

国立天文台 天文学データ解析計算センター
成果報告書 (平成17年度)

提出期限：平成18年3月20日(月)17:00必着

応募カテゴリ (いずれかを選択) B
システム (いずれかを選択) GRAPE

プロジェクト ID: g05b05

研究代表者 (現在のユーザ ID : hayshihi)

氏名	林 寛人	
所属機関名	東北大学大学院理学研究科天文学専攻	
連絡先住所	〒 980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉	
電話番号	022-217-6512	
ファクシミリ	022-217-6513	
E-mail	hayashi@astr.tohoku.ac.jp	
職または学年	修士 2 年	
研究代表者が学生の場合には指導教官の氏名	千葉 証司	

研究課題名

(和文)	銀河構造における冷たい暗黒物質微細構造の動力学的役割の研究
(英文)	Dynamical Roles of the CDM Subhalos in Galactic Structure

研究分担者

[illegible]

成果に関連して出版、もしくは印刷、投稿中の論文リスト

(1) このプロジェクト（同様の過去のプロジェクトも含む）での成果

今年度中に出版された論文、国際会議集録、国際会議、学会、研究会発表、その他出版物（印刷中、投稿中の場合はその旨を記載すること）

(2) これまでのプロジェクトの今年度中の成果

今年度中に出版された論文、国際会議集録、国際会議、学会、研究会発表、その他出版物（印刷中、投稿中の場合はその旨を記載すること）

※ 評価資料として利用いたしますので、様式・順序は任意ですが、学術論文については題名、著者、発行年月、雑誌名、巻、ページが記載されていること。

(1)

林寛人、千葉証司、銀河円盤に冷たい暗黒物質微細構造が与える力学的効果、日本天文学会 2005 年秋季年会、2005 年 10 月

林寛人、千葉証司、銀河系円盤と暗黒物質サブハローとの力学相互作用、銀河系研究会 2006、2006 年 2 月

成果の概要

我々は GRAPE5 システムを用いて銀河における暗黒物質のサブストラクチャー（暗黒物質サブハロー）と銀河円盤との関係を研究している。今回我々は、薄い円盤をもつ銀河モデルの中でサブハローを含めた N 体シミュレーションを行い、サブハローによる disk heating の効果を解析し定量的な評価を行った。以下 1 章では本研究で用いたモデルに関して述べ、2 章で得られた結果とまとめについて詳述する。

1 Models

1.1 ホスト銀河の初期条件

ここでは具体的に本シミュレーションで用いたホスト銀河のモデルやその構築方法を述べる。ホスト銀河のモデル構築には Herquist(1993) で提案されている手法を用いる。このモデルではホスト銀河は銀河円盤、ハロー、バルジの 3 成分からなっている。

1.1.1 密度分布

まず、銀河円盤の密度分布について考える。円盤銀河の観測によって、銀河円盤は円筒座標の動径方向に exponential に減少していき、鉛直方向は isothermal sheet によって記述されることが知られている。このような観測量をよく表現する銀河円盤の密度分布は次のように書ける。

$$\rho_d(R, z) = \frac{M_d}{4\pi R_d^2 z_d} \exp(-R/R_d) \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{z_d}\right) \quad (1)$$

ここで M_d は銀河円盤の質量、 R_d は銀河円盤の scale length、 z_d は銀河円盤の scale height である。また、銀河円盤の面密度 $\Sigma(R)$ は

$$\Sigma(R) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_d(r, z) dz \quad (2)$$

$$= \frac{M_d}{2\pi R_d^2} \exp\left(-\frac{R}{R_d}\right) \quad (3)$$

となる。

次にハローについて考える。ハローは isothermal sphere で特徴付けられることが知られている。ここでは次の形を用いる。

$$\rho_h(r) = \frac{M_h}{2\pi^{3/2}} \frac{\alpha}{r_c} \frac{\exp(-r^2/\gamma^2)}{r^2 + \gamma^2} \quad (4)$$

