

Present State and Prospects of Experimental Relativity in Solar System

太陽系における実験相対論の現状と今後

Hideyoshi ARAKIDA (荒木田英禎), NAOJ/PRC, h.arakida@nao.ac.jp

1 いまさら実験相対論？

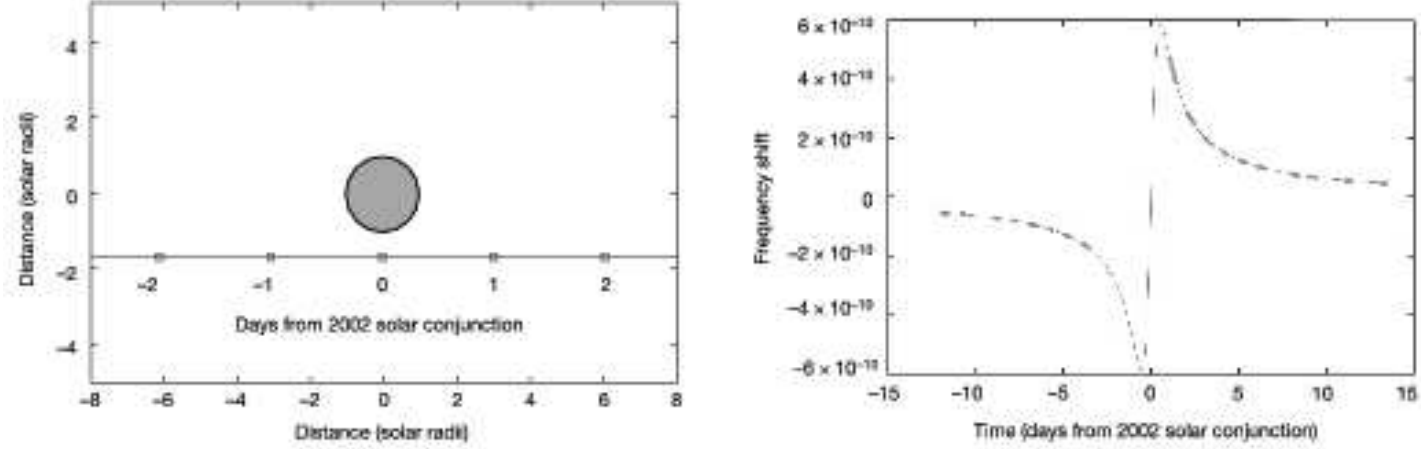
- これはでは1次のポスト・ニュートン(線形)近似
 - Slow Motion, Weak Field 近似, $1/c^2$ 展開, PPN形式
 - 太陽系：相対論的重力は小さいが、高精度測定可能
- BD (スカラー・テンソル)理論は LLR 等で否定
- しかしスカラー・テンソル理論は代替重力理論の有力な候補
- γ は $10^{-5} \sim 10^{-7}$ の精度で決定される必要がある
- 太陽の J_2 問題は未解決
 - β の推定に影響
- 質量やエネルギー時空を曲げる事は検証済み
 - 光の弯曲, 時間遅れ, 近日点移動 ...
- 天体の運動(回転, 並進)が時空を曲げる事の検証はまだ不十分
- 観測精度の飛躍的向上への期待
 - 高次の相対論的效果が受かり始めている
 - 最後の課題は重力波検出か？
- まだまだ調べるべき事はある

2 Cassiniによる γ の精密測定

- Cassini：土星探査機
- Bertotti *et al.*(2003)
- 太陽重力場での相対論効果の決定精度を約20年ぶりに更新
 - レーダー性能の飛躍的な向上
 - * X バンド + Ka バンド (High frequency)
 - * 太陽のプラズマ効果を劇的に軽減： $\sim O(10^{-14})$
 - 太陽との Conjunction 時の **ドップラー観測**

$$\Delta t = 2(1+\gamma)\frac{GM}{c^3}\ln\left(\frac{4r_1r_2}{b^2}\right)$$
$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{d\Delta t}{dt} = -2(1+\gamma)\frac{GM}{c^3b}\frac{db}{dt} = -(1.0 \times 10^{-5})\frac{1}{b}\frac{db}{dt}$$
$$\left.\frac{\delta\nu}{\nu}\right|_{\max} \sim 6.0 \times 10^{-10}, \quad \frac{db}{dt} \sim v_E \sim 30\text{km/s}$$

