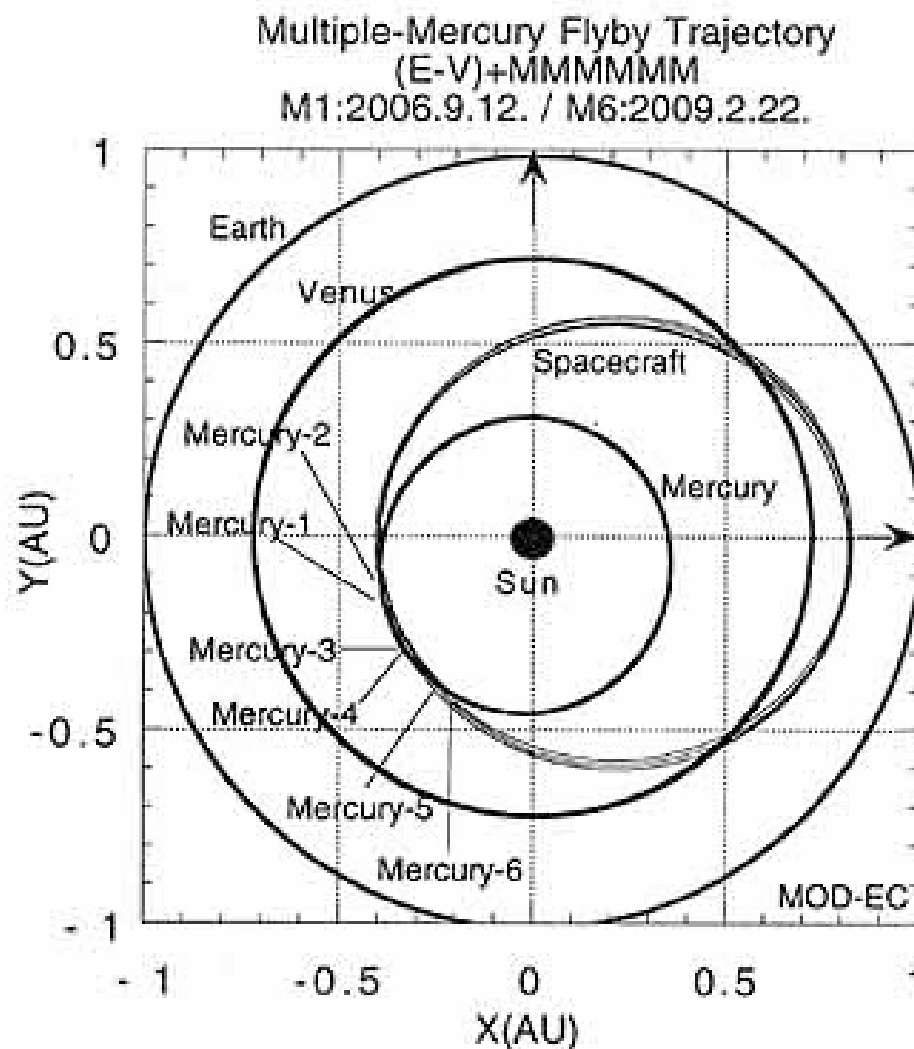
Sun-Earth-Line Fixed Rotating Frame

Earth-2003 YN107-EGA-2001 GP2-Earth



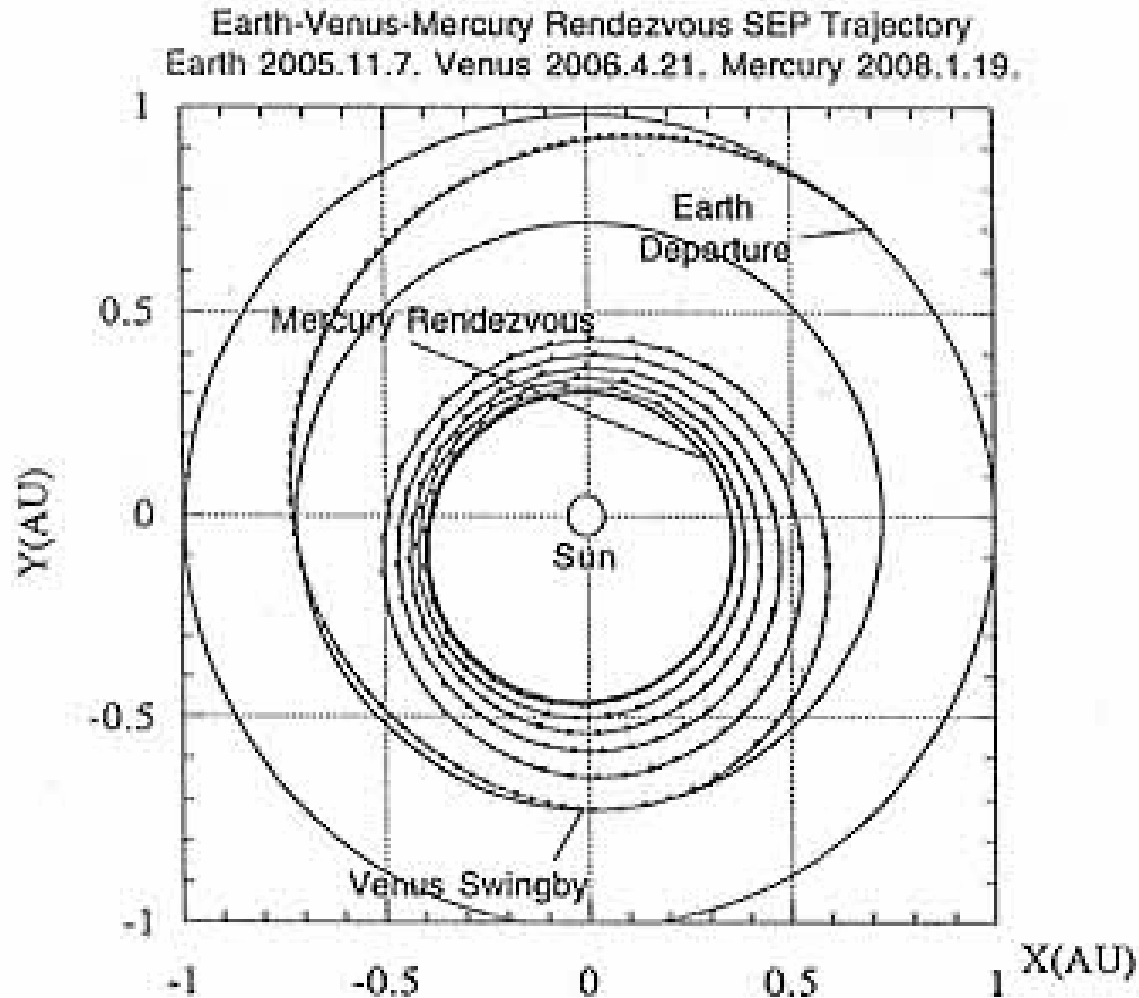
電気推進による多数回水星フライバイミッション

月・惑星・小天体探査 - 6



電気推進による水星ランデブーミッション

月・惑星・小天体探査 - 7



日欧国際水星探査計画BepiColombo

月・惑星・小天体探査 - 8

打上げ: 2011 - 2012

金星スイングバイ x 2
水星スイングバイ x 2

水星到着 (約4年後)

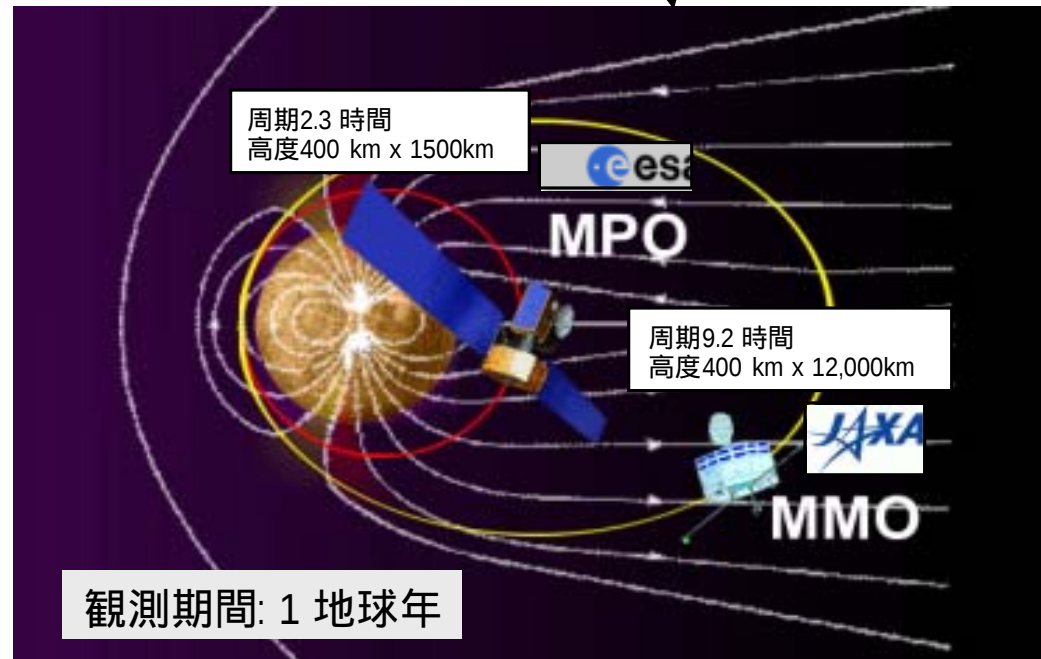


Soyuz Fregat 2B:
MPO+MMO

惑星間飛行
電気推進 [SEPM]



水星周回軌道投入
化学推進 [CPM]



講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

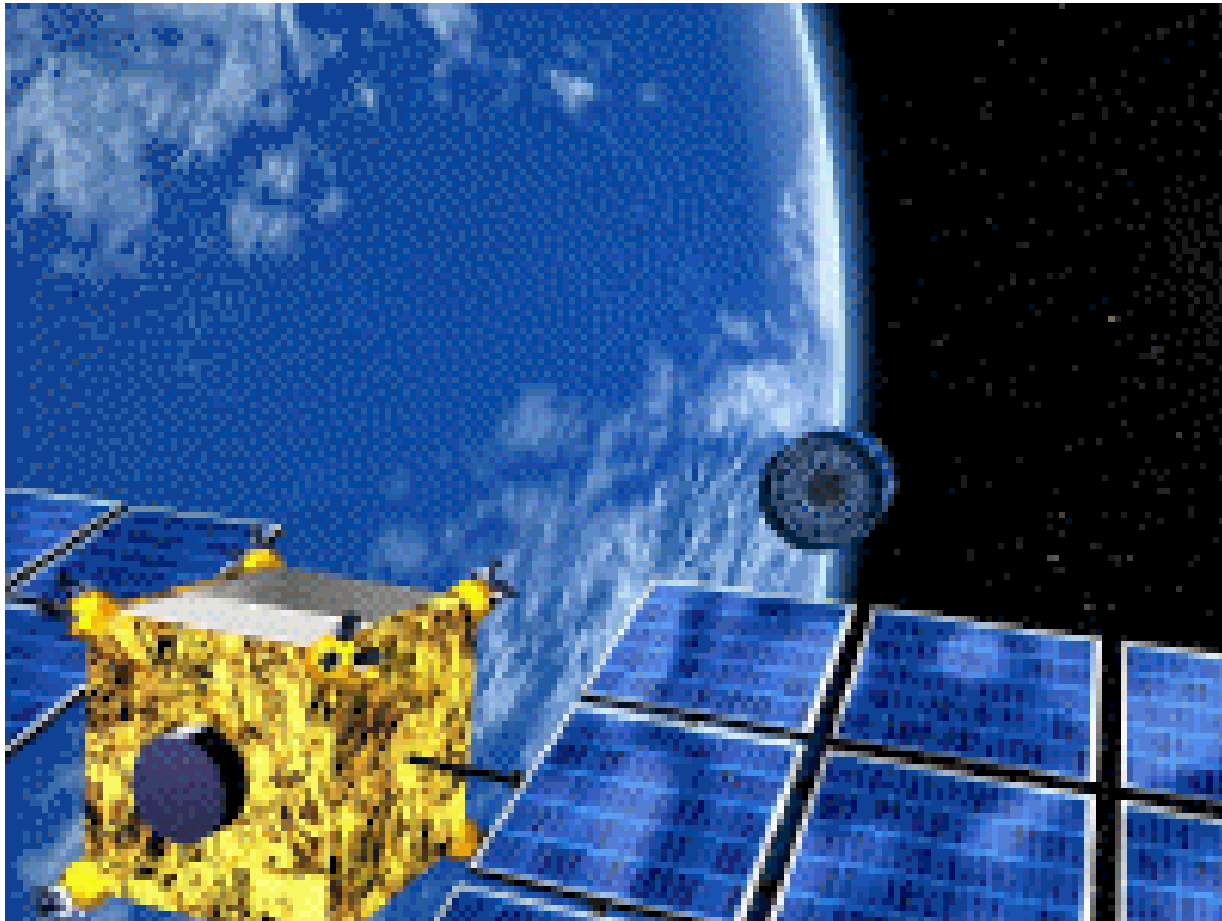
ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

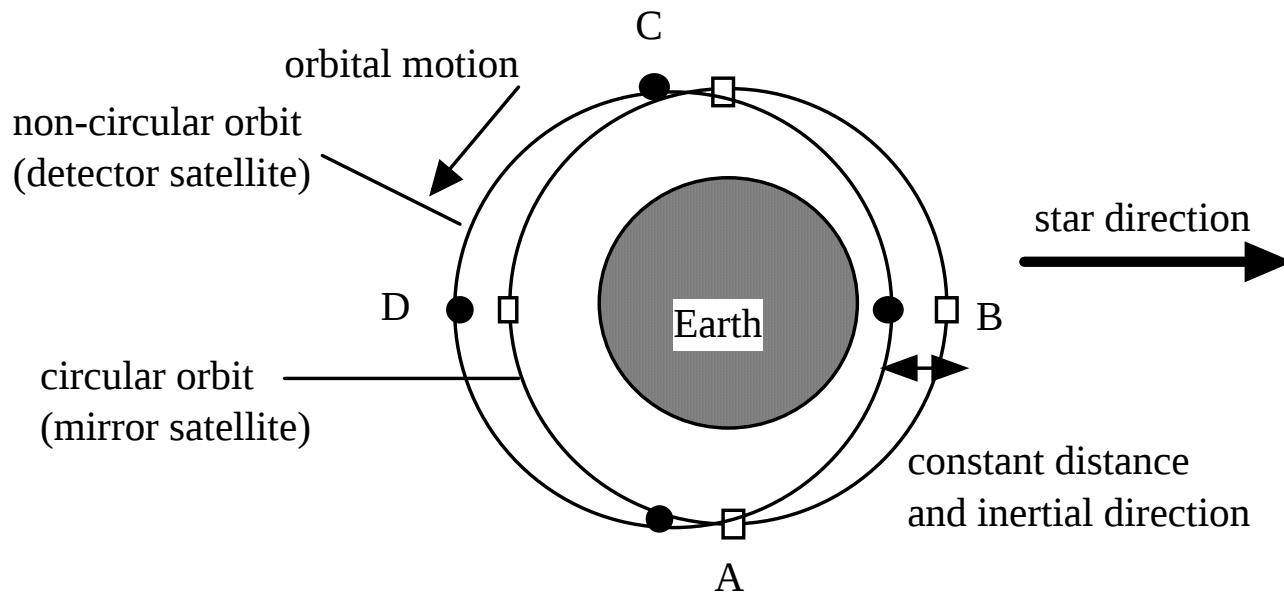
重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

連続的な制御加速度によるフォーメーションフライト

- Motivated by the ESA X-ray astronomy satellite of the XEUS mission.
- Relative distance is kept 50m corresponding to the focal distance of the telescope.
- The relative geometry is constant in the inertial frame for observation.