ここで、 M_h はハローの質量、 r_c は cutoff radius、 γ は core radius である。また、規格化定数 α は

$$\alpha = \{1 - \sqrt{\pi} q \exp(q^2)[1 - \text{erf}(q)]\}^{-1} \quad (5)$$

と書くことができる。ここで q は $q = \gamma/r_c$ である。質量分布は

$$M_h(r) = \frac{2M_h\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_0^{r/r_c} \frac{x^2 \exp(-x^2)}{x^2 + q^2} dx \quad (6)$$

となる。また、ポテンシャルは

$$\Phi_h(r) = -\frac{GM_h(r)}{r} + \frac{GM_h\alpha}{\sqrt{\pi}r_c} \text{Ei}\left[-\left(\frac{r}{r_c}\right)^2 - q^2\right] \quad (7)$$

となる。

最後にバルジを考える。バルジは Hernquist(1990) が提案した

$$\rho_b(r) = \frac{M_b}{2\pi} \frac{a_b}{r} \frac{1}{(r + a_b)^3} \quad (8)$$

で表される hernquist モデルを用いる。ここで、 M_b はバルジの質量、 a_b は scale length である。このような密度分布に対応する質量分布は

$$M(r) = M_b \frac{r^2}{(r + a_b)^2} \quad (9)$$

となり、ポテンシャルは

$$\Phi_b = -\frac{GM}{r + a_b} \quad (10)$$

となる。

各成分のモデルパラメーターは Velazquez & White(1999) を参考にして、銀河系を再現するように選んである。

1.2 サブハローの初期条件

サブハローの初期条件は質量を決めるための質量関数、空間分布、速度分布、個々のサブハローの密度分布によって求められる。また、ガスの infall によるサブハローの空間分布と速度分布の変化を表す baryon condensatio についてもここで述べる。サブハローの質量はホスト銀河に比べて十分小さいため、point mass モデルでは簡単のためサブハロー粒子同士の相互作用を無視し、サブハロー粒子はホスト銀河の力のみを受けると考える。

1.2.1 質量関数、空間分布と速度分布

サブハロー分布の質量関数は高分解能の N 体シミュレーションより累乗側で表されることが知られている。ここでは

$$\frac{dN}{dM_{\text{sub}}} \propto M_{\text{sub}}^{-2} \quad (11)$$

を用いる。質量関数の上限と下限はパラメーターとして用いる。これによってサブハローの個々の質量を変化させる。また、サブハロー分布の総質量はハローの質量の 1/10 とする。

次にサブハロー分布の空間分布を考える。簡単にするために、空間分布は Hernquist(1990) が提案した Hernquist 分布

$$\rho_{\text{sub}}(r) = \frac{M_{\text{sub}}}{2\pi} \frac{a}{r} \frac{1}{(r+a)^3} \quad (12)$$

を用いる。ここで M_{sub} はサブハローの総質量、 a は scale length である。 a はパラメーターとして扱う。 a を変化させることでサブハローの近銀点分布が変化する。その効果によって銀河円盤に与える効果を変化させる。

サブハロー分布の速度分布は 2 種類の場合を考える。1 つは速度分布が等方の場合、もう 1 つは速度分布が R に非等方を考え $\beta = 0.5$ とする場合である。ここで β は

$$\beta \equiv 1 - \frac{\overline{v_\phi^2}}{\overline{v_r^2}} \quad (13)$$

と書け、速度の非等方性を表すパラメーターである。ここでは簡単のため、 β が半径によらず一定の値であるとして計算する。実際にサブハロー粒子に速度を与えるときは Jeans 方程式を用いて計算する。Jeans 方程式は

$$\frac{1}{\rho_{\text{sub}}} \frac{d(\rho_{\text{sub}} \overline{v_r^2})}{dr} + 2 \frac{\beta \overline{v_r^2}}{r} = - \frac{d\Phi}{dr} \quad (14)$$

である。ここで Φ は力を与えるすべての成分のポテンシャルである。これは簡単に解くことができる

$$\rho_{\text{sub}} \overline{v_r^2} = r^{-2\beta} \int_r^\infty \rho_{\text{sub}}(r) r^{2\beta} \frac{d\Phi}{dr} dr \quad (15)$$