- $\gamma = 1 + (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$



3 Lunar Laser Ranging

- 現在の位置決定精度は数 (2~3)cm
- Williams *et al.*(2004)
- 重力定数の時間変化

$$\dot{G}/G = (4 \pm 9) \times 10^{-13}\text{yr}^{-1}$$

- Nordtvedt パラメータ

$$\eta = 4\beta - \gamma - 3 = (4.4 \pm 4.5) \times 10^{-4}$$

- Cassini の γ を用いた β の推定

$$\beta = 1 + (1.2 \pm 1.1) \times 10^{-4}$$

4 Gravito-Magnetic 効果

- 物体があると時空が歪む：Gravito-Electric 静的重力場, メトリックの対角 (Schwarzschild) 項
- 物体の運動も時空を歪める**：Gravito-Magnetic ベクトルポテンシャル, メトリックの非対角項
- 物体の運動による重力場 (GM) は非常に微弱

$$g_{00} = 1 - \frac{rs}{r}, \quad g_{0\phi} = \frac{ars}{r^2} \sin^2 \theta, \quad rs = \frac{2GM}{c^2}, \quad a = \frac{J}{Mc}$$
$$\epsilon = \frac{g_{0\phi}}{g_{00}} = \frac{ars}{r(r-r_s)} \simeq \frac{ars}{r^2} \sim 10^{-12} \quad \text{at 太陽表面}$$

- しかし、徐々に Gravito-Magnetic 効果も検証可能になりつつある

4.1 天体の回転運動による時空の歪み

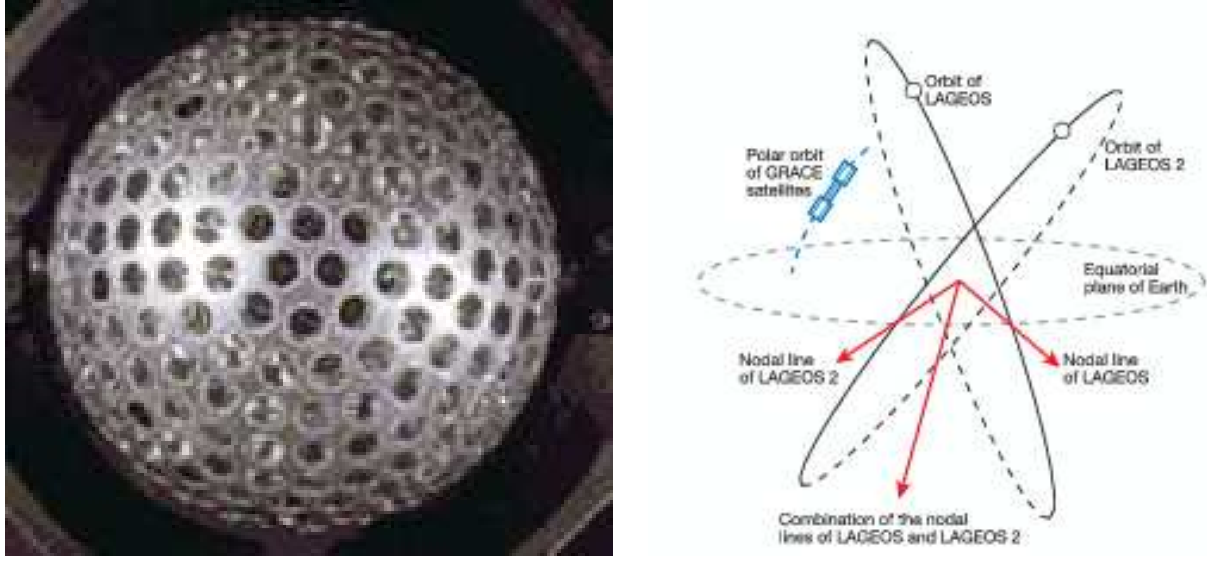
- 天体の回転によるダイポールの重力場の出現
- 実はアイディア自体は古くからあった。
 - Holzmüller, Tisserand ... (19世紀後半)：太陽の回転による水星近日点移動の説明の試み
 - Lense-Thirring (1918)：回転による慣性系の引きずり
 - Kerr (1963)：Kerr 時空