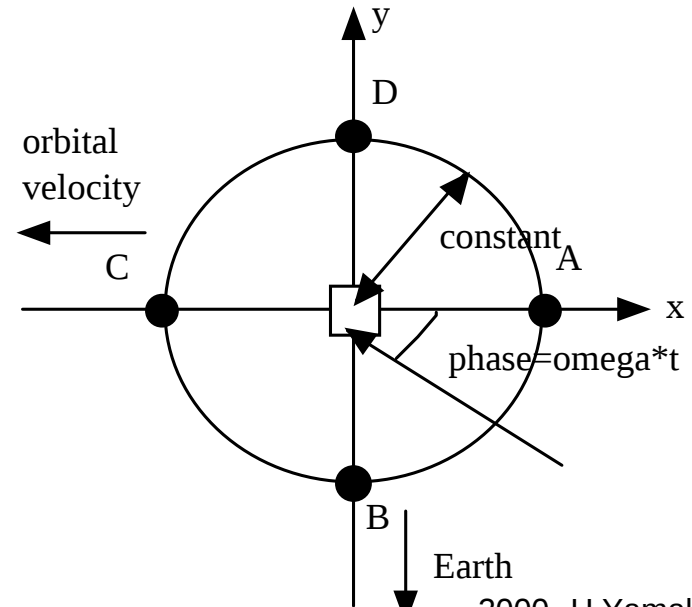
Low-Earth circular orbit formation flight-1



Detector Satellite motion in the Rotating Frame

$$\begin{aligned}x &= +r \cos \sigma \cos \omega t \\y &= +r \cos \sigma \sin \omega t \\z &= +r \sin \sigma\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\omega r \cos \sigma \sin \omega t \\ \frac{dy}{dt} &= +\omega r \cos \sigma \cos \omega t \\ \frac{dz}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -\omega^2 r \cos \sigma \cos \omega t \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\omega^2 r \cos \sigma \sin \omega t \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= 0\end{aligned}$$



Low-Earth circular orbit formation flight-2

Hill's equation (first-order circular-orbit rendezvous equation)

$$\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \\ d^2x/dt^2 \\ d^2y/dt^2 \\ d^2z/dt^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & +2\omega_0 & 0 \\ 0 & +3\omega_0^2 & 0 & -2\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$$

Required control acceleration

$$\begin{aligned} a_x &= +\omega^2 r \cos \sigma \cos \omega t \\ a_y &= -2\omega^2 r \cos \sigma \sin \omega t \\ a_z &= +\omega^2 r \sin \sigma \end{aligned}$$

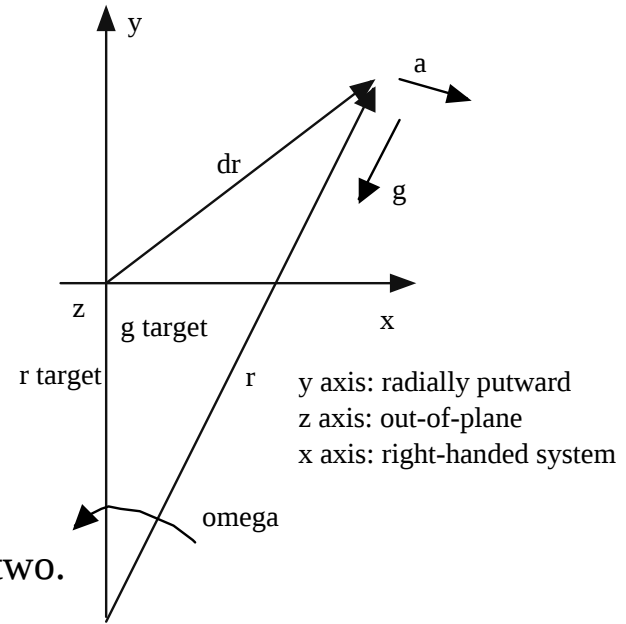
Maximum/minimum ratio of the in-plane component is always two.

$$\left(\frac{a_x}{\omega^2 r \cos \sigma} \right)^2 + \left(\frac{a_y}{2\omega^2 r \cos \sigma} \right)^2 = 1$$

Magnitude of the control acceleration

$$\begin{aligned} F^2 &= (a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2 \\ &= \omega^4 r^2 \cos^2 \sigma \left(4 - \frac{3}{2}(1 + \cos 2\omega t) \right) + \omega^4 r^2 \sin^2 \sigma \end{aligned}$$

The frequency of the control acceleration variation of the detector satellite is twice the orbital frequency of the mirror satellite.



Mirror Satellite-Centered Rotating Frame

Low-Earth circular orbit formation flight-3

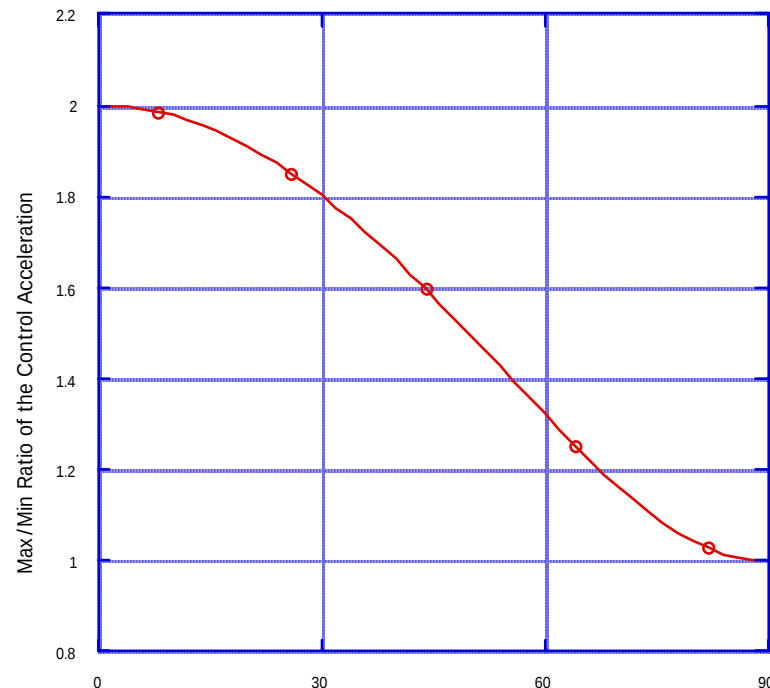
Minimum and maximum control acceleration ratio.

- 1) when in-plane formation flight is assumed ($=0^\circ$), the maximum value is twice the minimum value, which requires throttling capability of 50% for the low-thrust engine system
- 2) the required acceleration magnitude is constant when detector satellite is kept just above (or below) the mirror satellite ($=90^\circ$).
- 3) The required thrust is proportional to the relative distance between the mirror and detector satellite.

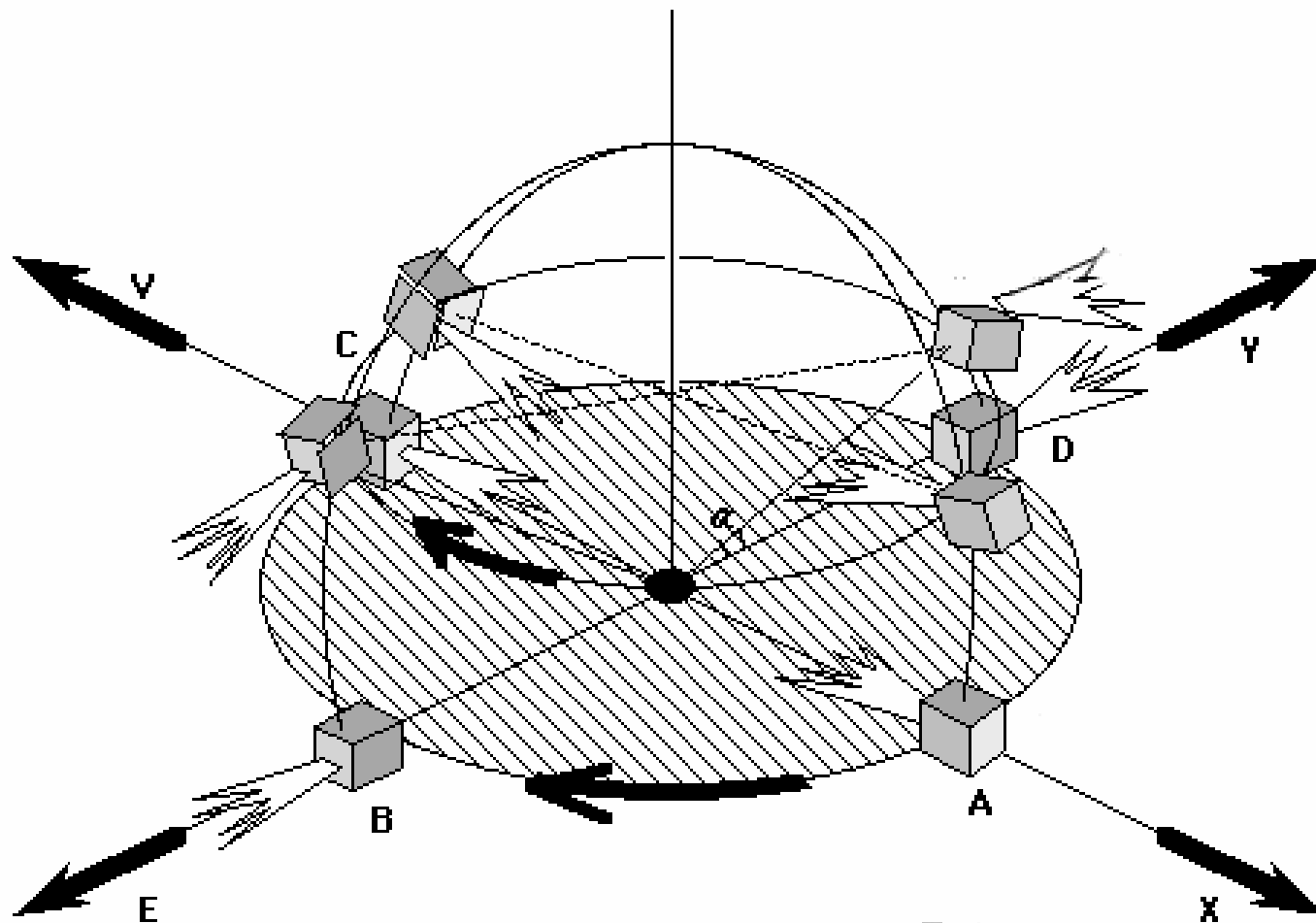
$$(F^2)_{\min} = \omega^4 r^2$$

$$(F^2)_{\max} = \omega^4 r^2 (4 \cos^2 \sigma + \sin^2 \sigma)$$

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \sqrt{4 \cos^2 \sigma + \sin^2 \sigma}$$

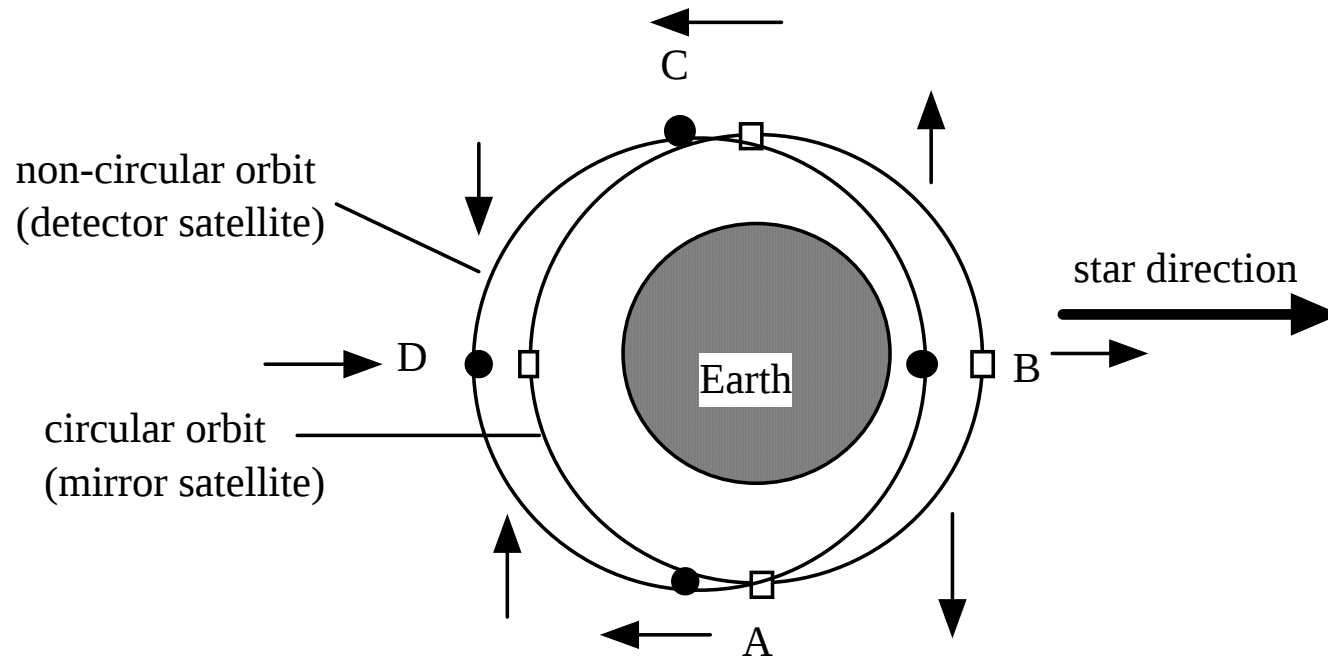


Low-Earth circular orbit formation flight-4



Detector Satellite Acceleration Direction
in the Mirror Satellite Centered Rotating Frame
(V: Velocity Direction: E: Earth Direction)

Low-Earth circular orbit formation flight-5



Detector Satellite Acceleration Direction
in the Inertial Frame

講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

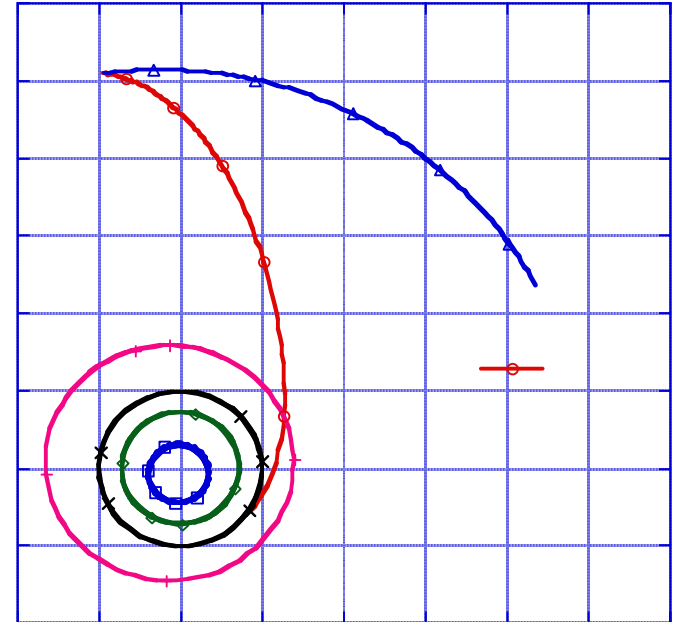
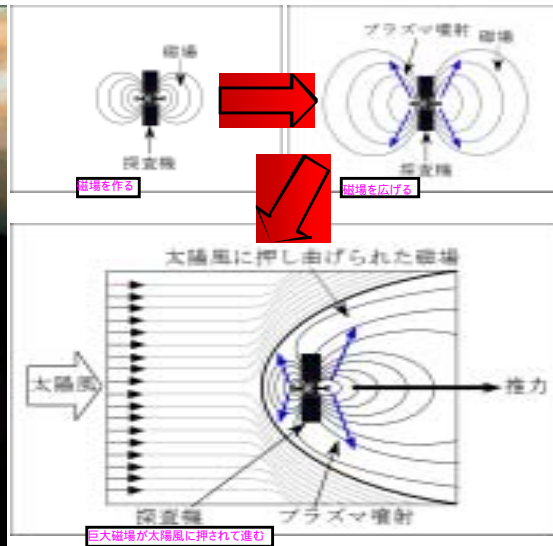
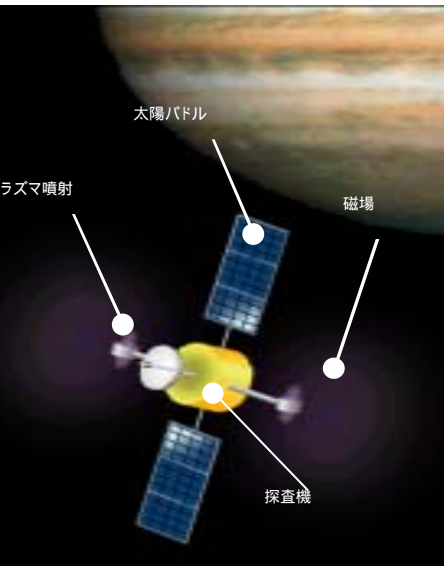
半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-0



磁気プラズマセイルを利用した木星探査

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-1

Equations of motion assuming radial acceleration as the power of heliocentric distance

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = a_r \quad a_r = -g_0 \frac{r_0^2}{r^2} + \alpha_0 \frac{r_0^n}{r^n} \quad \frac{d(r^2 \dot{\theta})}{dt} = 0$$

Normalization

$$\rho = \frac{r}{r_0} \quad \tau = \sqrt{\frac{g_0}{r_0}} t \quad \varepsilon_0 = \frac{\alpha_0}{g_0}$$

Non-dimensional equations of motion

$$\frac{d^2 \rho}{d\tau^2} = \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2} + \varepsilon_0 \frac{1}{\rho^n} \quad \frac{d}{d\tau} \left(\rho^2 \frac{d\theta}{d\tau} \right) = 0$$

Initial conditions

$$\left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)_0 = 0 \quad \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)_0 = 1$$

Integration

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{1}{\rho^2} \quad \frac{d^2 \rho}{d\tau^2} = \rho \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{\rho^2} + \varepsilon_0 \frac{1}{\rho^n}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho^2} + \varepsilon_0 \frac{1}{\rho^n}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\rho^2} + 1 \right) + \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) + \left(\frac{\varepsilon_0}{n-1} \right) \left(-\frac{1}{\rho^{n-1}} + 1 \right)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\rho^2} + 1 \right) + \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) + \varepsilon_0 (\ln \rho)_{n=1}$$

