2004/3/1ー3
箱根天体力学
N体力学研究会

Antonov Problem & Quasi-equilibrium State in N-body Systems

A. Taruya
(RESCEU, Univ.Tokyo)
M. Sakagami
(Kyoto Univ.)

内容

- はじめに (Antonov problem)
- 前回までのあらすじ
- N-body study of quasi-attractivity
- まとめ

★考える系

球状星団のような長寿命な系：

寿命 ≫ 緩和時間

★着目する現象

長距離系特有の非平衡進化

Antonov Problem

Vest.Leningrad Gros. Univ. 7 (1962) 135
(English trans.) IAU sympo. 113 (1985) 525

Padmanabhan, ApJS 71 (1989) 651

星団の進化

初期条件 → 力学平衡 (virialized) → 熱平衡 (fully relaxed)

$$T_{\text{free}} \sim (G\rho)^{-1/2} \qquad T_{\text{relax}} \sim (N/8\ln N)\,T_{\text{free}}$$

熱平衡

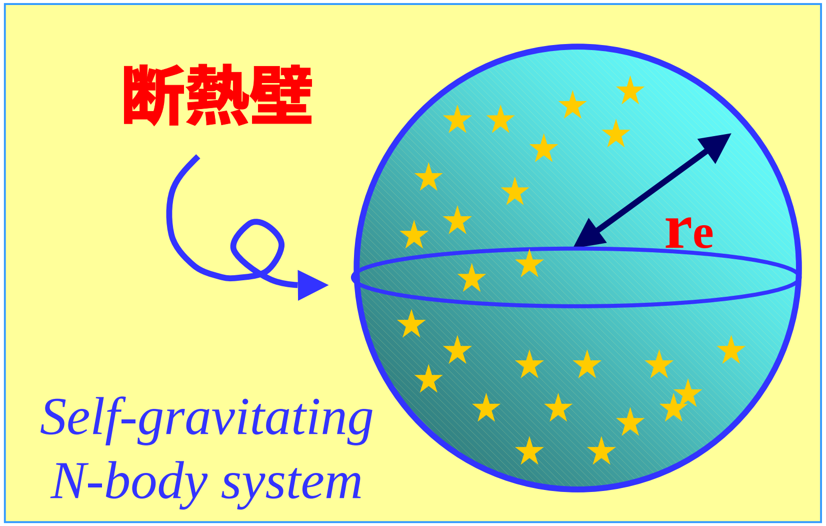
マックスウェル分布 (等温)

エントロピーが極大

問

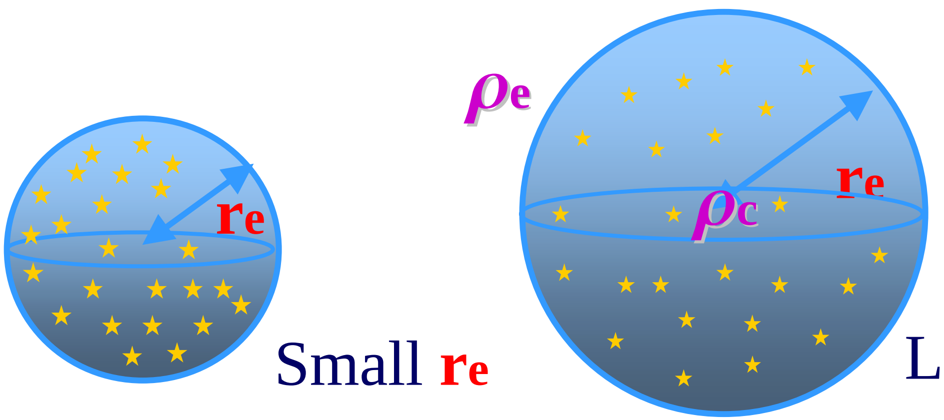
星団が(熱)平衡状態に落ち着いても、そのまま安定でいられるか？ …………………… 負の比熱

Idealized Setup



壁に閉じ込められたN体重力系

緩和が十分進んだ後の平衡状態



Small r_e　　Large r_e

（Small $D=\rho_c/\rho_e$）　（Large D）

問　E, M：一定の下、安定な状態は、どっち？

Statistical Mechanical Analysis

ボルツマン=ギブスエントロピー

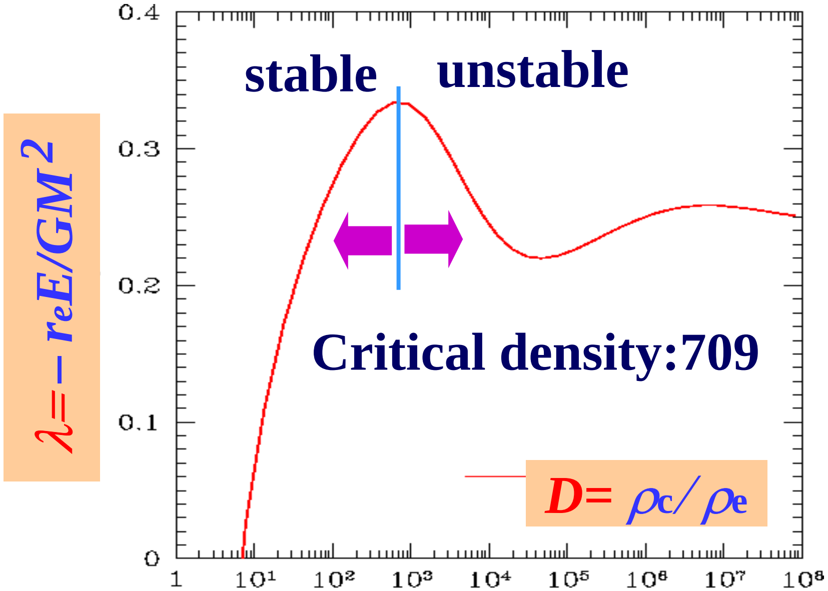
$$S_{\mathrm{BG}} = -\int d^3x\, d^3\mathrm{v}\ f(x,\mathrm{v}) \ln f(x,\mathrm{v})$$