4.2 天体の並進運動による時空の歪み

- アンペールの法則に対応
 - 点電荷 (静電場) が運動すると磁場が出来る
- v/c に比例する効果
- 回転の場合と違い中々検証のチャンスがない
 - 遠方の天体の惑星食等

5 LAGEOS I/II

- 測地衛星



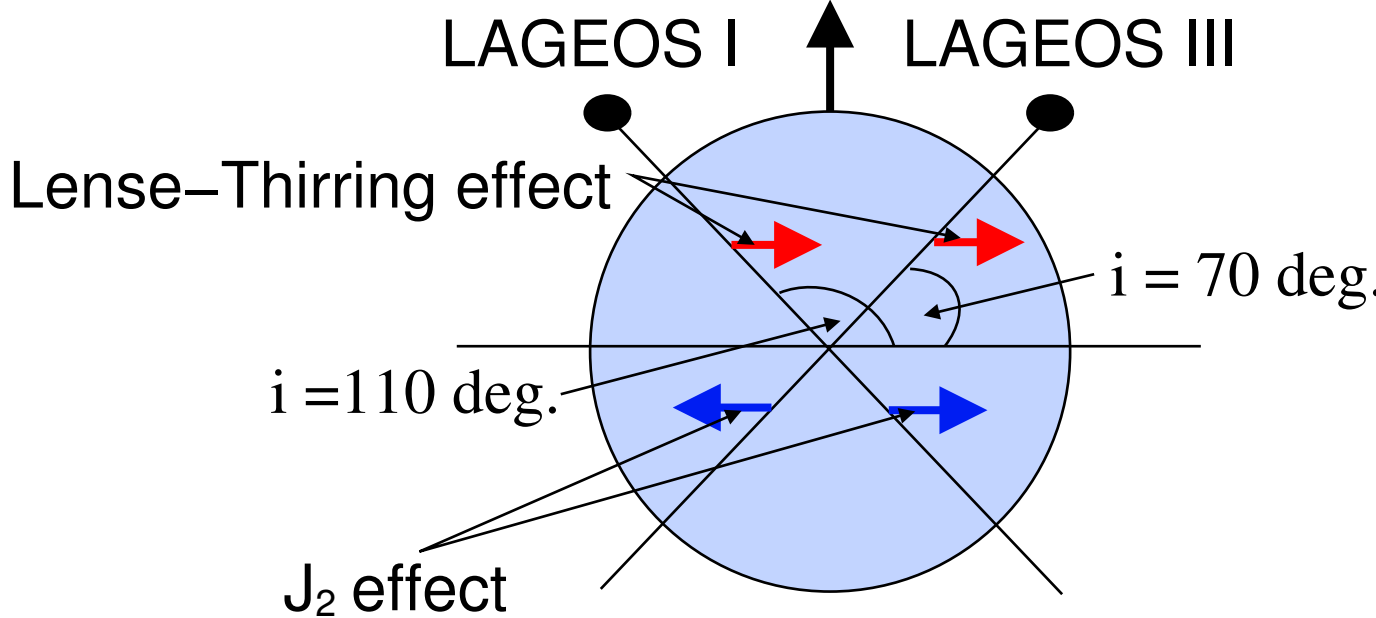
- 10年以上稼働 → 長期に渡る軌道データの蓄積
- Lense-Thirring 効果 (慣性系の引きずり) の検証

$$\Delta\Omega = \frac{2GJ}{c^2a^3(1-e^2)^{3/2}}, \quad \Delta\omega = -\frac{6GJ\cos i}{c^2a^3(1-e^2)^{3/2}}$$