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-2

Maximum attainable radial distance

$$n = 0$$

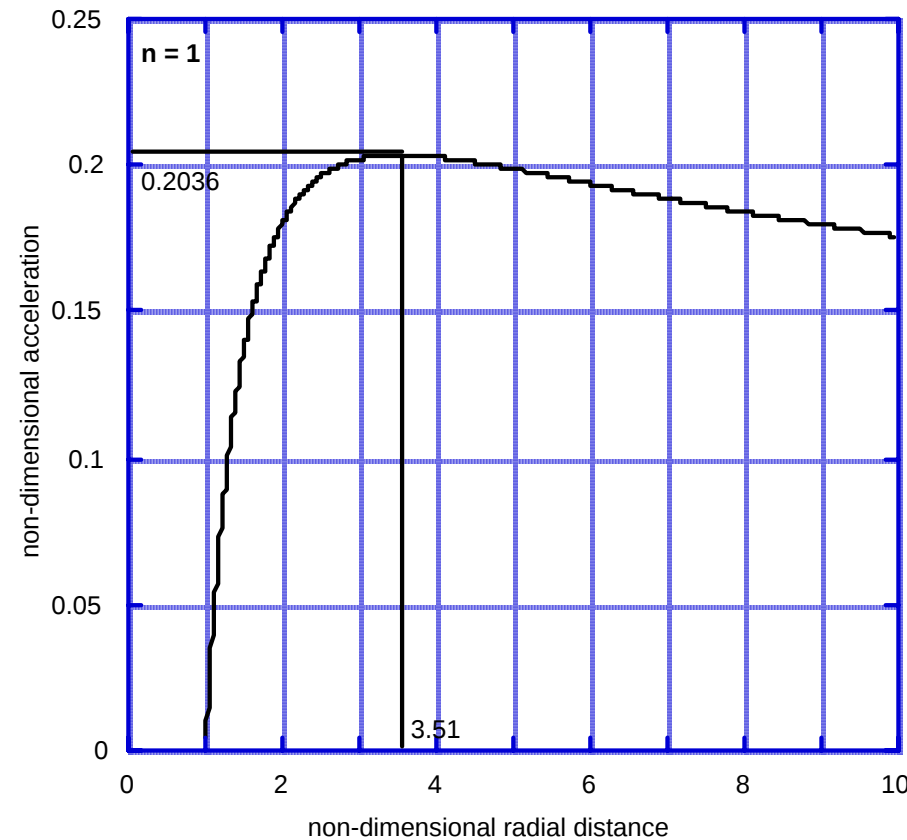
$$\rho_{\max} = \frac{1 - \sqrt{1 - 8\varepsilon_0}}{4\varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 \leq 0.125$$

$$n = 1$$

$$\varepsilon_0 = \frac{(\rho_{\max} - 1)^2}{2\rho_{\max}^2 \ln \rho_{\max}} \quad \varepsilon_0 < 0.2036$$

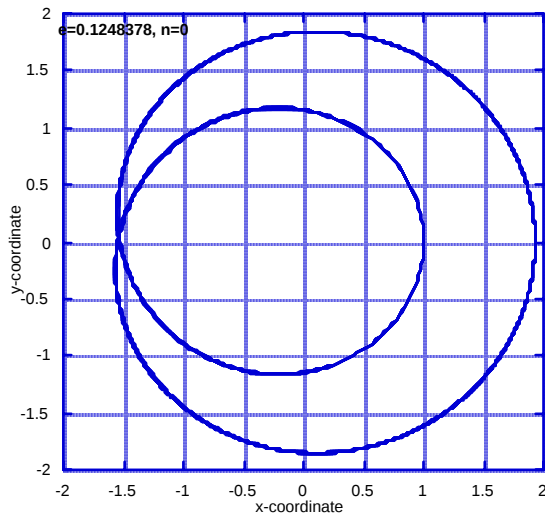
$$n = 2$$

$$\rho_{\max} = \frac{1}{1 - 2\varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 < 0.500$$

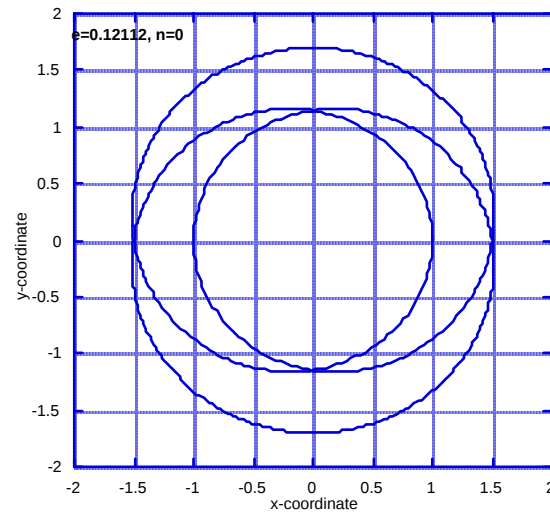


半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-3

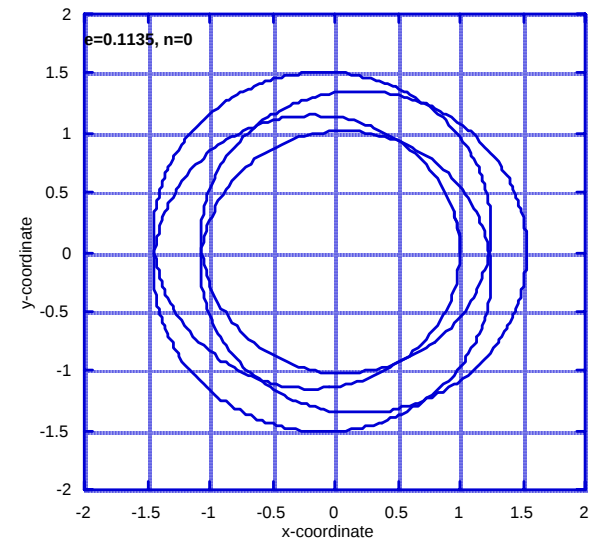
Periodic orbits, $n = 0$



Double



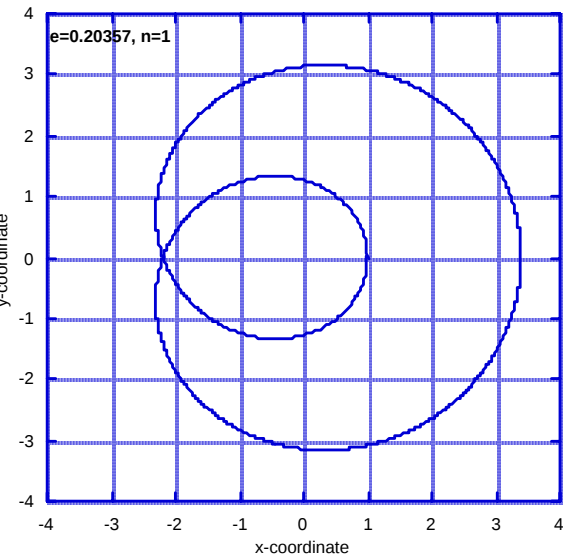
Triple



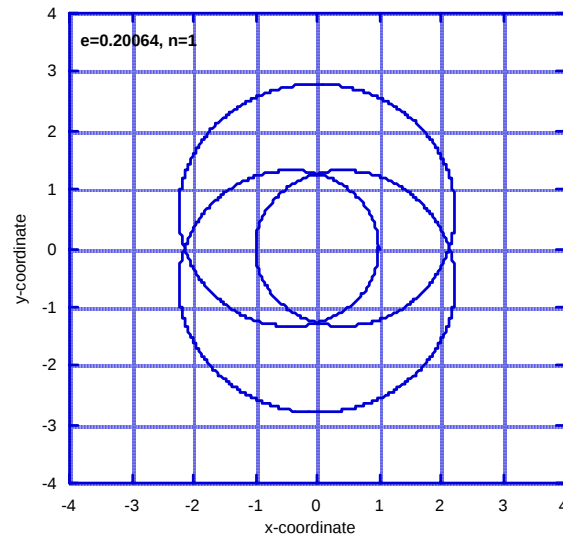
Quadruple

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-4

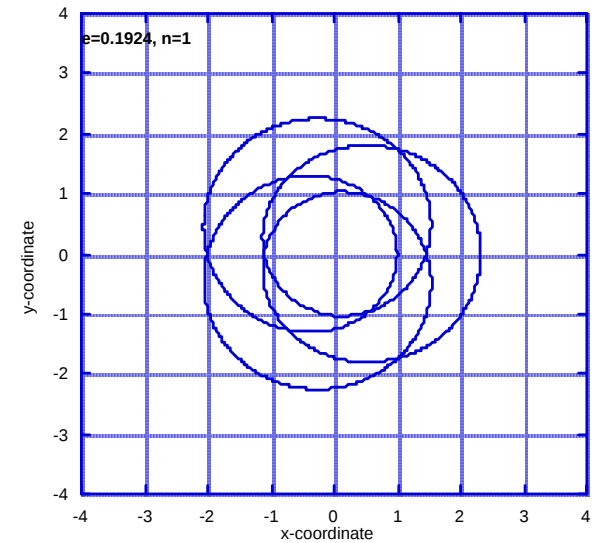
Periodic orbits, $n = 1$



Double



Triple



Quadruple

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-5

Transformation into a simple form by introducing a new variable $u = 1/r$ and changing the independent variable from nondimensional time t to polar angle θ

$$u' + u = 1 - \varepsilon$$

Optimal control theory and the classical calculus of variation approach

$$u' = p \quad p' = -u + 1 - \varepsilon$$

$$H = \lambda_u p + \lambda_p (-u + 1) - \lambda_p \varepsilon$$

$$\lambda_u' = \lambda_p \quad \lambda_p' = -\lambda_u$$

Optimal Control

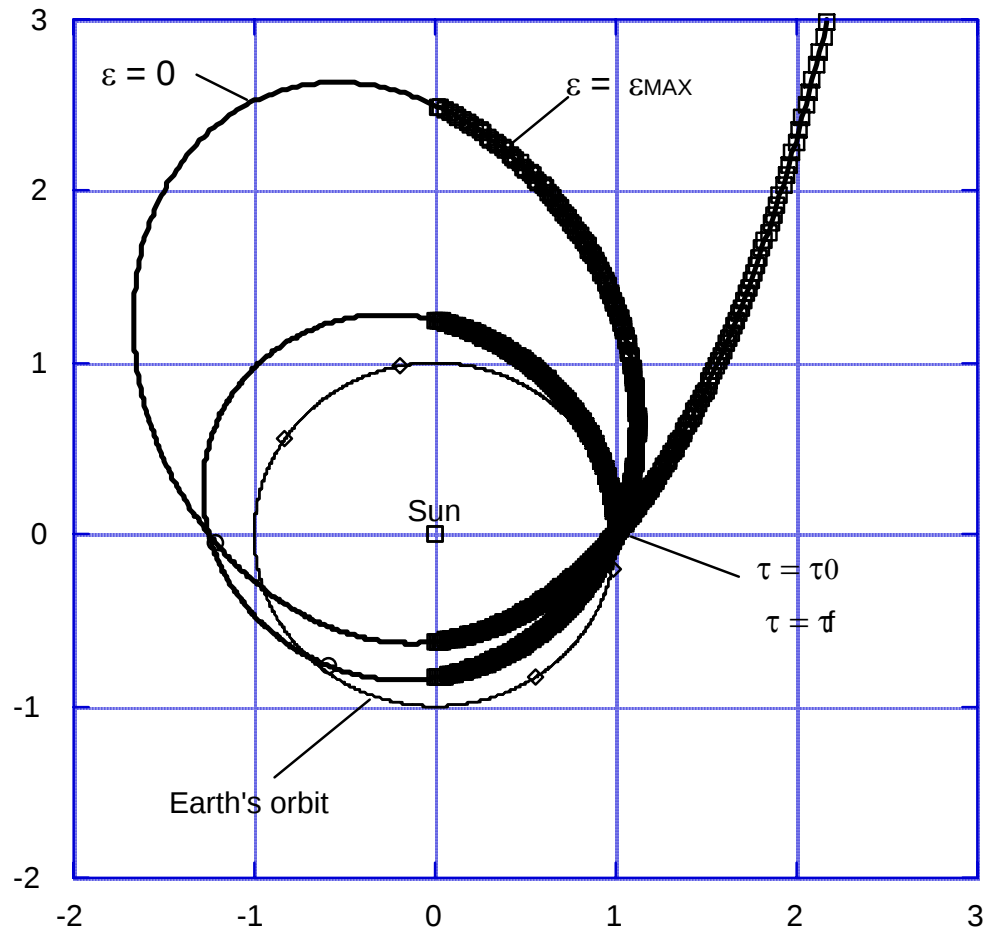
$$\varepsilon = 0 \quad \lambda_p < 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{Max} \quad \lambda_p > 0$$

The four linear differential equations are to be solved subject to the four boundary conditions with the choice of multiplier, available to satisfy the additional boundary condition.

半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-6

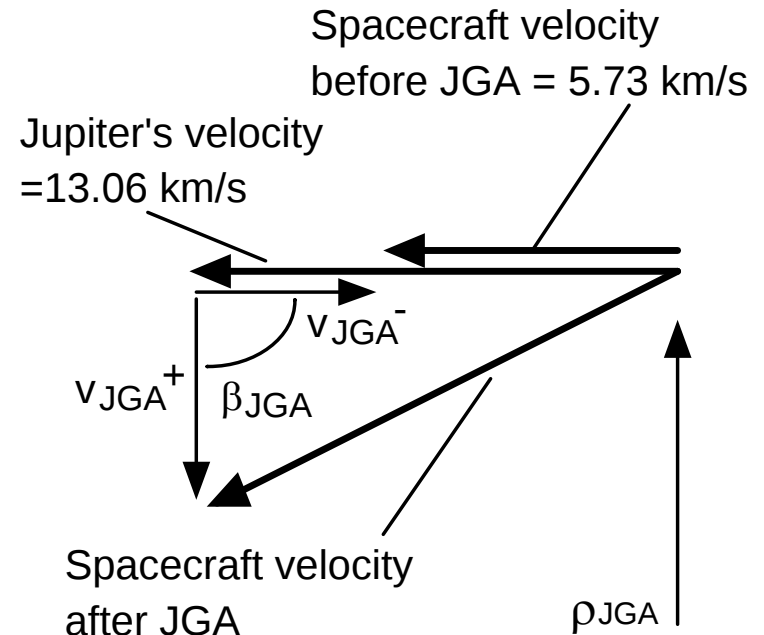
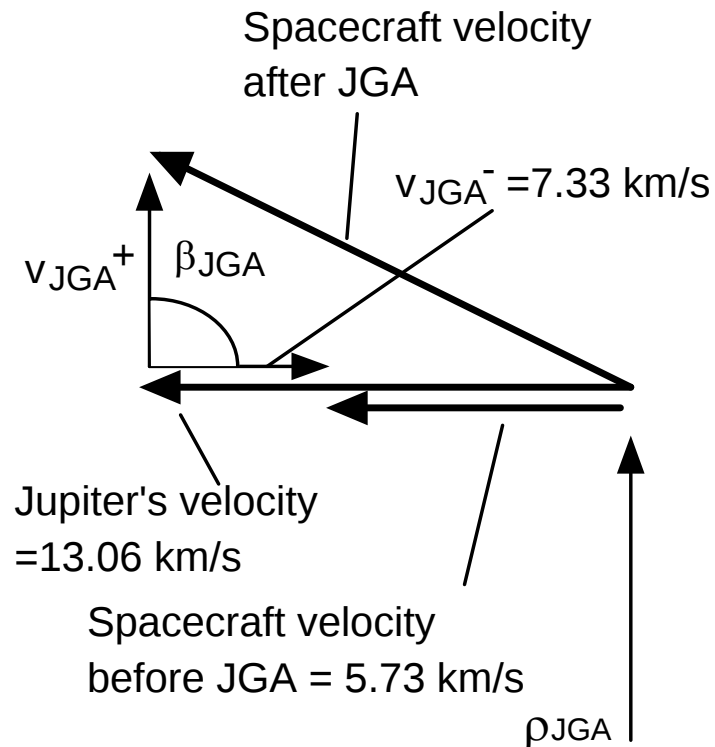
半径方向加速のオンオフによる太陽系脱出軌道



Use of Earth gravity assist is also possible.