$f\,(\mathrm{x},\mathrm{v})$: 一粒子分布関数

M,E：一定で一次変分

$$f\,(\varepsilon) \propto e^{-\beta\varepsilon}\ ;\quad \varepsilon = \frac{1}{2}\mathrm{v}^2 + \Phi(x)$$

等温分布



D＞709で、エネルギーが多価になる

不安定

重力熱的不安定

Historical Remarks

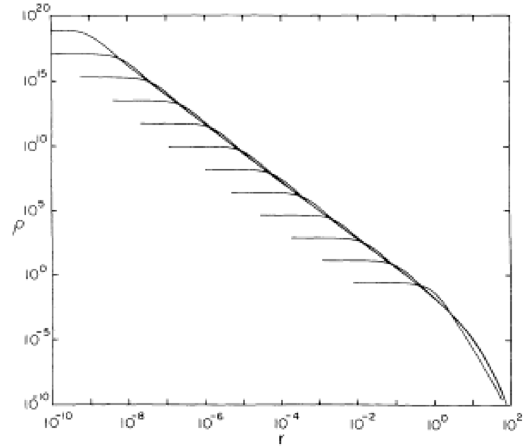
- 「重力熱的不安定性」の発見

1962年　Antonov

1968年　Lynden-Bell & Wood

⋮

1980年　Lynden-Bell & Eggleton
Cohn



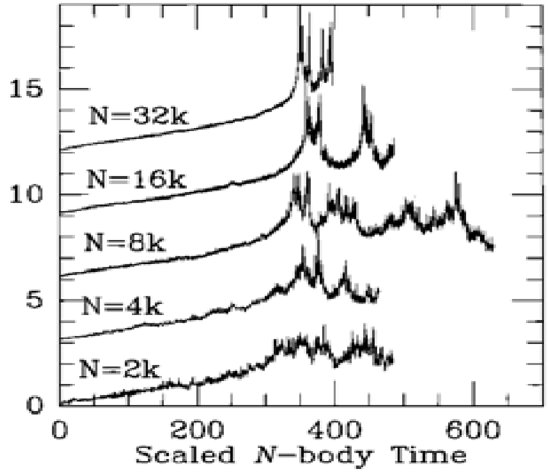
Self-similar core-collapse found by
Fokker-Planck simulation

- 「重力熱的振動」の発見

1983年　Sugimoto & Bettwieser

⋮

1996年　Makino



Confirmed by N-body simulation

Main Focus

重力熱的不安定性による進化の最終形態：

Self-similar collapse → Gravothermal oscillation

(equal-mass component**の場合**)

では、self-similar collapseに至るまでの非平衡進化は、どのように記述されるのか？

Fokker-Planck simulation by Cohn (1980):

「Self-similar collapse **に至る前の進化段階は、**
<u>1-パラメーター系列</u>の星団モデルでよく記述できるようだ」

→ **ある種の準平衡状態の存在を示唆**

前回までのあらすじ

★ 熱･統計アプローチ

Tsallis entropy $S_q = -\frac{1}{q-1}\int d^3x d^3v \,(f^q - f)$ →

恒星ポリトロープ

$$f(\varepsilon) \propto [\Phi_0 - \varepsilon]^{n-3/2} \; ; \; n = \frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}$$