- Ciufolini *et al.* (1998)：誤差 20% で検証
- Ciufolini *et al.* (2004)：誤差 10% で検証
 - * 新しい地球重力場モデル：EIGEN-GLACE02S
 - * しかし、地球重力場の誤差の見積りが甘いという指摘もある
 - ・地球の J_2 の不定性が大きいかも？

$$\Delta\Omega_{J_2} = -\frac{3}{2}J_2\left(\frac{a_E}{p}\right)^2 n \cos i, \quad p = a(1-e^2)$$

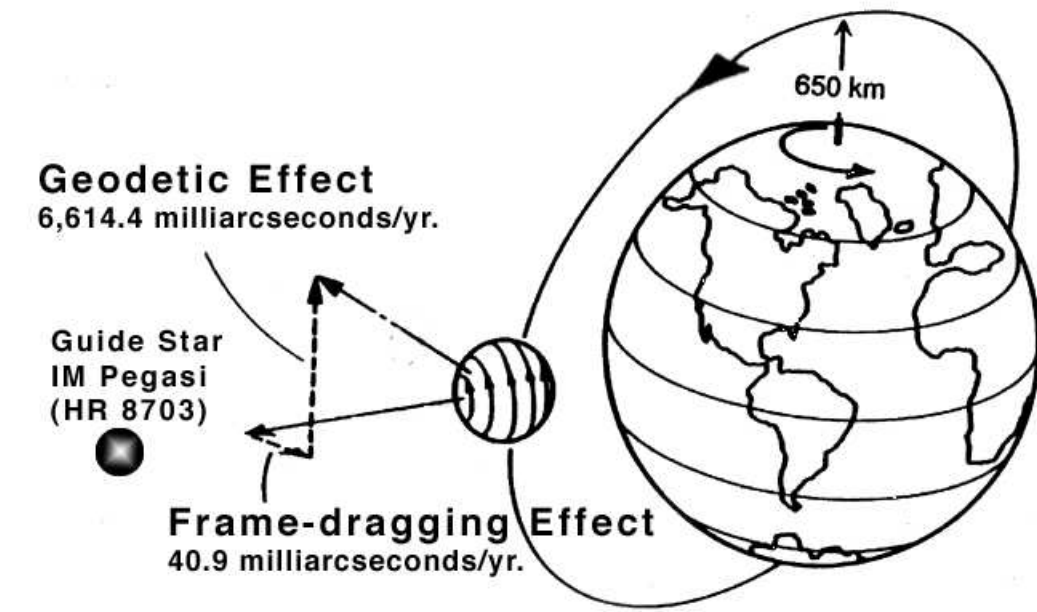
- * LAGEOS III：I と組み合わせて J_2 の効果を除去



6 GP-B

- 高精度ジャイロスコープ
- 遠方の基準星に対するジャイロスコープのズレを計る
 - Geodetic Precession： $6.6''/\text{y}$
 - Lense-Thirring 効果： $0.041''/\text{y}$

$$\dot{\Omega}_G = \underbrace{\frac{3GM}{2c^2r^2}(\hat{r} \times \mathbf{v})}_{\text{Geodetic Precession}} + \underbrace{\frac{3\hat{r}(\mathbf{J} \cdot \hat{r}) - \mathbf{J}}{c^2r^3}}_{\text{Lense-Thirring effect}}$$