となる。球対称のときは

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{M(< r)}{r^2} \quad (16)$$

となるので式 (15) は

$$\rho_{\text{sub}} \overline{v_r^2} = r^{-2\beta} \int_r^\infty \rho_{\text{sub}}(r) r^{2\beta} \frac{M(< r)}{r^2} dr \quad (17)$$

と書くことができる。このようにして速度分散が得られるので、銀河円盤の粒子に速度を与えたときと同様に平均 0、分散が速度分散になるガウス分布を用いてサブハロー粒子に速度を与える。

1.2.2 バリオン成分によるサブハローの分布の変化

サブハロー分布の空間分布と速度分布は、バリオン成分が中心の落ちていくことによって変化をする。この効果は baryon condensation と呼ばれる。その効果を考慮するために以下のような手順で考える。以下では前提条件としてサブハロー粒子を point mass とし、サブハロー同士の力を考慮しない。そのためサブハロー粒子の運動は、外場であるポテンシャルが時間とともに変化しない限り、近銀点と遠銀点が変わらないような軌道を運動することに注意する。

1. 空間分布を式 (12) で与える。
2. ハロー成分のみを用いて速度を計算する。具体的には、式 (15) 中の $M(< r)$ をハローの質量のみであるとして計算する。
3. 得られた空間分布、速度分布を初期条件とし、ハロー成分のみのポテンシャルが働いている状態の中で計算をはじめめる。それとともに計算機内の時間で 10Gyr という時間で銀河円盤とバルジ成分の質量を増やしていく。具体的には式 (4) と (9) 中の M_d と M_b を 10Gyr という時間で 0 から設定した値になるように増やしていく。

ただし、ここでは簡単のため、銀河円盤を球対称と考え、銀河円盤の質量分布を $M_d(r) = M_d[1 - (1 + r/R_d) \exp(-r/R_d)]$ として計算する。(5)10Gyr 経過し近銀点と遠銀点が変わらなくなったときの空間分布、速度分布を本研究で用いる初期条件とする。

1.2.3 密度分布

サブハローの密度分布は point mass の場合と King モデルの場合の 2 種類を考える。point mass の場合は個々のサブハローの質量の変化を考慮しないモデルであり、King モデルの場合は質量の変化を考慮するモデルである。point mass の場合は密度分布が存在しないためここでは King モデルについて考える。King モデルのパラメーターは集中度を示す $c_{\text{king}} \equiv \log_{10}(r_t/r_0)$ と潮汐半径 r_t の 2 つが存在する。実際のサブハローの分布は NFW 分布でよく近似できたため King モデルと NFW 分布が対応がつくように King モデルのパラメーターを決める。

このようにして求めた NFW 分布のパラメーターの半分の質量が含まれる半径 half-mass radius と King モデルの half-mass radius が一致するように King モデルの集中度 c_{king} を決める。King モデルの r_t はサブハロー粒子の存在している地点での潮汐半径を求め、その値を r_t として決める。これは point mass の時の場合と条件を一致させるためサブハロー

がシミュレーション開始時に潮汐力によって壊れてしまうことを防ぐためである。具体的には、ホスト銀河の中心から r の距離にあるサブハローの潮汐半径を

$$\frac{M_{\text{host}}}{r^3} = \frac{M_{\text{sub}}}{r_{\text{tidal}}^3} \quad (18)$$

という条件を満たすように決める。ここで $M_{\text{host}} = M_{\text{halo}}(r) + M_{\text{bulge}}(r) + M_{\text{disk}}(r)$ であり半径 r に含まれるホスト銀河の質量を示し、 M_{sub} はサブハローの質量である。そして King モデルの潮汐半径 r_t を $r_t = r_{\text{tidal}}$ となるように決める。ただし、潮汐半径 r_{tidal} がビリアル半径 r_{200} を超えるときは $r_t = r_{200}$ とする。また、ここで用いているサブハロー分布の空間分布は既に baryon condensation を受けたものを用いる点に注意する。