1-パラメーター系列

A.T & Sakagami, Physica A 307 (2002) 185; 318 (2003) 387; 322 (2003) 285

★ 動力学的アプローチ

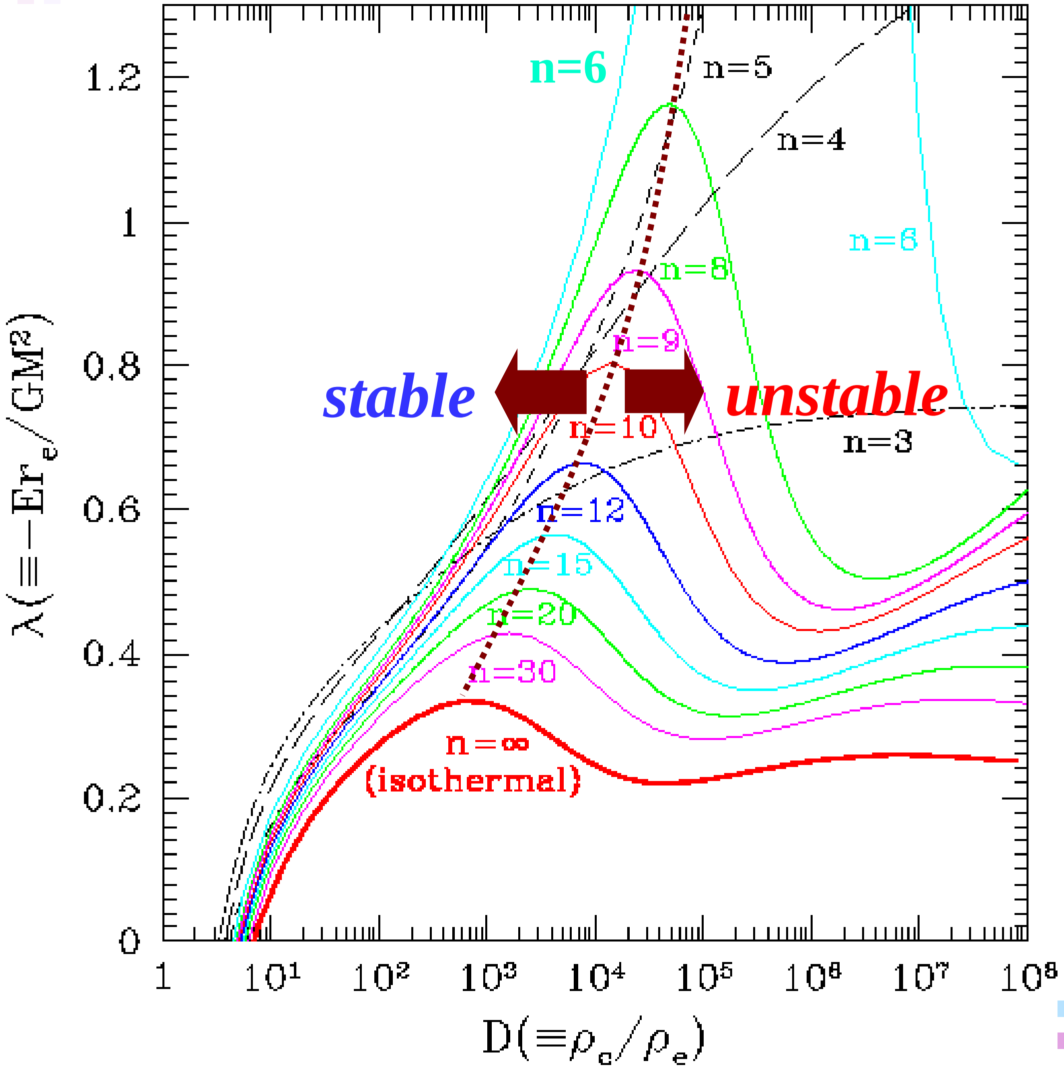
N体シミュレーション $(t >> T_{\mathrm{relax}})$

→ **"準平衡状態" & "準アトラクター"的なふるまい**

Reality of stellar polytropes

A.T & Sakagami, Phys.Rev.Lett. 90 (2003) 181101

Equilibrium Sequence of Stellar Polytropes



n > 5

かつ

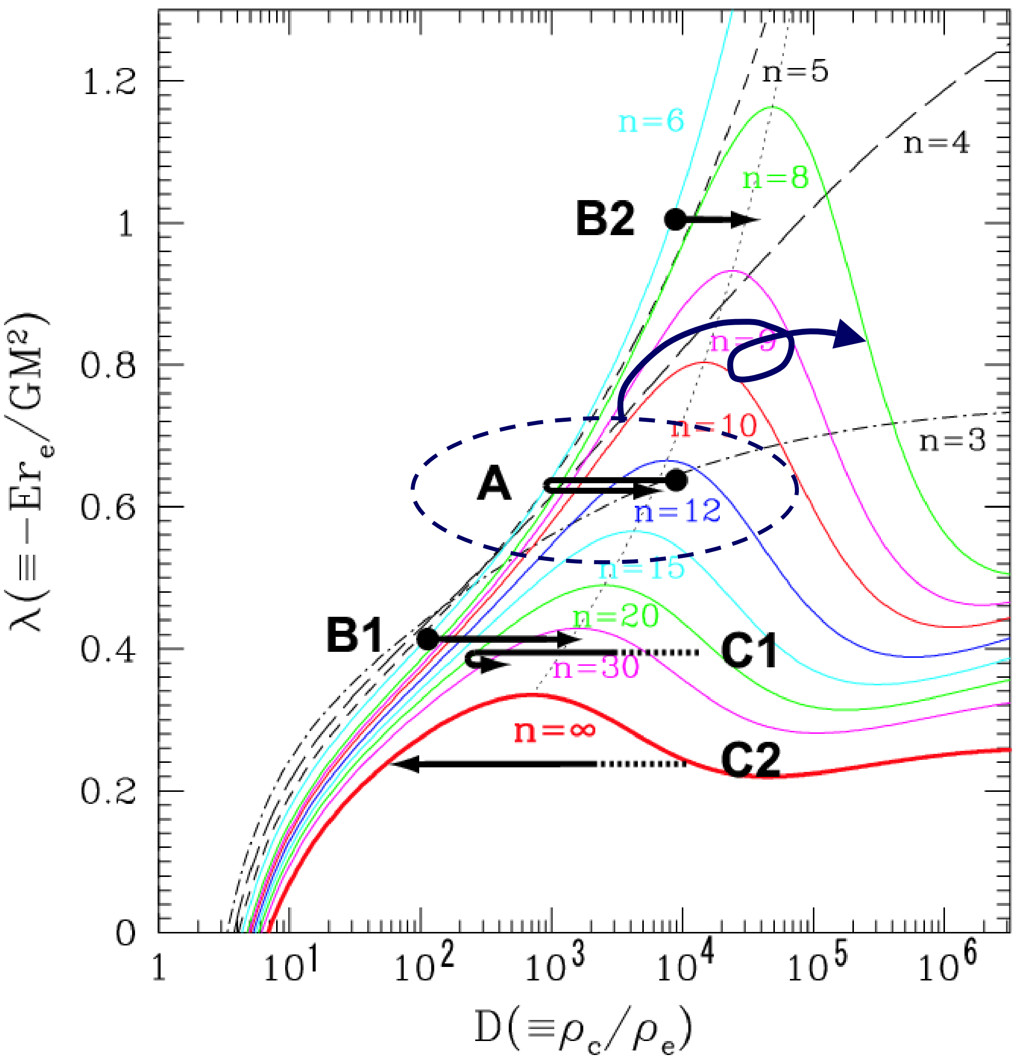
D > Dcrit

で、不安定性の存在を示唆

⇕

2次変分 $\left[\delta^2 S > 0\right]$

Summary of N-body Study



遷移状態は、ポリトロープの解系列に沿って進化

ポリトロープ指数"n"の時間変化だけで、系の進化を記述

…………………… 時間的に増大

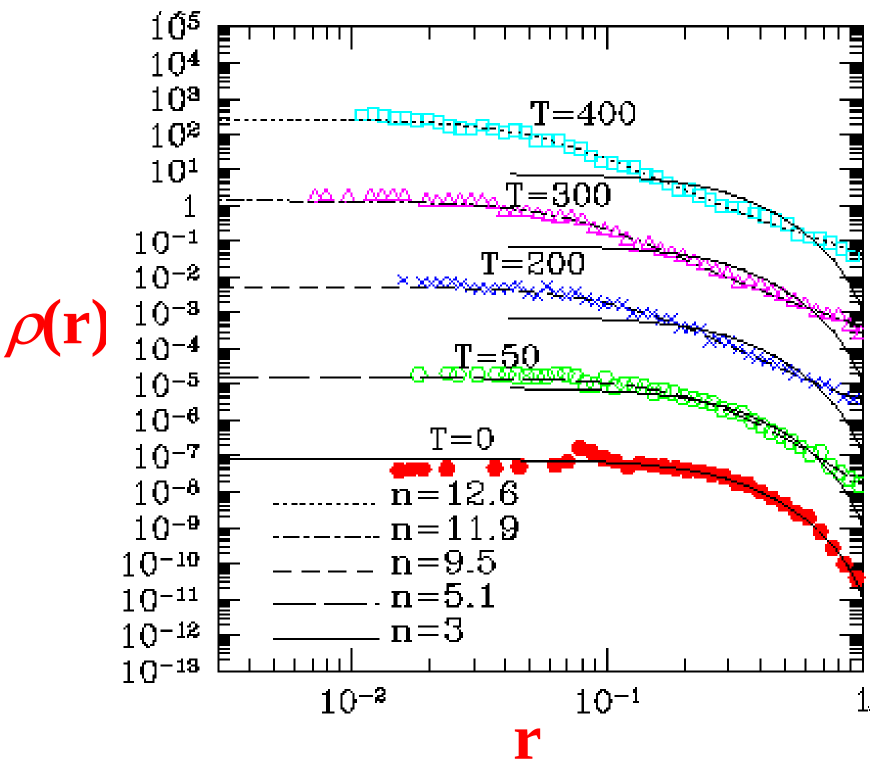