- 角運動量が時空を歪める事を 1% 以下の精度で検証出来るハズ

7 太陽の角運動量 (GM 効果) は計れるか？

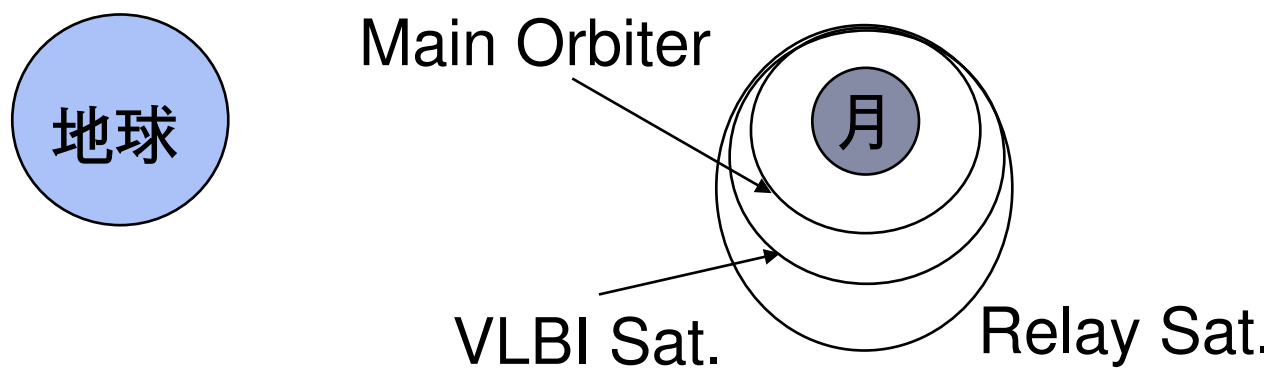
- 例えば Cassini で
- 静的重力場 + 回転 (Lense-Thirring)

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = 4\underbrace{\frac{GM}{c^3}}_{\text{静的重力場}}v_0 \pm 4\underbrace{\frac{GJ}{c^4b^2}}_{\text{Lense-Thirring}}v_0$$
$$4\frac{GM}{c^3}v_0 \sim 10^{-10}, \quad 4\frac{GJ}{c^4b^2}v_0 \sim 10^{-16}$$

- 現状では太陽の角運動量を計るのは難しい

8 月重力場での相対論の検証可能性

- SELENE/RISE ミッション



- 期待される観測量
 - 近日点移動
 - Lense-Thirring 効果
 - Nordtvedt 効果
- 月周回衛星が受ける相対論的效果のオーダー

	Along Track (m)	Radial (m)	Cross Track (m)
$\Delta\omega$	10^{-3}	0	0
$\Delta\Omega_{LT}$	10^{-7}	0	10^{-6}
$\Delta\omega_{LT}$	10^{-7}	0	0
δr_N	0	$\eta \times 10^{-6}$	0