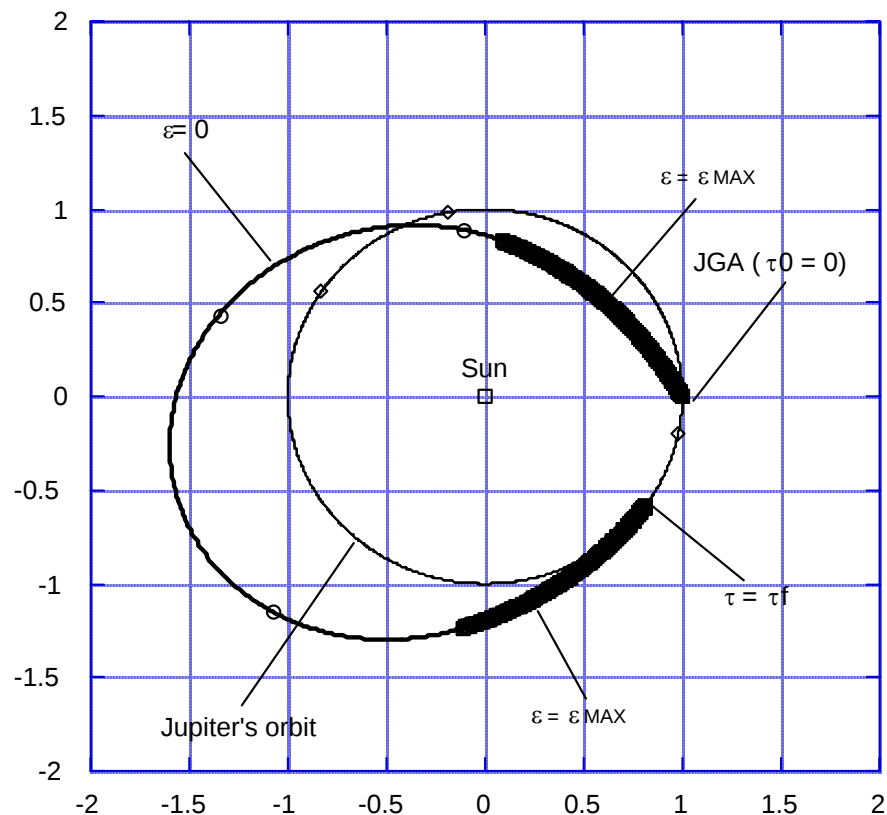
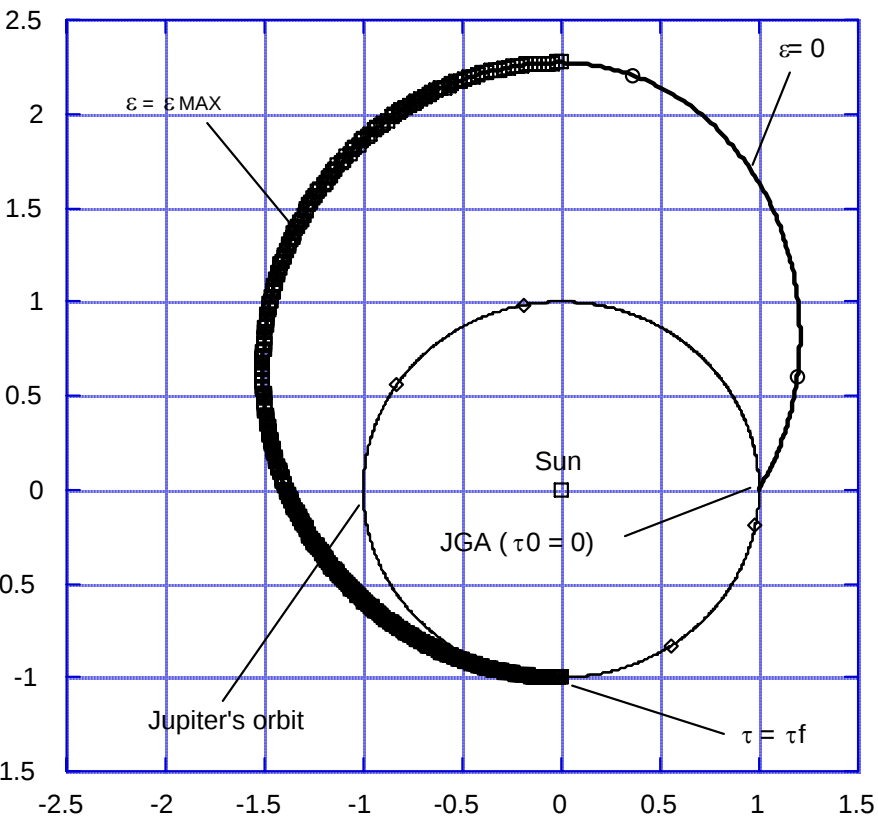
半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-7

半径方向加速および木星重力アシストによる円軌道-円軌道間移行



半径方向に加速される探査機の軌道ダイナミクス-8

半径方向加速および木星重力アシストによる円軌道-円軌道間移行



講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

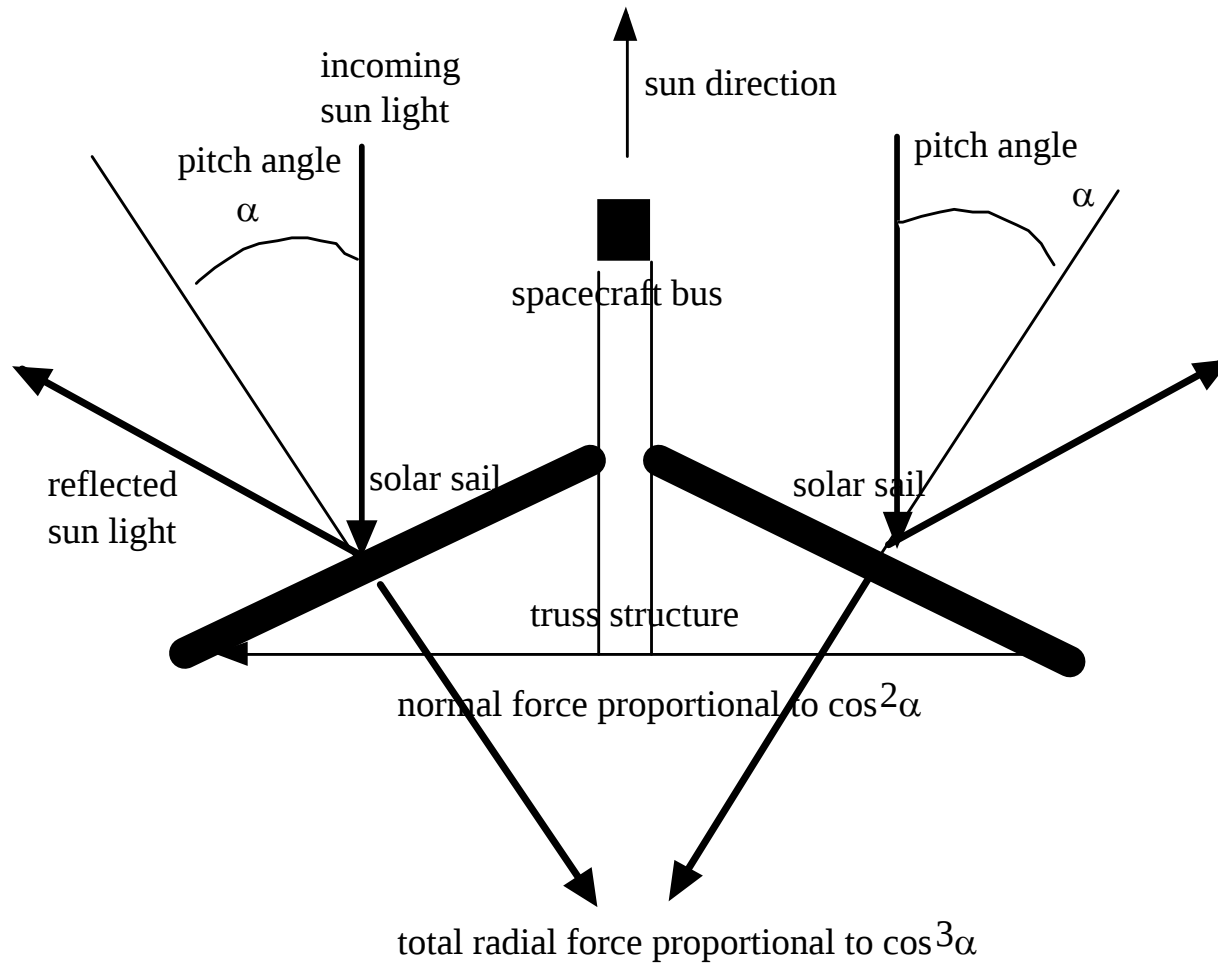


Fig. 1 Flat Tilted Solar Sail Force Model

Temperature Model

- The heat input to the sail is governed by the thermal property and the pitch setting-angle α of the solar sail relative to the Sun-line.
- The sail temperature may be obtained from the balance between the thermal input and the heat emitted from the sail.
- The sail temperature may then be written as

$$T = \left[\frac{(1 - r^{\#})W \cos \alpha}{\sigma(\varepsilon_f + \varepsilon_b)} \right]^{1/4}$$

Heat input
Emissivity

Equations of Motion-1

-The sail is usually assumed to be a flat, mirror-like specular reflector with negligible loss. For the orbital dynamics study, we assume the same ideal force model.

$$\begin{aligned}\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 &= -\frac{1}{r^2} + \beta \frac{1}{r^2} \cos^3 \alpha \\ &= -\frac{1}{r^2} + \beta \gamma^3 r^4\end{aligned}$$

Orbit Stability-1

-Conservations of angular momentum and energy

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = h \quad \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] + V(r) = C$$

-Equation of motion (u: inverse radial distance)

$$u = 1/r \quad \frac{d^2 u}{d\theta^2} + u - \frac{f}{h^2 u^2} = 0$$

where $f = dV(r) / dr$

-Linearization about $u = u_0$

$$\frac{d^2 x}{d\theta^2} + m^{\#2} x = 0 \quad m^{\#2} = 1 - \frac{u_0}{U(u_0)} \frac{dU}{du} \Big|_{u=u_0}$$

where $U = f / u^2$

Orbit Stability-2

- Equation of motion in the radial direction

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{1 - \beta \gamma^3 u^{-6}}{h^2}$$

$$m^{\#2} = 7 - \frac{6}{u_0 h^2}$$

- Stability condition

$$\text{unstable} \quad 0 < u_0 h^2 \leq 6 / 7$$

$$m^{\#2} \leq 0$$

$$\text{stable} \quad u_0 h^2 > 6 / 7$$

$$m^{\#2} > 0$$

- Temperature conditon

$$\gamma^3 \leq u^6$$

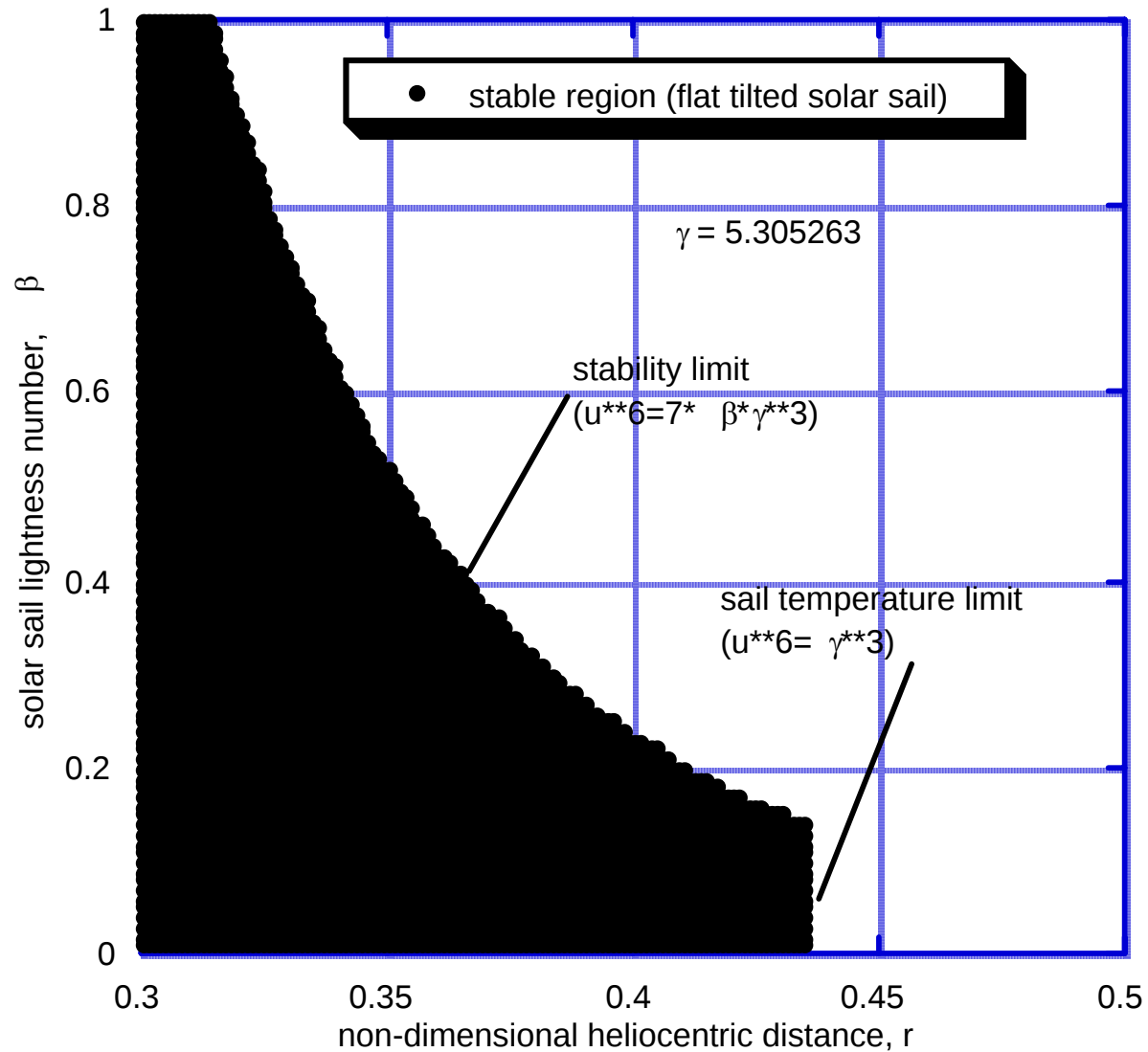


Fig. 3 Stability Regions of Flat Tilted Solar Sails

Stability Index-1

-State transition matrix

$$H(\theta) = \begin{bmatrix} \cos m^\# \theta & (1/m^\#) \sin m^\# \theta \\ -m^\# \sin m^\# \theta & \cos m^\# \theta \end{bmatrix}$$

-Monodromy matrix

$$H(2\pi) = \begin{bmatrix} \cos m^\# 2\pi & (1/m^\#) \sin m^\# 2\pi \\ -m^\# \sin m^\# 2\pi & \cos m^\# 2\pi \end{bmatrix}$$

-Characteristic equation

$$\lambda^2 - 2\lambda \cos m^\# 2\pi + 1 = 0$$

-The product of the two roots is 1 and they are reciprocal of one another. The two eigenvalues can be real or complex and we have an unstable orbit if they are real. If they are complex conjugates on the unit circle, we have a stable orbit.

Stability Index-2

-Stability index

$$k = \lambda_1 + \lambda_2 = 2 \cos m^\# 2\pi$$

-The bifurcation to a new periodic orbit with n times as many revolutions occurs when the angle is equal to $2\pi/n$ ($n > 1$).

-Here four simple particular cases are described.

n = 2:	$m^\# = 1/2$	k = -2.0,	double period
n = 3:	$m^\# = 1/3$	k = -1.0,	triple period
n = 4:	$m^\# = 1/4$	k = +0.0,	quadruple period
n = 6:	$m^\# = 1/6$	k = +1.0,	six times period

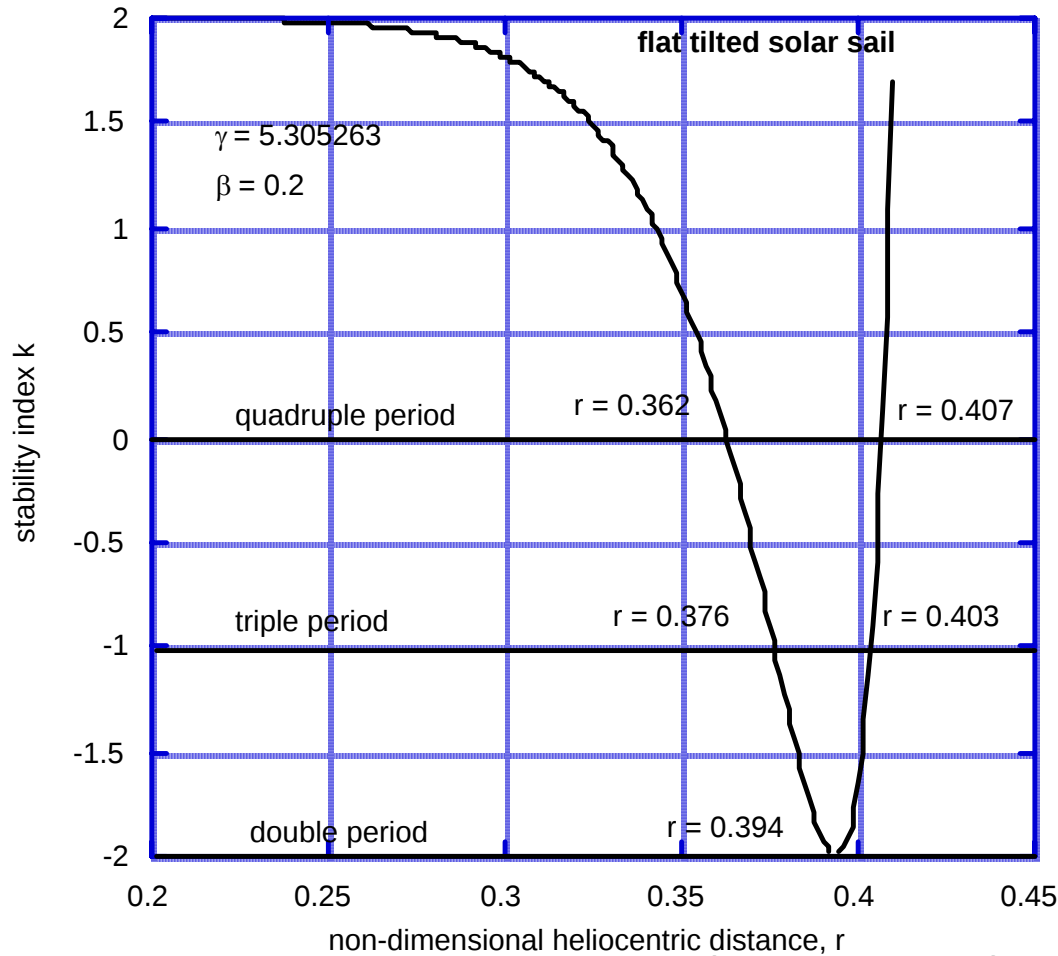


Fig. 5 Stability Index and Period Bifurcation of Flat Tilted Solar Sails (Left), Where $\gamma = 5.305263$ and $\beta = 0.2$.