初期にべき分布でなくとも、ポリトロープの系列に乗る

(run *C1*)

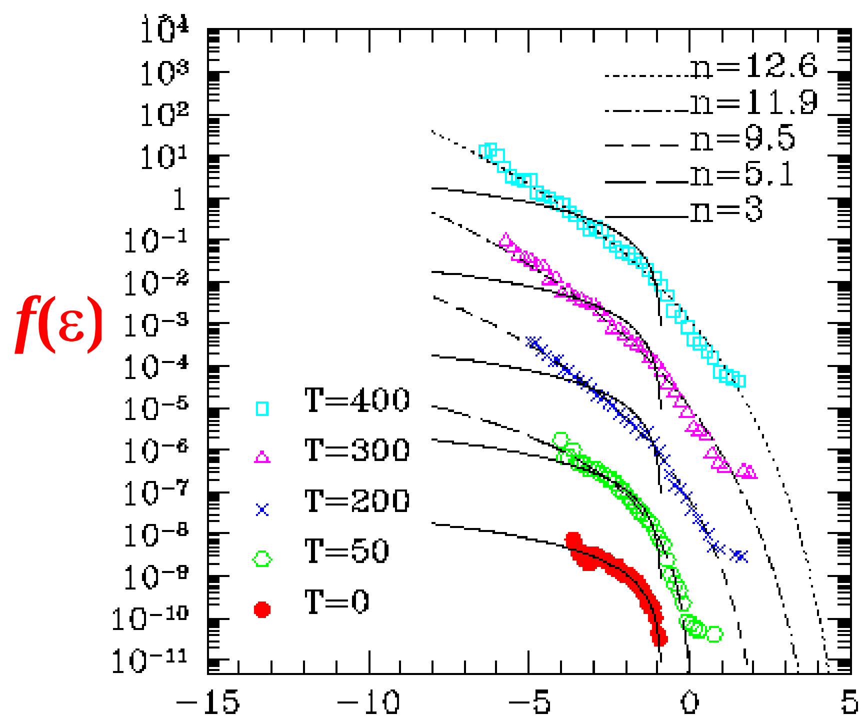
Result from run A

初期分布：ポリトロープ
(n=3,D=10^4)

Density profile



Phase-space distribution function



$$\varepsilon = \frac{1}{2}v^2 + \Phi(x)$$

Fitting to the stellar polytrope is quite good until T~300.

N-body Study of Quasi-attractivity

AT & Sakagami (2004) in prep.

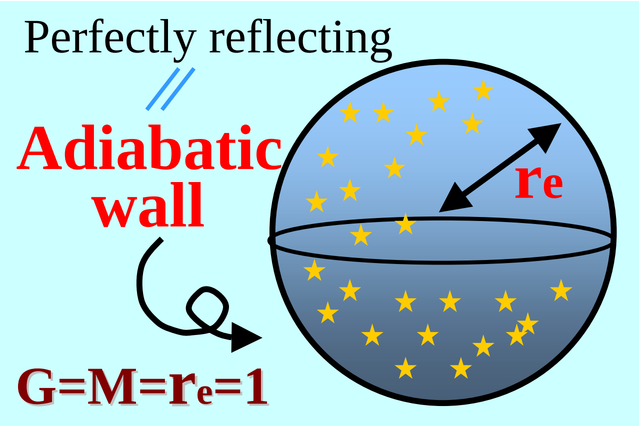
今回やったこと 「初期条件を変えてやってみた」

恒星ポリトロープは、自己重力系における特別な分布か？

準アトラクター的ふるまいが現れる“条件”と“理由”

Simulation setup

- Force calculation: **GRAPE-6**
- # of particles : N=8,192
- Softening length: ε = 1/N~4/N