- 月周回衛星の位置決定精度： ~ 1 m
- SELENE/RISE での相対論効果の検証は難しい

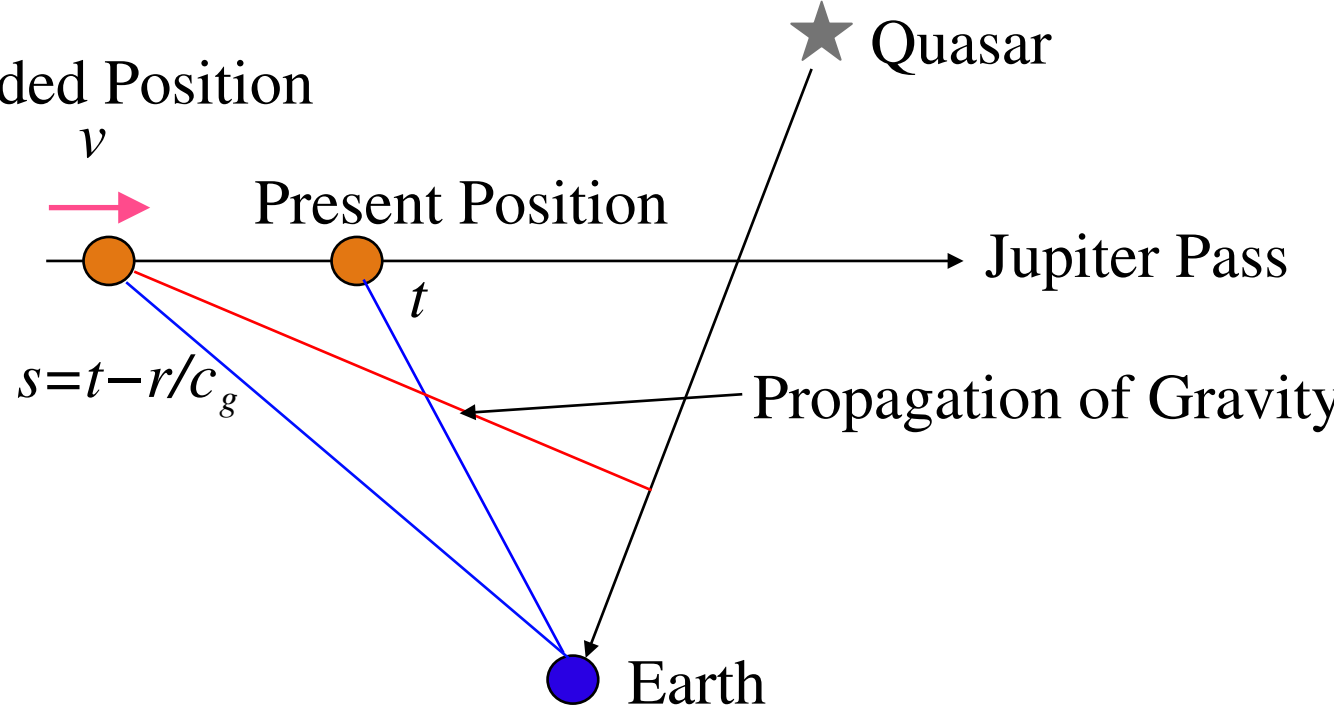
9 並進運動による Gravito-Magnetic 効果

9.1 Kopeikin の光の伝播モデル

- Kopeikin and Schäfer (1999)：任意の軌道運動する天体の重力場
- Kopeikin and Mashhoon (2002)：任意の軌道・回転運動する天体の重力場

9.2 クェーサーの木星食

- VLBI：1 次のポスト・ニュートン近似以上の効果の検出
- クェーサーの木星食で v/c による補正効果 (1.5 PN オーダー) が検出できる： $\sim 10\mu\text{s}$.



- この効果は**重力場の伝播速度**に起因する？!
- 1.0 PN では重力の伝播速度 (遅延効果) はない
 - e.g. Fujimoto (1985), Damour (1987)
 - EIH 方程式に遅延効果はない
- Fujimoto (1985)：1.5 PN で遅延効果が出る (簡単な議論のみ)

9.3 Shapiro 時間遅れに対する補正

- Kopeikin and Schäfer (1999) に基づく
- 天体は**等速直線運動**：加速度があると解析的に解けない
- 1.5 PN での時間遅れ：

$$\Delta(t_1, t_2) = 2 \sum_{a=1}^N \frac{GM_a}{c^3} \left(1 + \frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_a}{c_g} \right) \ln \left[\frac{r_{1a}(s_1) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_{1a}(s_1)}{r_{2a}(s_2) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_{2a}(s_2)} \right]$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{k} - \frac{1}{c_g} \mathbf{k} \times (\mathbf{v}_a \times \mathbf{k}), \quad \mathbf{r}_{ia}(s_i) = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_a(s_i)$$