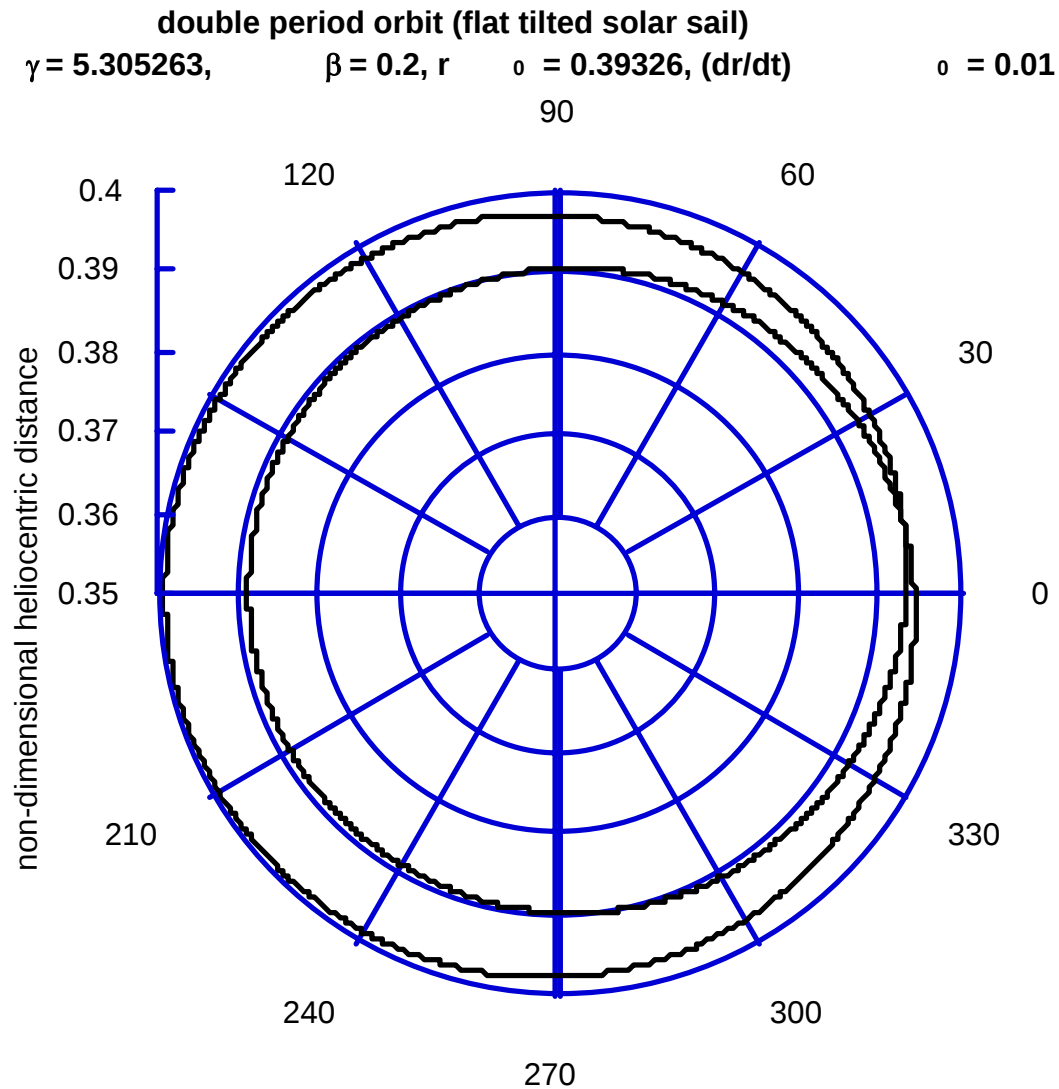


Fig. 6 Double Period Orbit (Flat Tilted Solar Sail)

講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

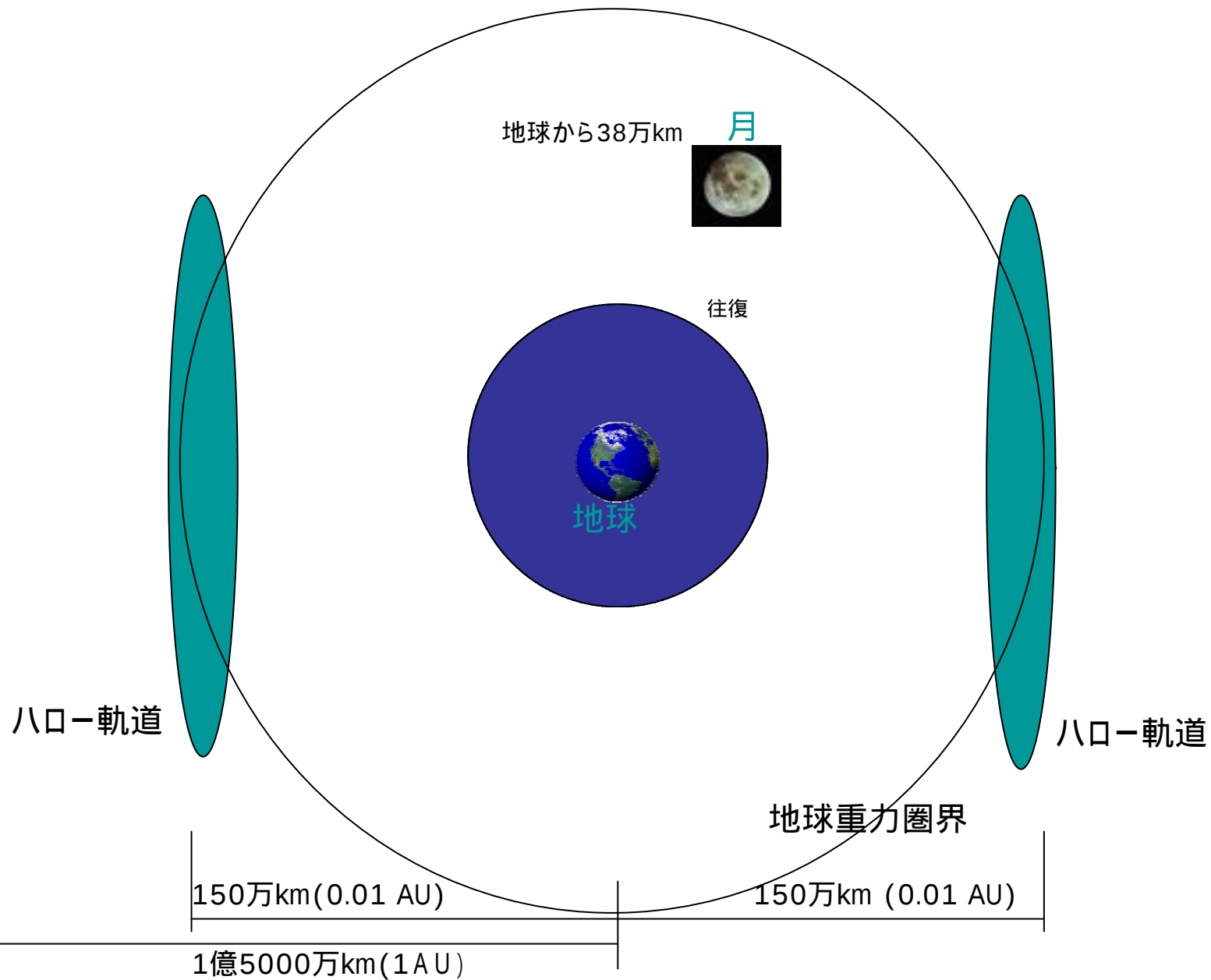
3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション - 1



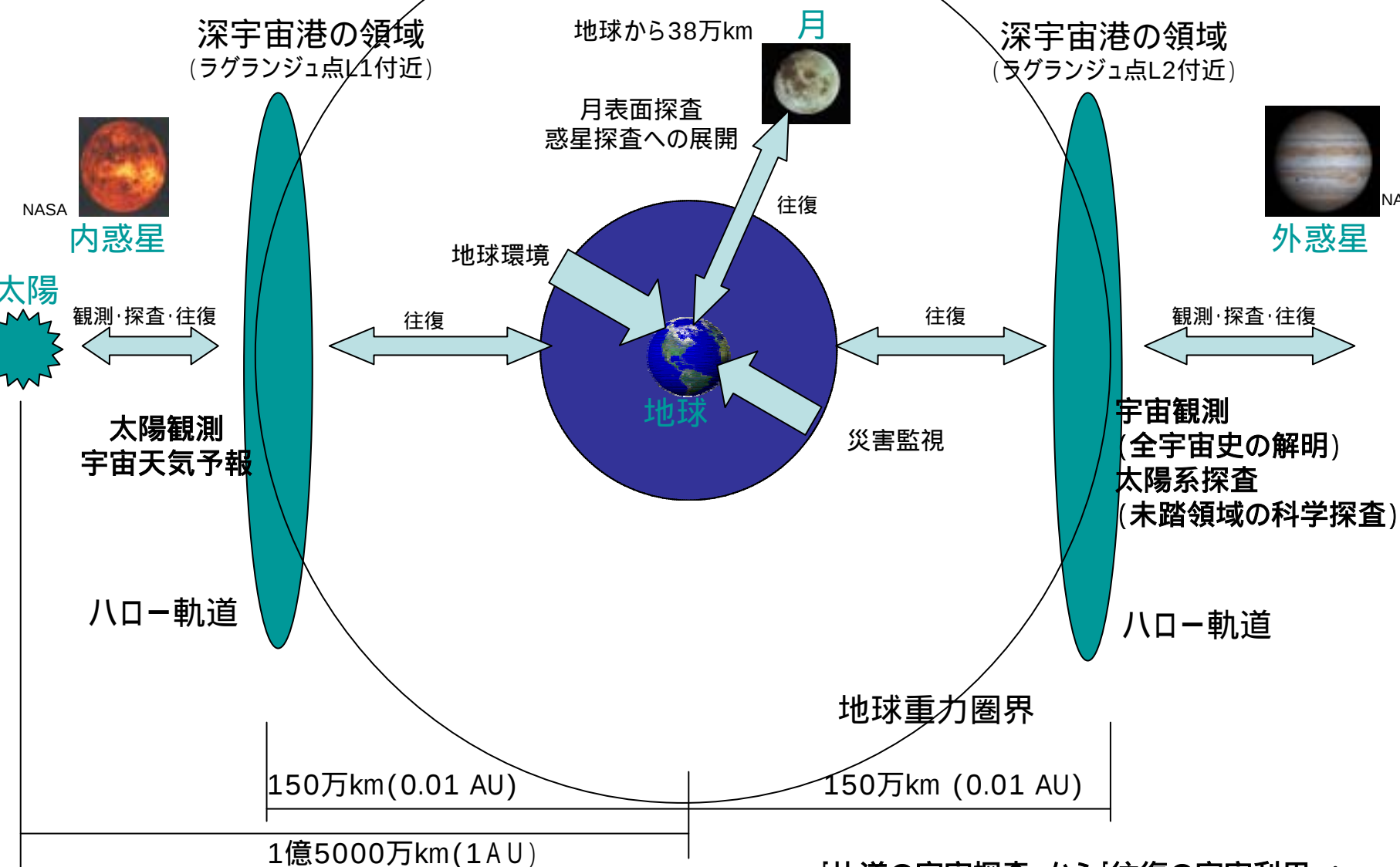
太陽



3体問題と宇宙探査ミッション - 2

2025年に向けて

宇宙観測と太陽系探査における深宇宙港構想



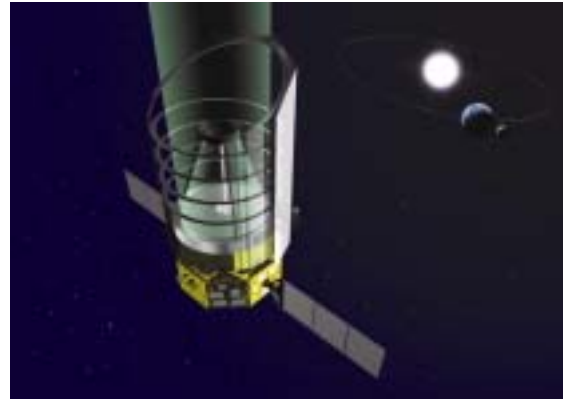
「片道の宇宙探査」から「往復の宇宙利用」へ

3体問題と宇宙探査ミッション - 3

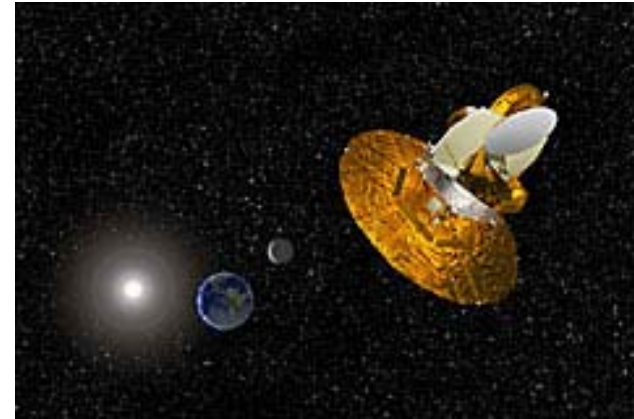
ラグランジュ点衛星



ISEE-3探査機外観図 (NASA)



SPICA衛星外観図 (JAXA, 提案中)



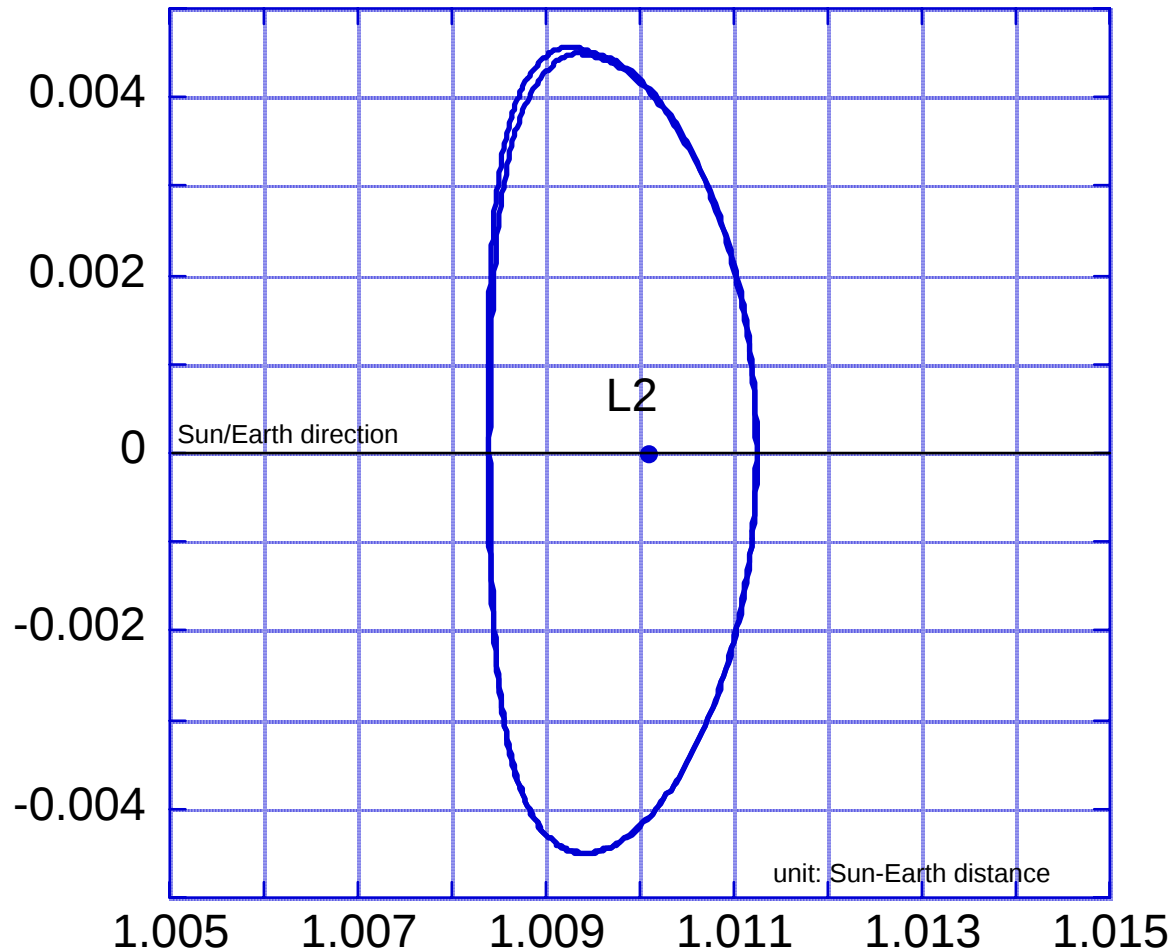
WMAP衛星外観図 (NASA)