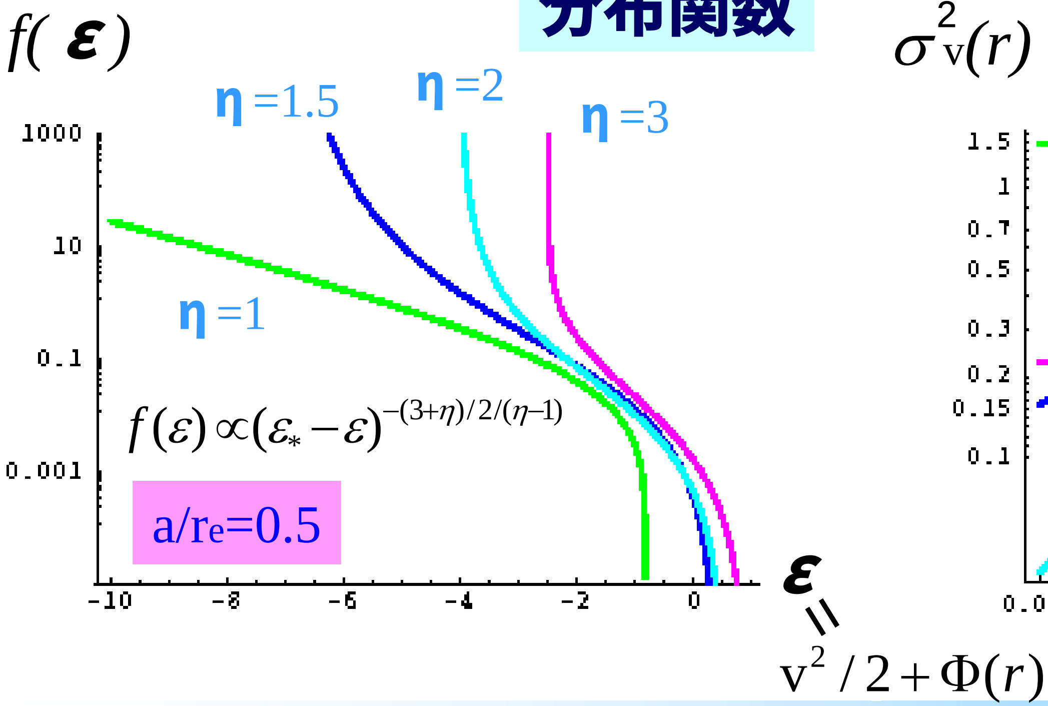
Initial Condition

A family of stellar models with cusped density profile:

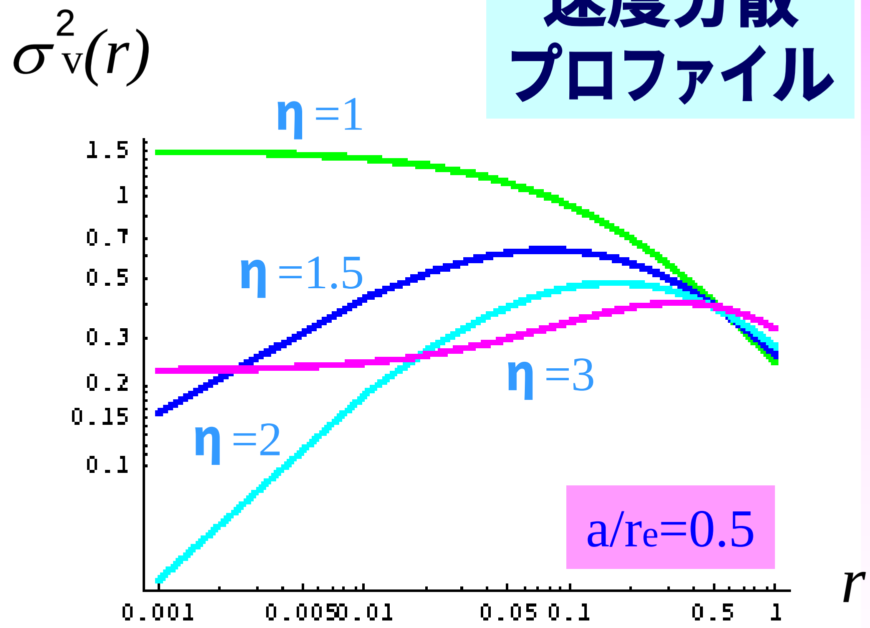
$$\rho(r) \propto \frac{1}{r^{3-\eta}(r+a)^{1+\eta}}$$