$$r_{ia}(s_i) = |\mathbf{r}_a(s_i)|, \quad s_i = t_i - \frac{r_{ia}}{c_g}$$

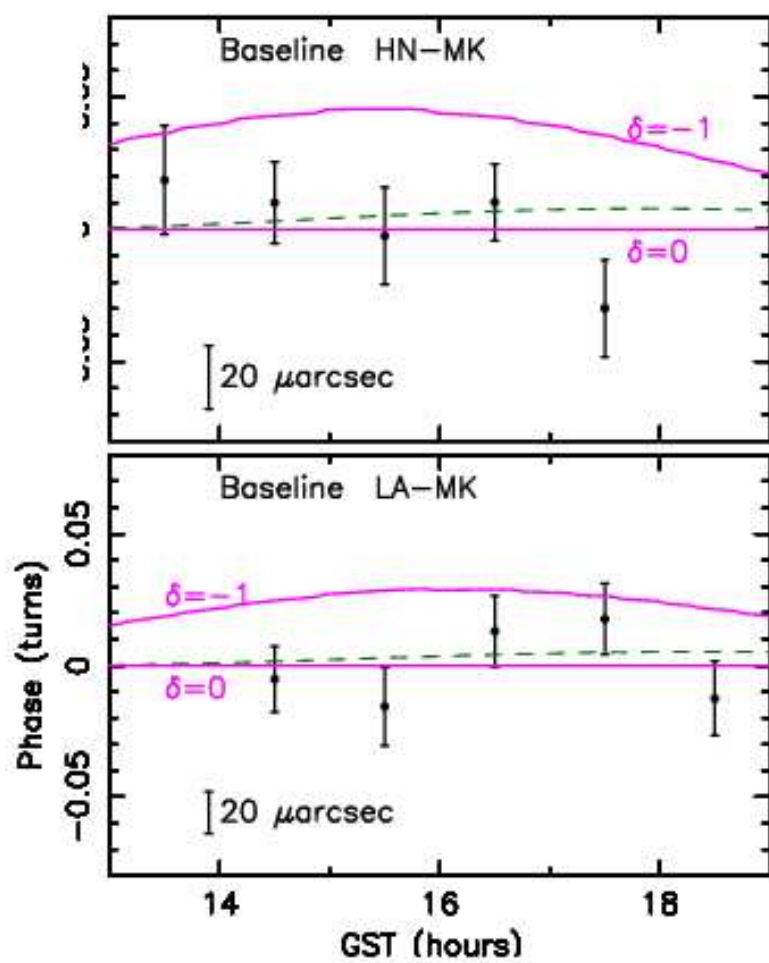
- Klioner (2003a)：同じ式を Lorentz 変換で導出
- Klioner (2003b)：数値的に十分な精度がある事を確認

- 木星のクェーサー食での時間遅れの値

静的重力場 (主要項)	1.5 次補正項 (理論値)	1.5 次補正項 (観測値)
1100 μs	51 μs	50 $\pm 9 \mu\text{s}$

$$-\delta = 0 \rightarrow c_g = c \quad (\text{一般相対論})$$

$$-\delta = -1 \rightarrow c_g = \infty \quad (\text{ニュートン重力})$$



- この 1.5 次補正が c によるのか c_g によるのかは未解決
- しかし、少なくとも観測精度が 1.5 次補正を検出出来る段階に達しているのは明らか

10 まとめ

- 観測技術の高精度化: LISA, GAIA, SIM, DIVA, LATOR, ASTROD, Mini-ASTROD, VLBI 技術 etc ...
- e.g. LATOR, Mini-ASTROD：観測精度 $\sim 10^{-13}$
 - 太陽重力の Second Order $O(1/c^4)$ PN レベル
- 1 PN 以上の効果 (特に光の伝播において) を正確に扱う必要がある
 - Epstein & Shapiro (1980), Richter & Matzner (1981)：1.5 PN
 - Richter & Matzner (1982a,b, 1983)：2.0 PN
 - Kopeikin and Schäfer (1999), Kopeikin and Mashhoon (2002)：天体の運動による重力効果
- 1990 年代前半：DSX 形式の確立 at 1 PN order
 - Damour, Soffel, Xu (1991, 1992, 1993, 1994)
 - 1 個の大局的 (Global) 座標と N 個の局所 (Local) 座標
 - 重心の運動は Global で
 - 重心のまわりの運動は Local で
 - Global と Local を座標変換で結ぶ
 - そろそろ DSX 形式をベースにすべき段階
 - * Gong & Xu (2004)：Iterative に DSX 形式で 2 PN の光の運動方程式を導いた。ただし、解いてはいない ...
- DSX 形式の完全な 2 PN Order への拡張
 - これはちょっと難しい？