SOHO	ESA/NASA
JASMINE	NAOJ/JAXA

XEUS	ESA/NASA/JAXA
JWST	NASA
HERSCHEL	ESA
PLANCK	ESA
GAIA	ESA
DARWIN	ESA

太陽を詳細観測する宇宙望遠鏡 (ラグランジュ点)
世界で最も遠くの星の運動を調べる赤外線望遠鏡
(情報の宝庫“天の川”を探り基礎物理を解明する)
宇宙最初のブラックホールを探すX線宇宙望遠鏡
初期の銀河と星を見る赤外宇宙望遠鏡
初期の銀河と進化を見る遠赤外線宇宙望遠鏡
宇宙背景放射を観測する宇宙望遠鏡
スターカタログのための可視光宇宙望遠鏡
編隊飛行による第2の地球の探索望遠鏡

3体問題と宇宙探査ミッション - 4



太陽—地球方向を固定した回転座標系におけるL2まわりのハロー軌道の例。
3次元的な軌道を地球の公転面に投影している。(Yamakawa, 2004)

3体問題と宇宙探査ミッション - 5

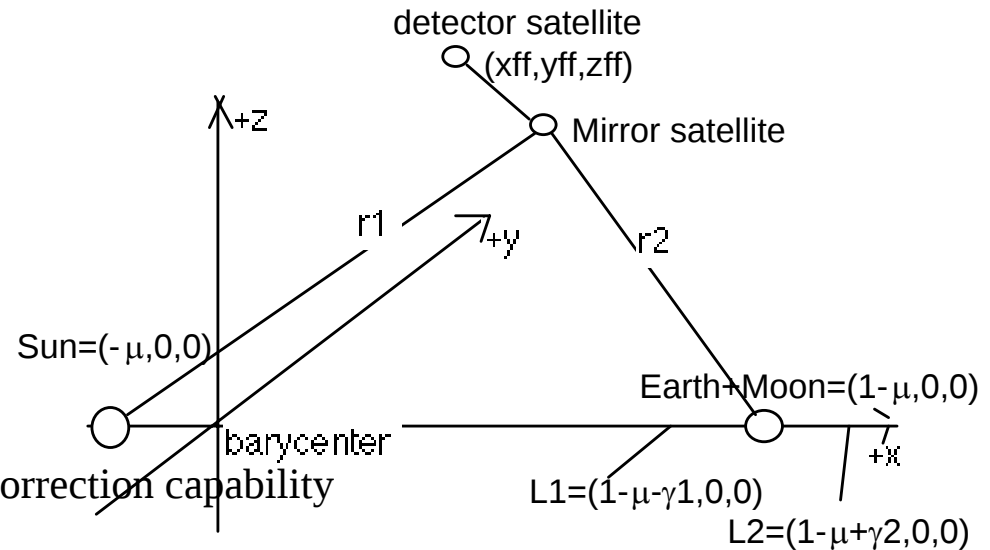
Halo orbit formation flight-1

Mirror satellite dynamics in the Sun-Earth/Moon line fixed rotating frame

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 2\frac{dy}{dt} + x - \frac{1-\mu}{r_1^3}(x+\mu) - \frac{\mu}{r_2^3}(x-(1-\mu))$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -2\frac{dx}{dt} + y - \frac{1-\mu}{r_1^3}y - \frac{\mu}{r_2^3}y$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{1-\mu}{r_1^3}z - \frac{\mu}{r_2^3}z$$



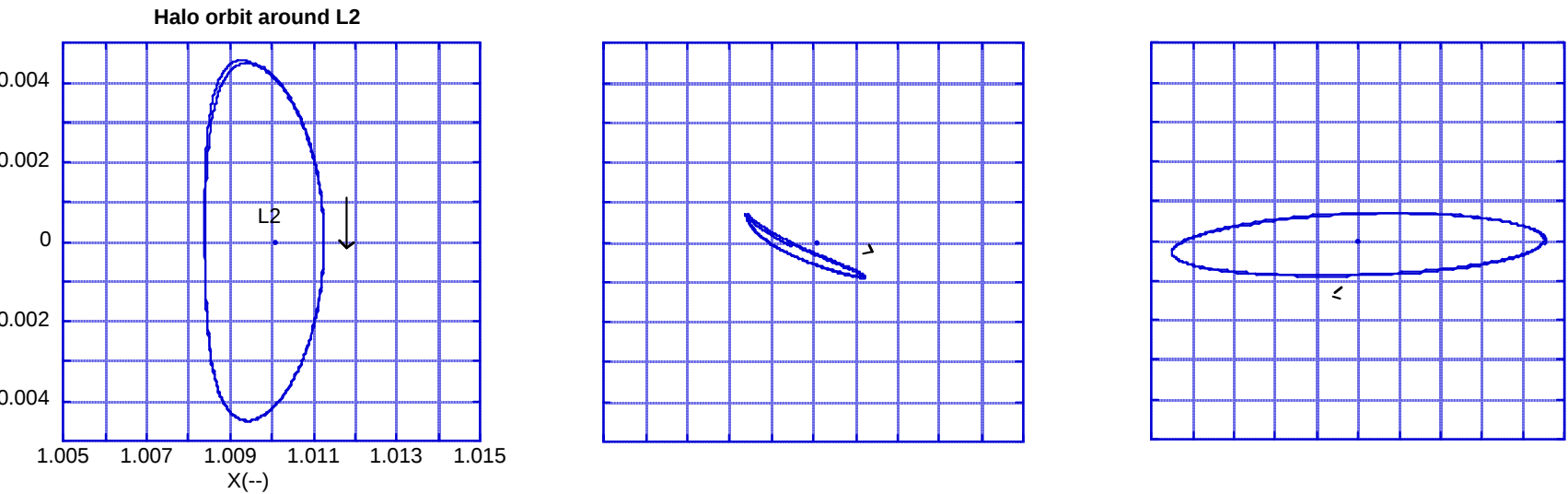
Detector satellite motion with trajectory correction capability

$$\frac{d^2(x+x_{ff})}{dt^2} = +2\frac{d(y+y_{ff})}{dt} + (x+x_{ff}) - \frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(x+x_{ff}+\mu) - \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(x+x_{ff}-(1-\mu)) + a_x$$

$$\frac{d^2(y+y_{ff})}{dt^2} = -2\frac{d(x+x_{ff})}{dt} + (y+y_{ff}) - \frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(y+y_{ff}) - \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(y+y_{ff}) + a_y$$

$$\frac{d^2(z+z_{ff})}{dt^2} = -\frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(z+z_{ff}) - \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(z+z_{ff}) + a_z$$

Halo orbit formation flight-2



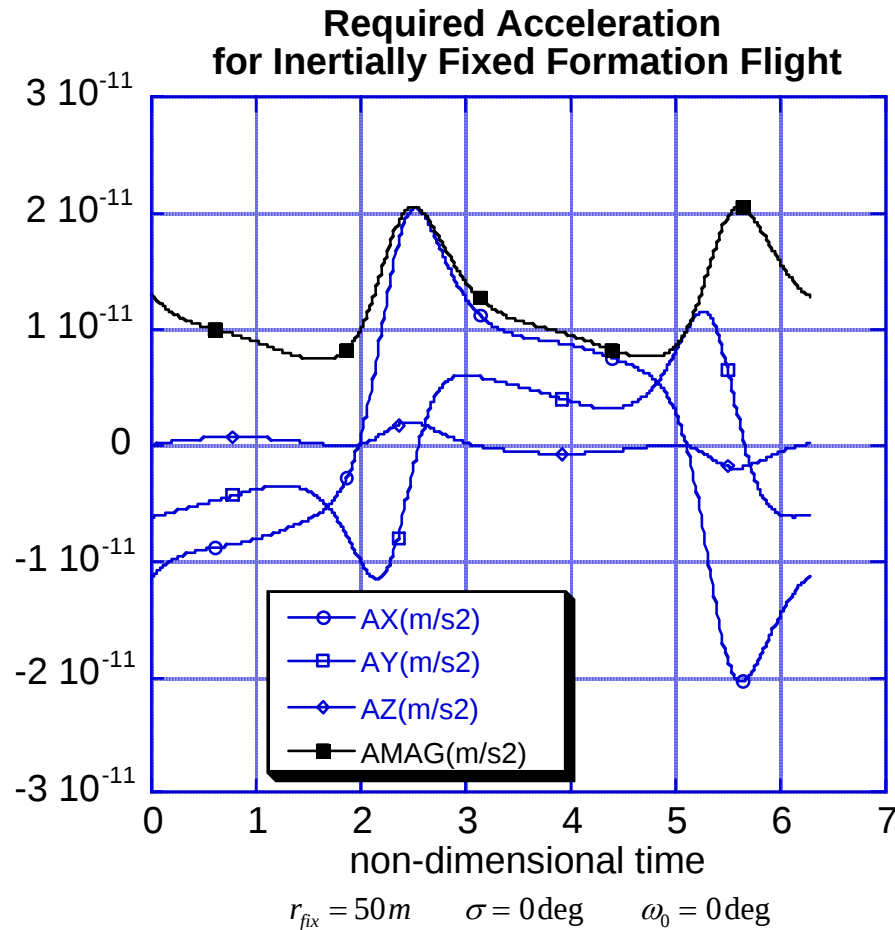
Required control acceleration for the L2 Halo orbit formation flight is

$$a_x = +\frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(x+x_{ff}+\mu) - \frac{1-\mu}{r_1^3}(x+\mu) + \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(x+x_{ff}-(1-\mu)) - \frac{\mu}{r_2^3}(x-(1-\mu))$$

$$a_y = +\frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(y+y_{ff}) - \frac{1-\mu}{r_1^3}y + \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(y+y_{ff}) - \frac{\mu}{r_2^3}y$$

$$a_z = +\frac{1-\mu}{r_{1ff}^3}(z+z_{ff}) - \frac{1-\mu}{r_1^3}z + \frac{\mu}{r_{2ff}^3}(z+z_{ff}) - \frac{\mu}{r_2^3}z$$

Halo orbit formation flight-3

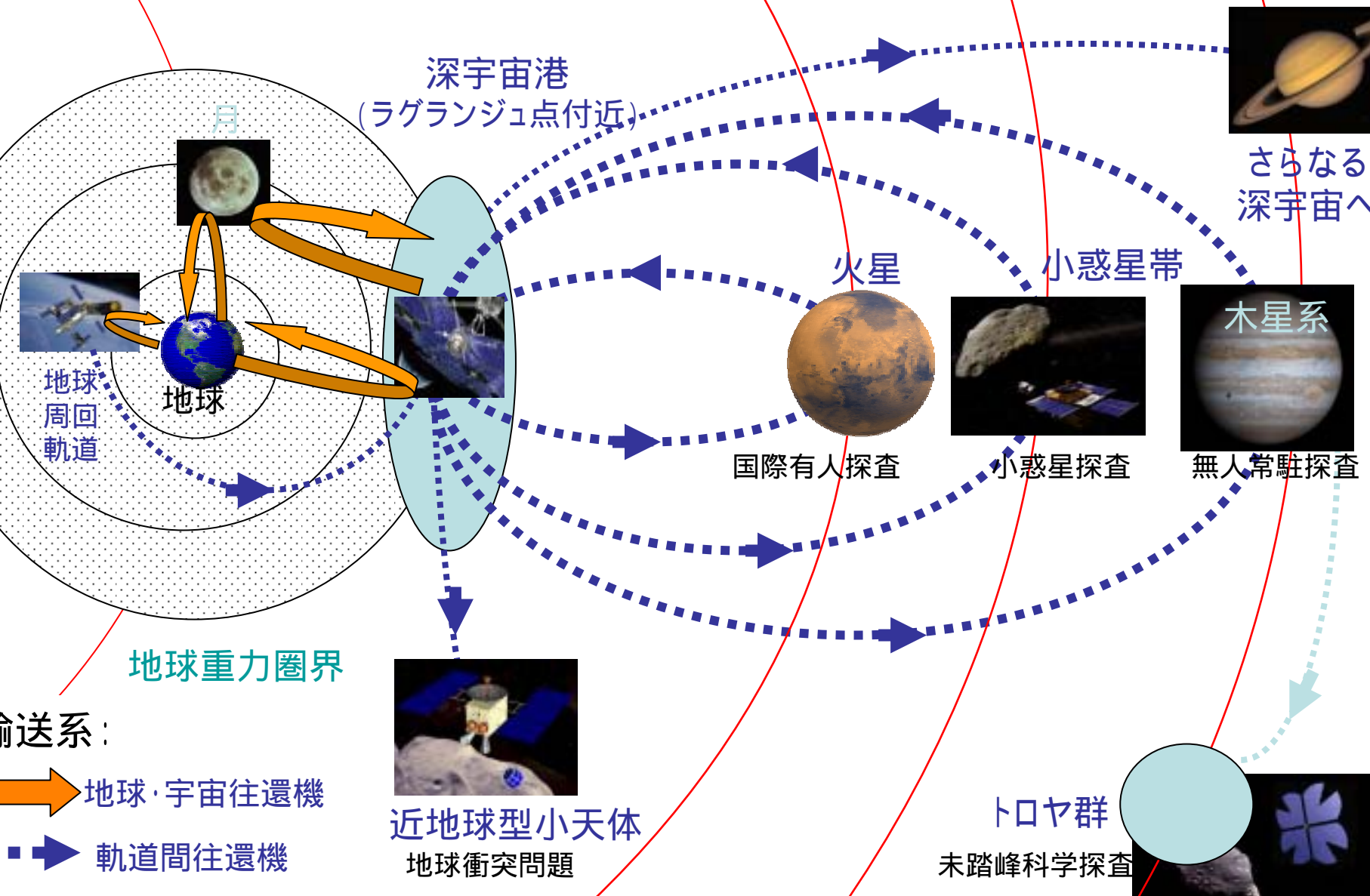


Detector Satellite Nominal Control Acceleration

control acceleration $1 \sim 2 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2$ (50m relative distance)