Tremaine et al.
AJ 107 (1994) 634

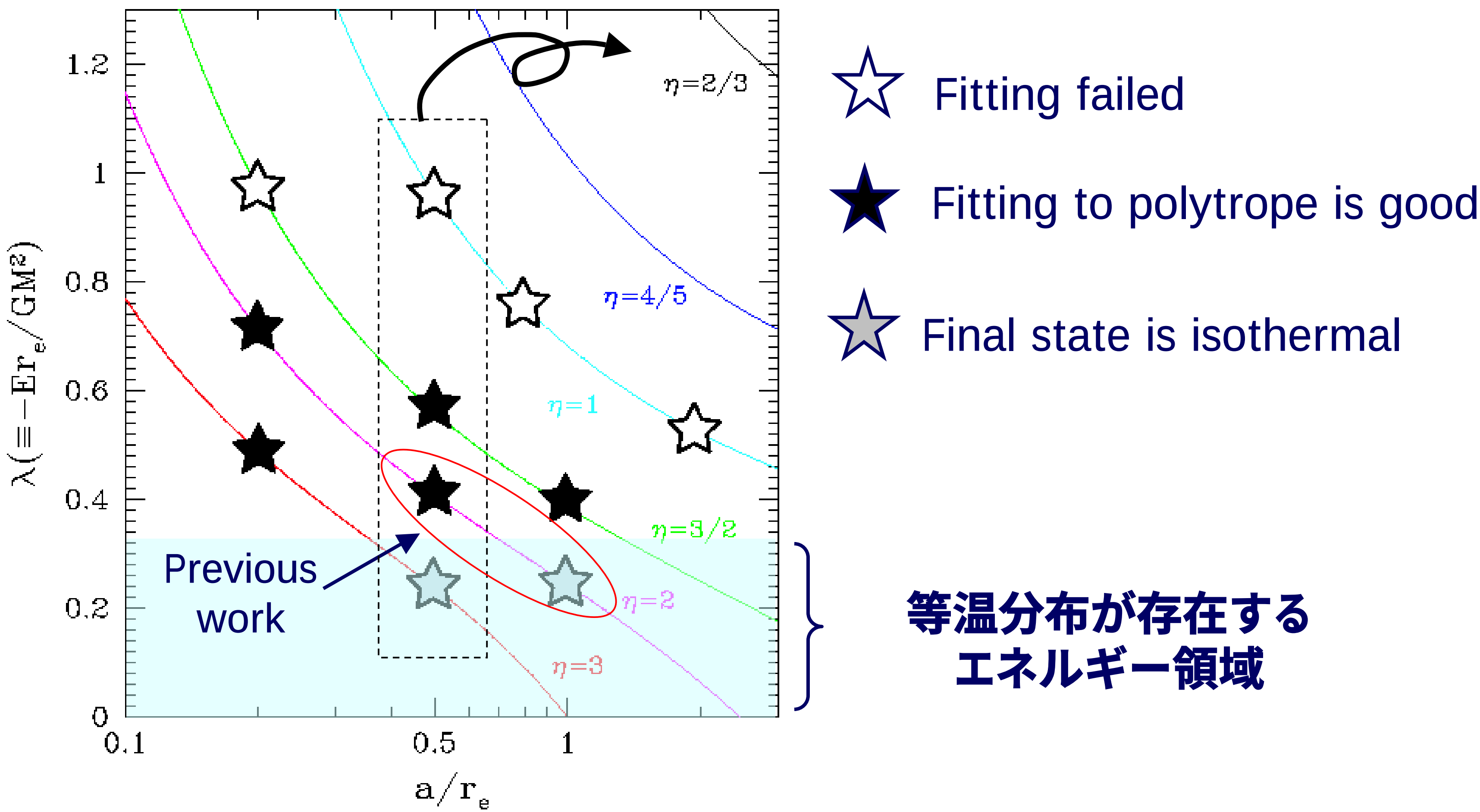
分布関数



速度分散
プロファイル



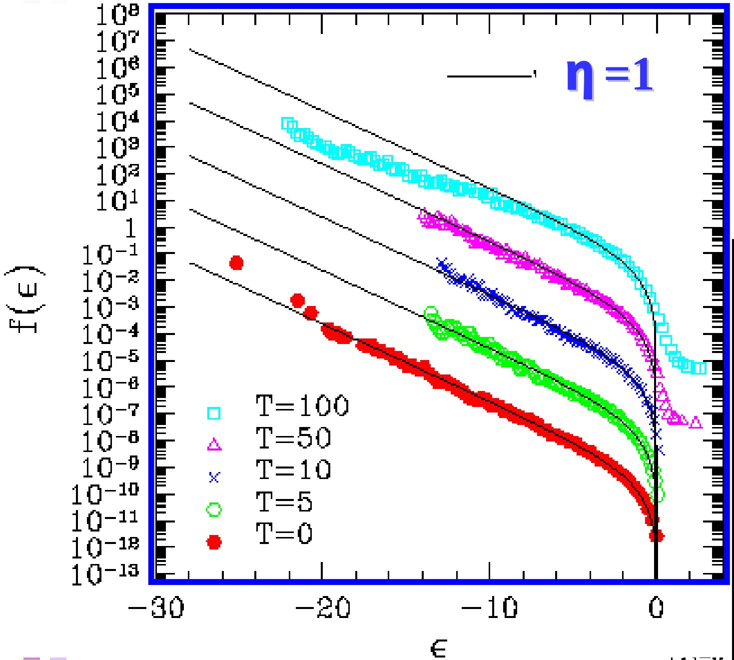
Survey Results



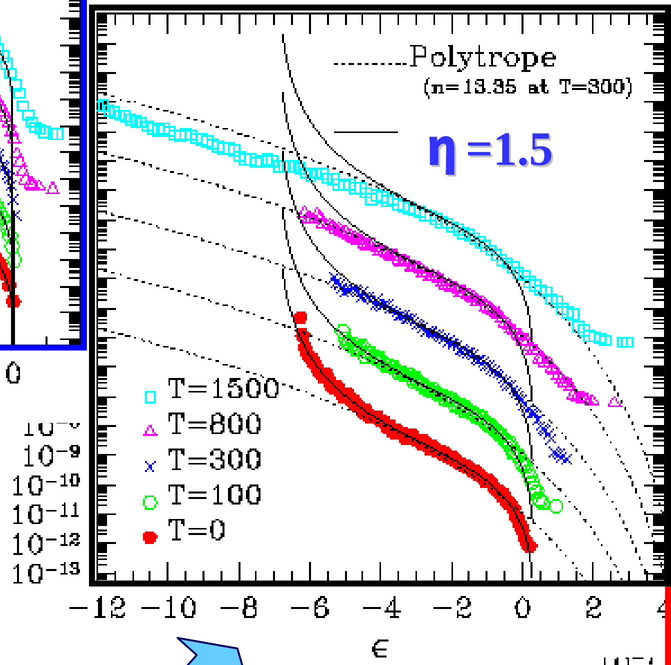
Quasi-attractive behaviors appear when $1 < \eta$ & $0.3 < \lambda < 0.8$

Cases with a/re=0.5 (1)

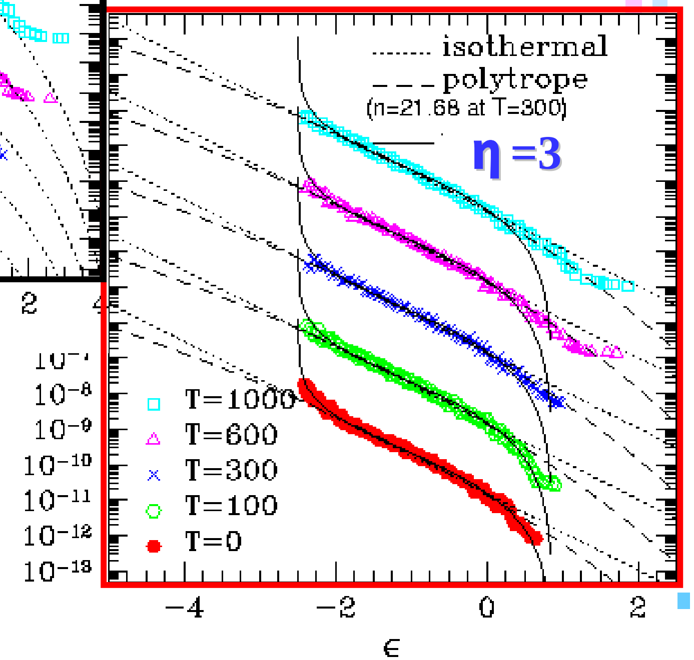
分布関数



singular isothermal の構造を持ち、
熱的に不安定(×)



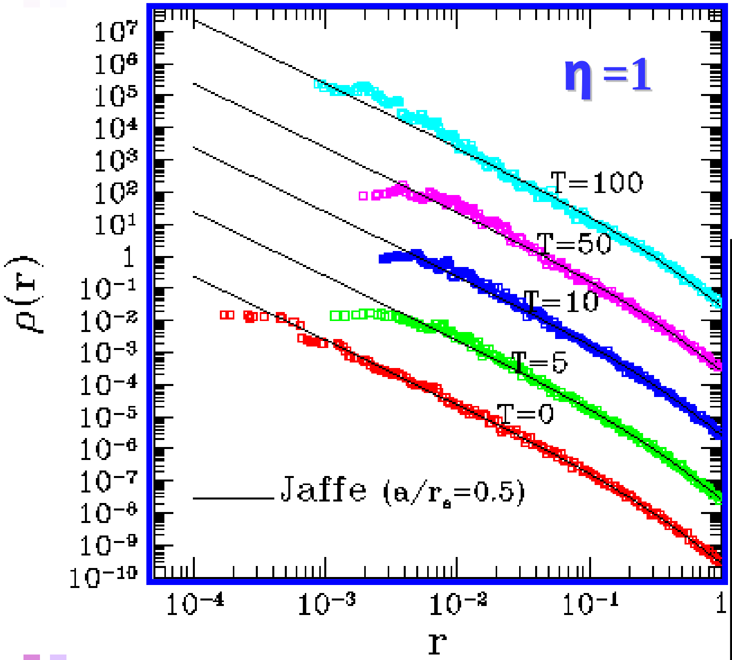
安定な等温分布へ
と落ち着く(△)



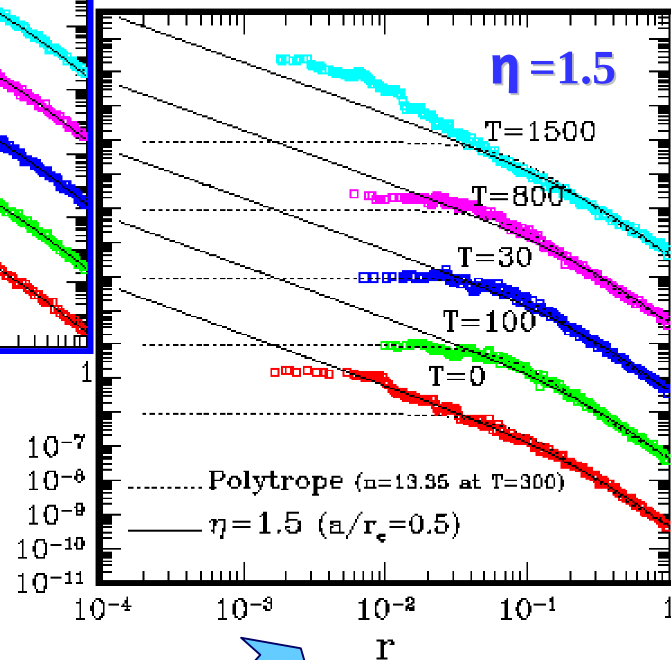
しばらくして、ポリトロープの系列に落ち
着き、進化(○)

Cases with a/re=0.5 (2)

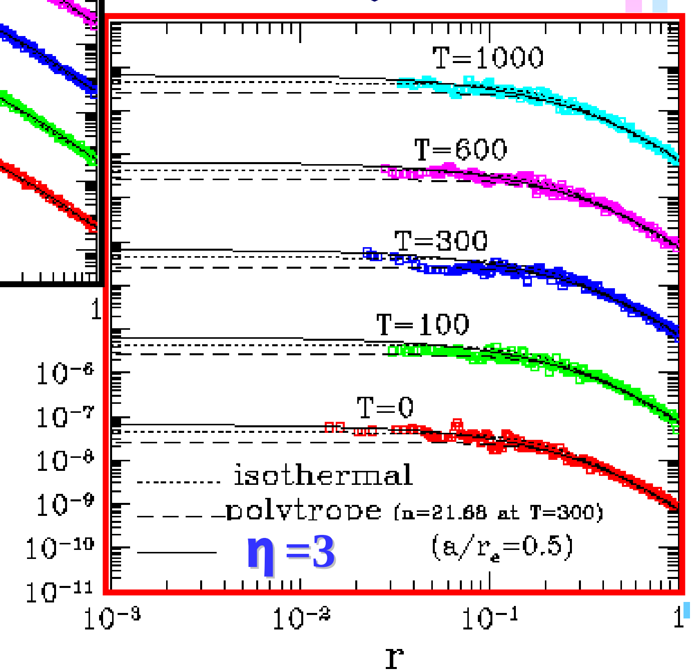
密度プロファイル



カスプが均され、フラットなコアができるが、コア半径小(×)



微妙に変化



フラットなコアが出来る、コア半径大

Physical Reason

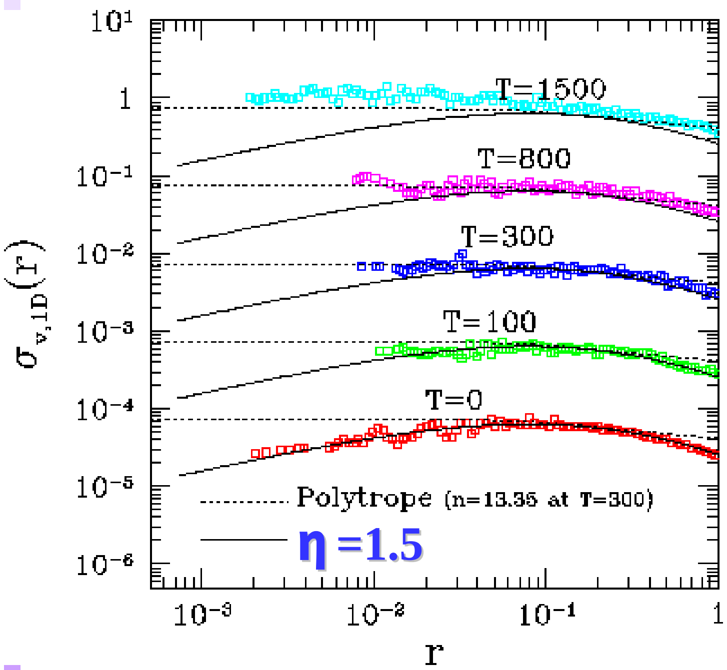
Gravothermal expansion

Heat flows inward and flat core is formed.
(Negative specific heat)