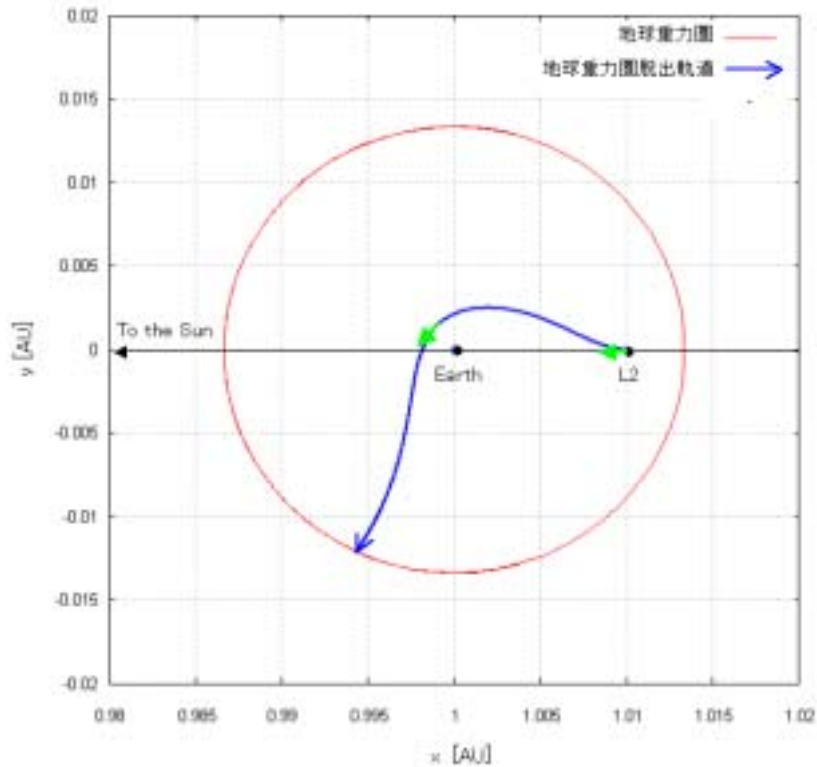
3 体問題と宇宙探査ミッション - 8

深宇宙港で進化する太陽系探査と人類の活動圏の拡大



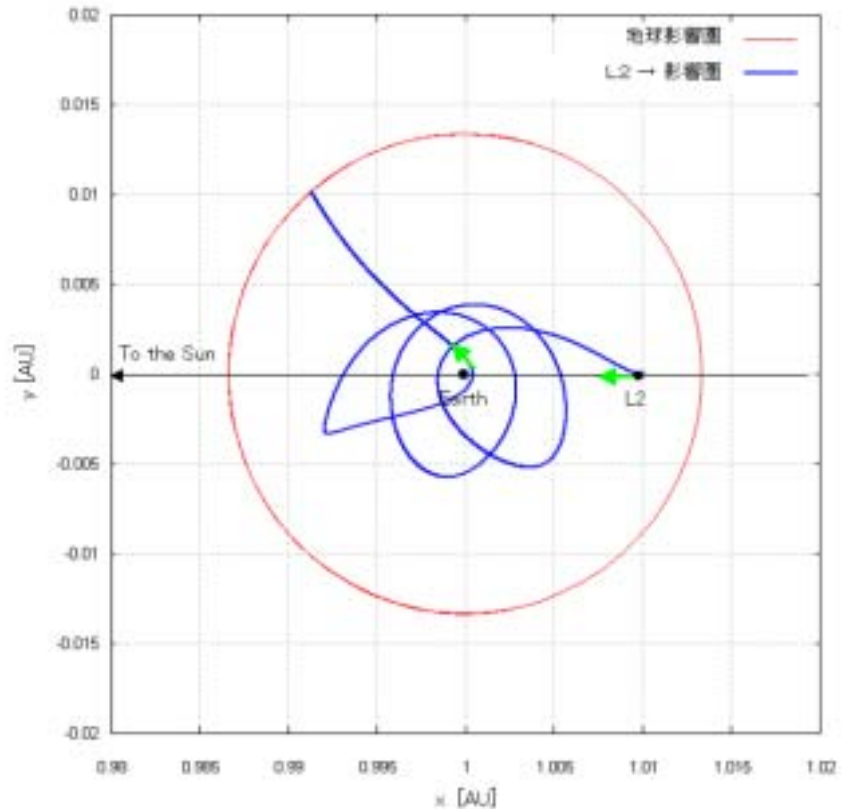
3体問題と宇宙探査ミッション - 9

ラグランジュ点からの出発



2インパルス脱出軌道

(Nakamiya, Yamakawa, 2005)



2インパルス軌道

講演内容

惑星探査計画の作り方 (2体問題)

惑星・小天体探査軌道計画 (2体問題)

フォーメーションフライト (2体問題)

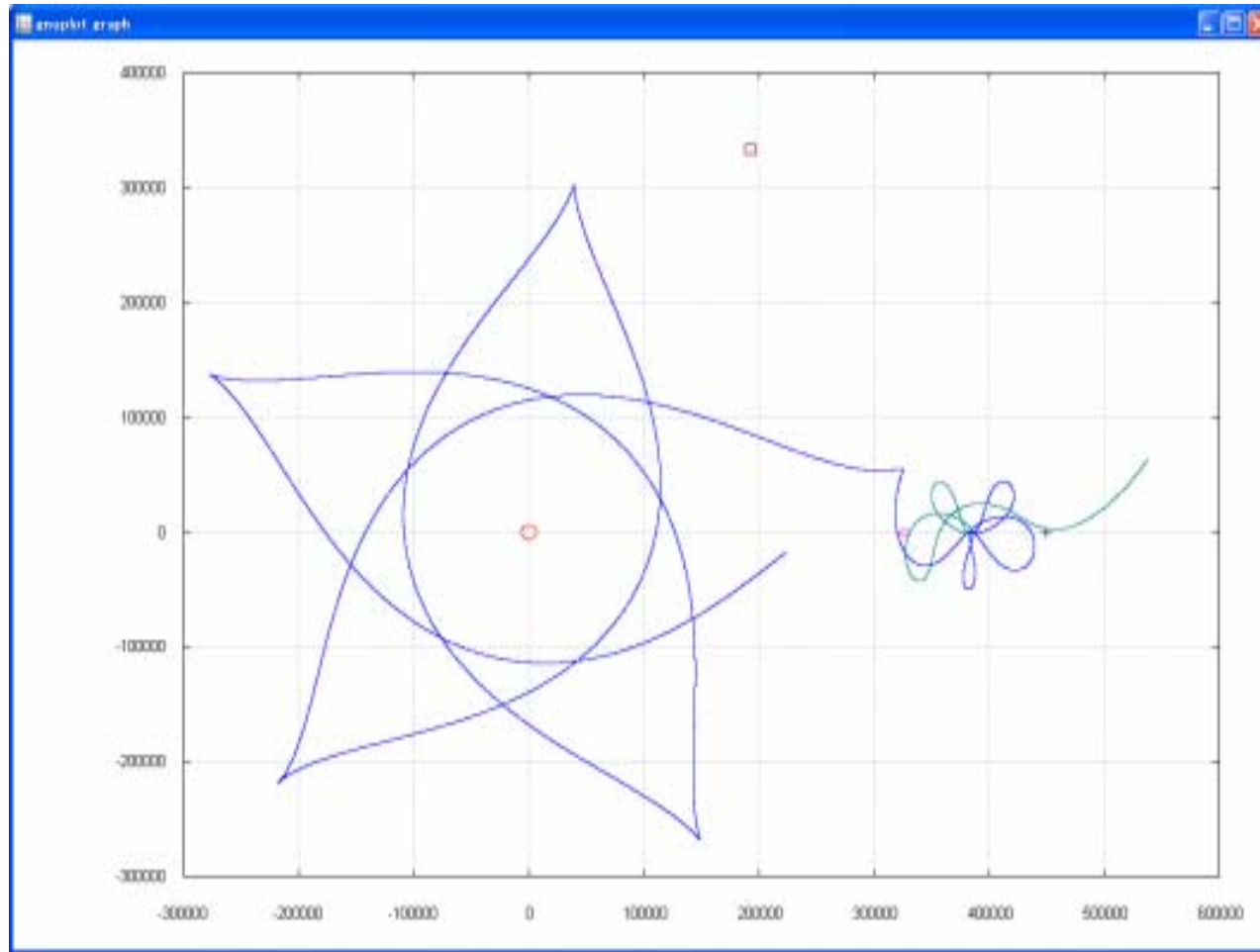
半径方向に加速度を受ける軌道 (2体問題)

ソーラーセイル軌道ダイナミクス (2体問題)

3体問題と宇宙探査ミッション (3体問題)

重力キャプチャー軌道 (3体問題、4体問題)

重力キャプチャー (ballistic capture) -1

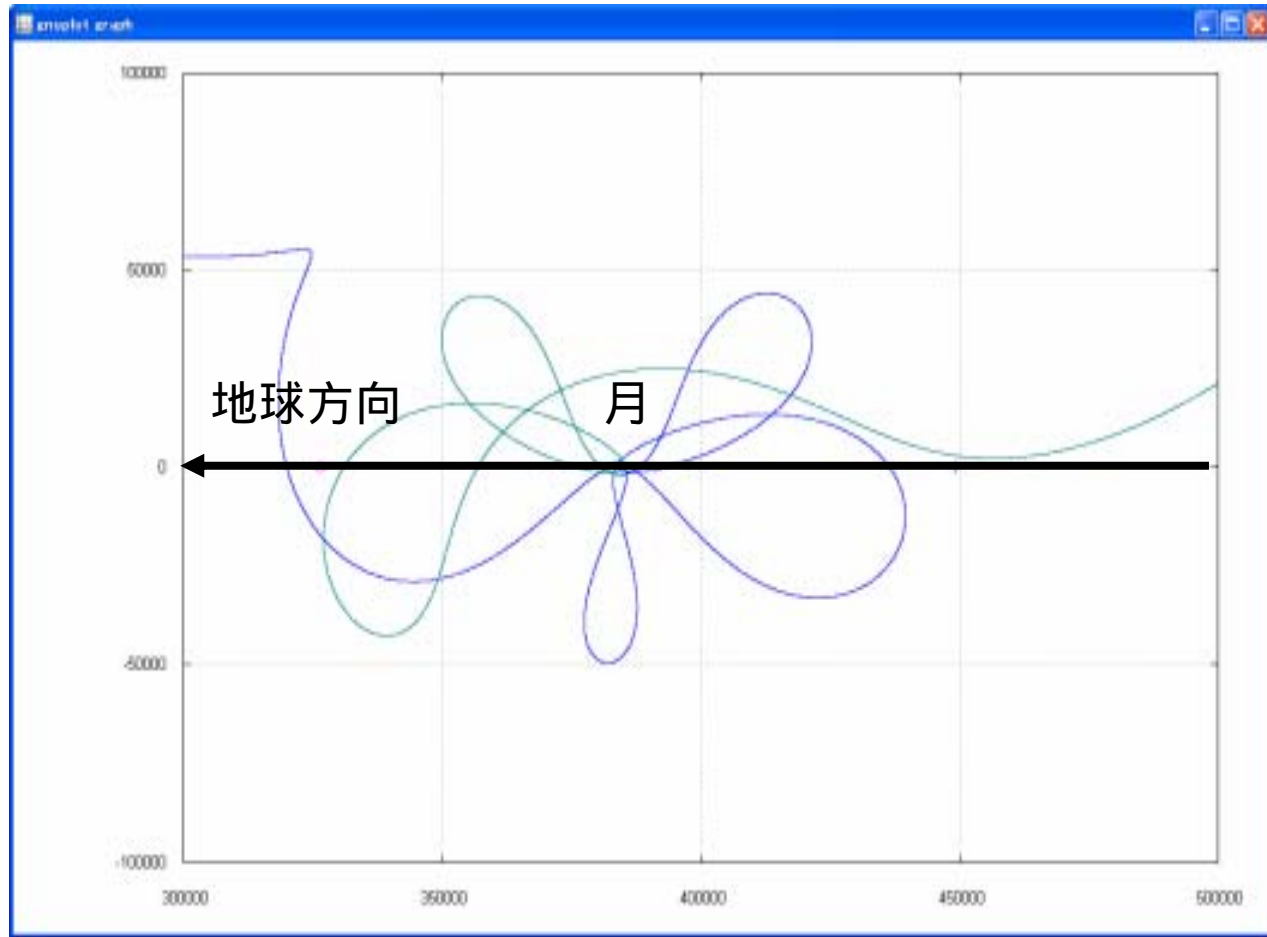


2004 . H.Yamakawa
Figure: M. Nakami

月重力キャプチャー軌道の例（地球—月方向を固定した回転座標系）。探査機は、地球—月系のL2点近傍から月に接近し、月を5周した後、L1点近傍から地球方向に抜けている。

重力キャプチャー（ballistic capture）-2

～（月周辺を拡大）～

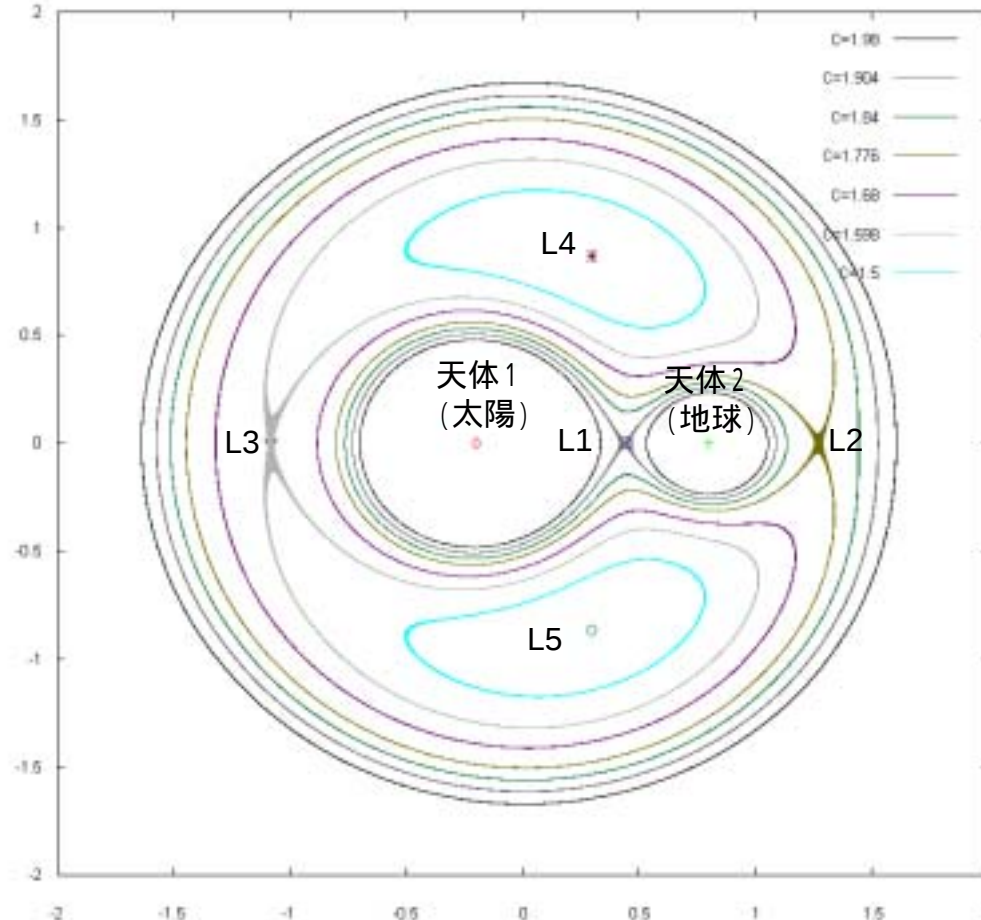


2004 . H.Yamakawa
Figure: M. Nakami

月重力キャプチャー軌道の例（地球—月方向を固定した回転座標系）。探査機は、地球—月系のL2点近傍から月に接近し、月を5周した後、L1点近傍から地球方向に抜けている。

重力キャプチャー（ballistic capture）-3

～ヤコビ積分とゼロ速度曲線～

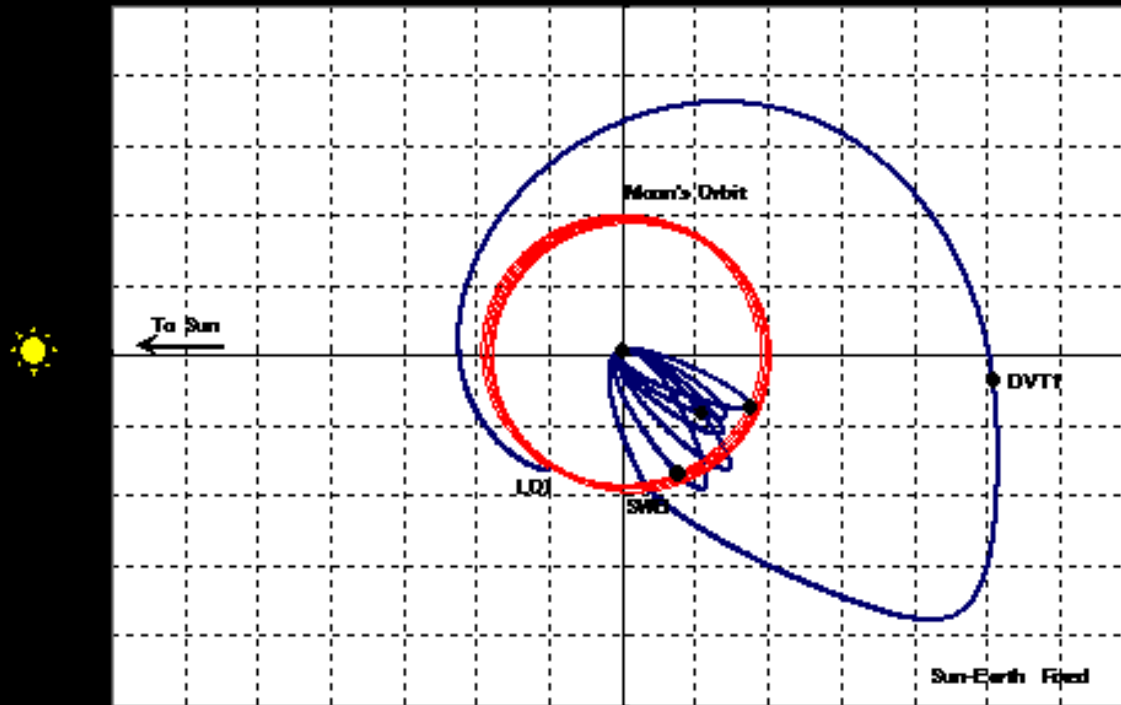


2004 . H.Yamakawa
Figure: M. Nakamiya

2つの天体を結ぶ方向を固定した回転座標系における5つのラグランジュ点と等ポテンシャル線。回転座標系で定義されたエネルギーに対応した到達可能な領域を表す。

重力キャプチャー (ballistic capture) -4

太陽—地球—衛星の3体問題のダイナミクスの利用
～重力キャプチャーを用いた地球—月遷移軌道～



軌道から月到達まで

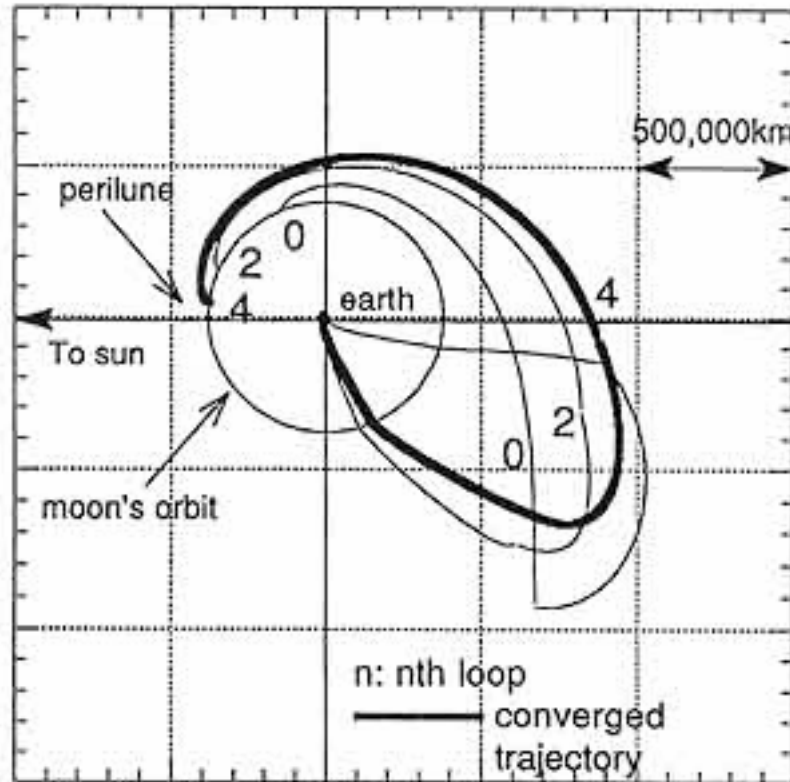
太陽—地球—衛星の3体問題の
ダイナミクスを利用(潮汐力によ
る高度の上昇)

太陽—地球—衛星の3体問題のダ
イナミクスを利用(重力キャプ
チャーによる月相対速度の低

月重力キャプチャーによる地球—月移行軌道 (太陽—地球方向を固定した回転座標系)
(Yamakawa et al., 1994)

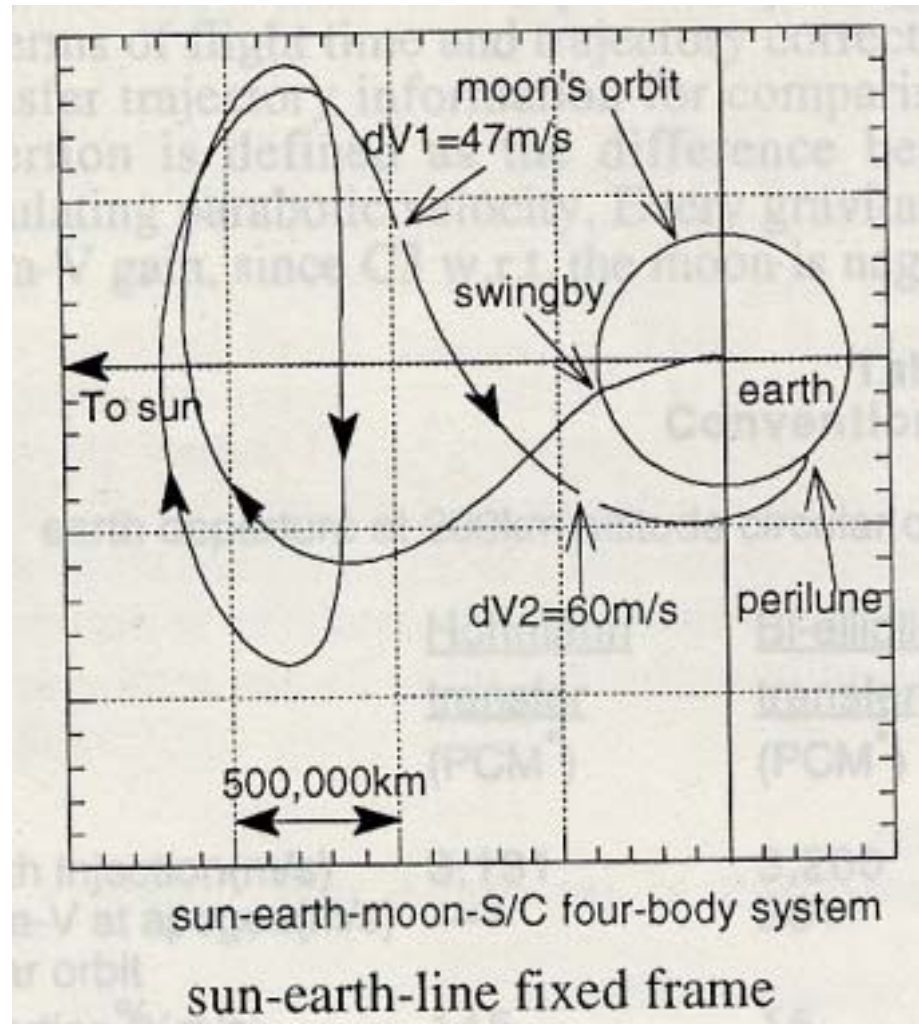
重力キャプチャー (ballistic capture) -5

月重力キャプチャーを利用した地球-月移行軌道的设计過程



重力キャプチャー (ballistic capture) -6

地球ーラグランジュ点付近一月移行軌道



参考文献 - 1

論文

- H. Yamakawa, J. Kawaguchi, N. Ishii and H. Matsuo, "A Numerical Study of Gravitational Capture Orbit in the Earth-Moon System," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 79, Part II, pp. 1113-1132, 1992.
- H. Yamakawa, J. Kawaguchi, N. Ishii, H. Matsuo, "On Earth-Moon Transfer Trajectory with Gravitational Capture," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 85, Part. I, pp. 397-416, 1993.
- J. Kawaguchi, M. Kimura, H. Yamakawa, K. Uesugi, H. Matsuo, R. Farquhar, "PLANET-B's Lunar Gravity Assist Trajectory to Mars," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 85, Part. II, pp. 1651-1664, 1993.
- J. Kawaguchi, H. Yamakawa, T. Uesugi, H. Matsuo, "On Making Use of Lunar and Solar Gravity Assists in LUNAR-A, PLANET-B Missions," *Acta Astronautica*, Vol. 35, No. 9-11, pp. 633-642, 1995.
- J. Kawaguchi, Y. Morita, T. Hashimoto, T. Kubota, H. Yamakawa and H. Saito, "Nereus Sample Return Mission," *Space Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 277-284, 1995.
- H. Yamakawa, J. Kawaguchi, K. Uesugi and H. Matsuo, "Frequent Access to Mercury in the Early 21st Century: Multiple Mercury Flyby Mission via Electric Propulsion," *Acta Astronautica*, Vol. 39, No. 1-4, pp. 133-142, 1996.
- H. Yamakawa, "Solar Electric Propulsion Mercury Orbiter Mission Design," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol. 14, No. 1, 1998, pp. 1-10.
- Z. Hong-Hua, H. Matsuo, Y. Morita, and H. Yamakawa, "Stabilization of a Deployable Flexible Structure," *Acta Astronautica*, Vol. 43, Issue 7-8, October 1998, pp. 369-376.
- H. Yamakawa, "ISAS Mercury Orbiter Mission Trajectory Design Strategy," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol. 21, Special Issue, 1999, pp. 270-279.
- H. Yamakawa, H. Saito, J. Kawaguchi, Y. Kobayashi, H. Hayakawa and T. Mukai, "Preliminary ISAS Mercury Orbiter Mission Design," *Acta Astronautica*, Vol. 45, Nos. 4-9, pp. 187-195, 1999.
- T. Ohnishi, S. Ishibashi, M. Yoshikawa, T. Kato, T. Ichikawa, H. Yamakawa and J. Kawaguchi, "Orbit Determination for Nozomi," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 108, Part. I, pp. 55-65, 2001.
- H. Yamakawa and M. Kimura, "Orbit Synthesis of the ISAS Venus Climate Orbiter Mission," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 109, part. III, pp. 2225-2237, 2001.
- H. Yamakawa, H. Ogawa, Y. Kasaba, H. Hayakawa, T. Mukai, and M. Adachi "ISAS Feasibility Study on the BepiColombo/MMO Spacecraft Design," *Acta Astronautica*, Vol. 51, No. 1-9, pp. 397-404, 2002.
- M. Yoshikawa, J. Kawaguchi, H. Yamakawa, T. Kato, T. Ichikawa, T. Ohnishi, S. Ishibashi "Orbit of Mars Explorer NOZOMI and Its Determination by Delta-VLBI Technique," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 114, Part III, pp. 2199-2216, 2003.
- H. Yamakawa, "A Guidance Strategy for the Radially Accelerated Trajectory," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 116, Part I, pp. 297-316, 2003.
- H. Yamakawa, H. Ogawa, Y. Kasaba, H. Hayakawa, T. Mukai M. Adachi "Current Status of the BepiColombo/MMO Spacecraft Design," *Advances in Space Research*, Vol. 33, pp. 2133-2141, 2004.
- H. Hayakawa, Y. Kasaba, H. Yamakawa, H. Ogawa, and T. Mukai, "The BepiColombo/MMO Model Payload and Operation Plan," *Advances in Space Research*, Vol. 33, pp. 2142-2146, 2004.

参考文献 - 2

論文(続)

- M. Morimoto, H. Yamakawa, M. Yoshikawa, M. Abe, and H. Yano "Trajectory Design of Multiple Asteroid Sample Return Missions," *Advances in Space Research*, Vol. 34, Issue 11, pp. 2281-2285, 2004.
- N. Ishii, H. Yamakawa, S. Sawai, M. Shida, T. Hashimoto, M. Nakamura, T. Imamura, T. Abe, K. Oyama, and I. Nakatani, "Current Status of the PLANET-C Venus Orbiter Design," *Advances in Space Research*, Vol. 34, pp. 1668-1672, 2004.
- H. Yamakawa, "Low-thrust Formation Flight for Astronomy Satellite," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 119, Part III, pp. 3,171-3,182, 2004.
- M. Yoshikawa, T. Ichikawa, T. Kato, H. Yamakawa, J. Kawaguchi, T. Ohnishi, and S. Ishibashi, "Orbit Determination of NOZOMI," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol. 19, No. 2, Autumn, 2003, pp. 9-18.
- M. Morimoto, H. Yamakawa and K. Uesugi, "Trajectory Analysis of Magneto-Plasma Sail Comparing With Other Low Thrust Propulsion Systems," *The Journal of Space Technology and Science*, Vol. 20, No. 2, Autumn, 2004, pp. 54-63.
- M. Yoshikawa, J. Kawaguchi, H. Yamakawa, T. Kato, T. Ichikawa, T. Ohnishi, and S. Ishibashi, "Summary of the Orbit Determination of NOZOMI Spacecraft for All the Mission Period," *Acta Astronautica*, Vol. 57, 2005, pp. 510-519.
- H. Yamakawa, "Guidance Strategy for Radially Accelerated Trajectories," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 42, No. 4, July-August 2005, pp. 677-683.
- H. Yamakawa, "Optimal Radially Accelerated Interplanetary Trajectories," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 1, Jan-Feb 2006.
- H. Nishida, H. Ogawa, I. Funaki, K. Fujita, H. Yamakawa, Y. Nakayama, "Two-Dimensional Magnetohydrodynamic Simulation of a Magnetic Sail," *Journal of Spacecraft and Rockets*, in press.
- H. Yamakawa, I. Funaki, Y. Nakayama, K. Fujita, H. Ogawa, S. Nonaka, H. Kuninaka, S. Sawai, H. Nishida, R. Asahi, H. Otsu, and H. Nakashima, "Magneto Plasma Sail: An Engineering Satellite Concept and its Application for Outer Planet Missions," *Acta Astronautica*, available online 8 Sep. 2005.
- H. Yamakawa, "Low-Thrust Formation Flight for Astronomy Satellites," *Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 48, No. 162, pp. 235-237, Jan-Mar. 2006.
- T. Mukai, H. Yamakawa, H. Hayakawa, Y. Kasaba, and H. Ogawa, "Present Status of the BepiColombo / Mercury Magnetospheric Orbiter," *Advances in Space Research*, available online 8 Sep. 2005.
- 高野忠, 川口淳一郎, 高橋忠幸, 中谷一郎, 橋本樹明, 村上浩, 山川宏, "科学衛星ミッションの現状と将来", *信学技報*. SANE2002-26 (2002-06), 社団法人電子情報通信学会, 2002年6月, pp. 43-50.
- 山川宏, 小川博之, 藤田和央, 野中聡, 澤井秀次郎, 國中均, 船木一幸, 大津広敬, 中山宜典, "磁気プラズマセールによる外惑星探査", *日本航空宇宙学会論文集*, Vol. 52, No. 603, pp. 148-152, 2004年4月号.
- H. Yamakawa, "Dynamics of Radially Accelerated Trajectories," *Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, submitted.
- H. Yamakawa, "Orbital Dynamics of Temperature-Constrained Solar Sails," *The Journal of the Astronautical Sciences*, submitted.
- M. Morimoto, H. Yamakawa, and K. Uesugi, "Periodic Orbits with Low-thrust Propulsion in the Restricted Three-body Problem," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, in press.

参考文献 - 3

著書

- 共著、機械工学便覧、4.1.2.章「火星軌道」、 γ (応用システム)11編「宇宙機器・システム」、日本機械学会編(丸善より出版予定)。
共著、航空宇宙工学便覧、C2.5.「ロケットの航法と誘導」、b「電波誘導」、日本航空宇宙学会編、第3版、丸善、2005.11.30.第1版。
共著、社団法人・日本航空宇宙工業会、「ミッション解析と軌道設計に関する調査」、2005.3.30。
共著、陪風館、2章「人工衛星の軌道」、人工衛星の力学及び制御(出版予定)。

総説

- 山川宏、川口淳一郎、「月惑星探査の軌道計画」、*計測と制御* 計測自動制御学会、Vol. 39, No. 9, 2000年9月号、pp. 559-563。
的川泰宣、山川宏、「ミール制御落下の顛末(The Whole Story of Mir Controlled Reentry)」、*計測と制御* 計測自動制御学会、Vol. 41, No. 8., 2002。
船木一幸、山川宏、藤田和央、野中聡、「磁気プラズマセイルによる深宇宙探査」、*日本物理学会誌*、Vol. 58, No. 4, pp. 266-269, 2003。
山川宏、「ベピコロポ国際共同水星探査計画—人類御無沙汰な水星—」、学生が聴く、日本の惑星探査の過去・現在・未来(第7回)、*日本惑星科学会誌* Vol. 12, No. 1, March 2003。
山川宏、「宇宙探査ミッションにおける3体問題の役割」、*日本物理学会誌*、2005年10月号。

紀要

- 山川宏、石井信明、川口淳一郎、前田行雄、感応寺治城、迫田幸恵、古林剛士、渋谷彰、「M-V型ロケットの飛翔軌道 / 風補正 / 電波誘導」、*宇宙科学研究所報告*、特集第47号、「M-V型ロケット(1号機から4号機まで)」、2003年3月、pp. 271-329。
T. Minami, I. Funaki, H. Yamakawa, Y. Nakayama, "Experimental Study of Magnetic Sails," *ISAS Research Note*, Vol. 790, March 2005。
R. Asahi, I. Funaki, H. Yamakawa, K. Fujita, "MHD Analysis and Performance Evaluation of a Magneto Plasma Sail," *ISAS Research Note*, Vol. 789, March 2005。
I. Funaki, H. Kojima, Y. Shimizu, Y. Nakayama, K. Toki, H. Yamakawa, S. Shinohara, "Design and Initial Operation of an Experimental Simulator of Magnetic Sail," 磁気プラズマセイルの推力発生メカニズムの解明、*JAXA RR (Research and Development Report)*, Edited by I. Funaki and H. Yamakawa, March 2006。
H. Yamakawa, "Orbital Dynamics of Magnetoplasma Sail," 磁気プラズマセイルの推力発生メカニズムの解明、*JAXA RR (Research and Development Report)*, Edited by I. Funaki and H. Yamakawa, March 2006。
船木一幸、山川宏、藤田和央「小型磁気セイル飛翔実験の検討」、磁気プラズマセイルの推力発生メカニズムの解明、*JAXA RR (Research and Development Report)*, Edited by I. Funaki and H. Yamakawa, March 2006。

ありがとうございました。