Local relaxation time

Timescale becomes shorter for denser region.

$$t_{\mathrm{r}} = 0.065 \frac{\sigma_{\mathrm{v}}^3}{G^2 m \rho \ln \Lambda}$$



Power-law feature of $f(\varepsilon)$

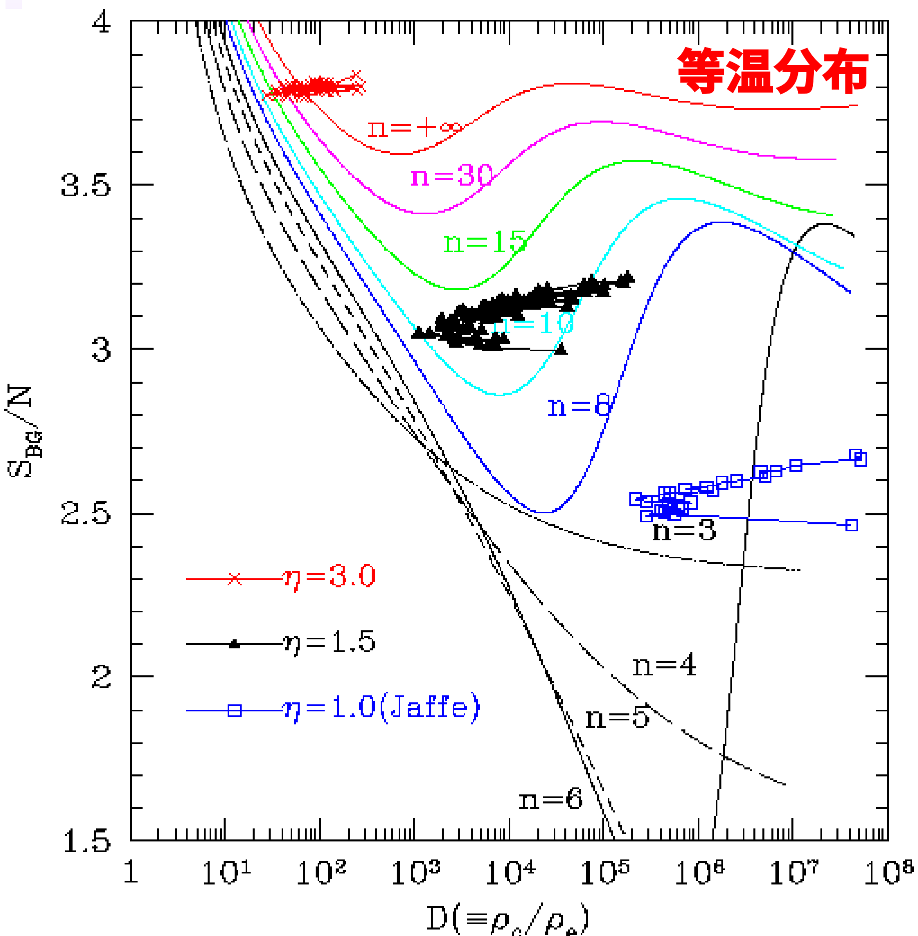
Polytropic behavior of $\rho(r)$, $\sigma_{\mathrm{v}}(r)$

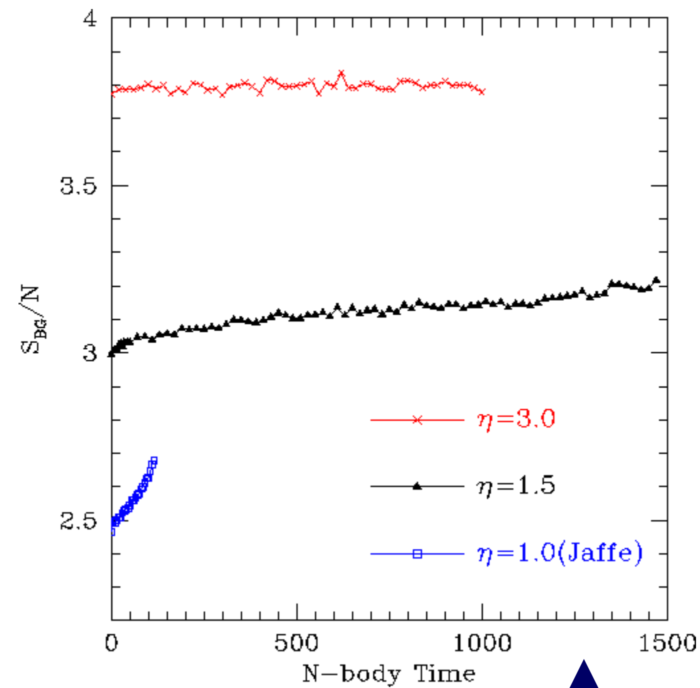
are rapidly attained.

Degree of this behavior depends on the amount of heat-flow → (a, η)

BGエントロピーと準平衡状態

$$S_{\mathrm{BG}} = -\int d^3x\, d^3\mathrm{v}\ f(x,\mathrm{v}) \ln f(x,\mathrm{v})$$





S_{BG} の時間変化

(S_{BG}, D)平面のトラジェクトリ

まとめ

Condition of quasi-attractive behavior
in N-body system

Power-law type distribution naturally arises when the sufficient amount of the inward heat-flow is supplied.

↔ *long-range attractivity (negative specific heat)*

For more rigorous argument,

A large N-body simulation (N=16k~32k)
with a more sophisticated N-body code

Analytic treatment based on the Fokker-Planck model
(now in progress)