本研究で用いるホスト銀河とサブハローのパラメーターは表 1 と表 2 にまとめている。

2 Result

2.1 全体的な特徴

face-on で見たとき、どのモデルの銀河円盤にも bar 等の非軸対称のモードが現れず安定している。edge-on で見たとき、サブハローの効果によって銀河円盤の回転軸が傾いてしまう。そのため、回転軸が傾いている状態にも関わらず回転軸が傾いていないとして計算してしまうと、scale height や速度分散の計算に誤差が生じることになる。この効果を考えるために銀河円盤の慣性モーメントを計算し、その主軸方向を新たな座標軸とし scale height や速度分散を計算する。実際の計算はまず銀河円盤の重心を求め重心を原点になるように移動させる。そして、銀河円盤の慣性モーメント I_{ij}

$$I_{ij} = \sum_i m_i \begin{pmatrix} (y_i^2 + z_i^2) & -x_i y_i & -x_i z_i \\ -y_i x_i & (x_i^2 + z_i^2) & -y_i z_i \\ -x_i z_i & -y_i z_i & (x_i^2 + y_i^2) \end{pmatrix} \quad (19)$$

を計算する。 I_{ij} は実対称テンソルなのでその固有ベクトルは互いに直交する。また、 I_{ij} の主軸は I_{ij} の長さ 1 の固有ベクトルと一致する。そのため I_{ij} の固有ベクトルが新たな軸となるように座標軸を回転させる。ただし、その場合は速度も同様に回転させる必要があることに注意する。 I_{ij} の固有ベクトルを $(x1, y1, z1), (x2, y2, z2), (x3, y3, z3)$ とし、これらのベクトルは長さが 1 になるように規格化しておく。また、新たに行列 A を

$$A \equiv \begin{pmatrix} x1 & x2 & x3 \\ y1 & y2 & y3 \\ z1 & z2 & z3 \end{pmatrix} \quad (20)$$

として定義する。すると、新しい座標軸 $(\acute{x}, \acute{y}, \acute{z})$ と現在の座標軸 (x, y, z) との間に

$$\begin{pmatrix} x1 & x2 & x3 \\ y1 & y2 & y3 \\ z1 & z2 & z3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \\ \acute{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (21)$$

という関係が得られる。 A は直交行列なので逆行列は

$$A^{-1} = {}^t A = \begin{pmatrix} x1 & y1 & z1 \\ x2 & y2 & z2 \\ x3 & y3 & z3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

となる。これを用いると

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x1 & y1 & z1 \\ x2 & y2 & z2 \\ x3 & y3 & z3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (23)$$

となることがわかる。この式を用いて新しい座標系に銀河円盤の粒子を回転させる。以下では速度分散や scale height、scale length を計算するときは新しい座標での値を用いる。

tidal モデルでは、サブハローが壊れてしまうため 1 回程度しか銀河円盤に効果を与えないと考えられる。それを示したのが図 1 と図 2 である。図 1 は各モデルの scale height と速度分散の R 方向の時間変化を示した図で、図 2 は各モデル $R = R_{\odot}$ での R 方向、azimuthal 方向の速度分散と streaming velocity、 z 方向の速度分散の時間変化を示した図である。図 1 より、point mass モデルであるモデル I では時間とともに scale height が大きくなっているが、tidal モデルであるモデル Q では 1Gyr の scale height からあまり変化していないことがわかる。また図 2 より、point mass モデルであるモデル F、T は時間とともに速度分散の大きさが大きくなっていくが、tidal モデルであるモデル K、L は 1Gyr を経過した後は各速度分散の大きさがあまり変化をしないことがわかる。これより、tidal モデルのサブハローは時間がたつと、銀河円盤とバルジ、ハローの潮汐力によって質量の大部分を失ってしまい 1 回程度しか銀河円盤に効果を与えていないことがわかる。また、図 2 より azimuthal 方向の streaming velocity が時間とともに減っていることがわかる。これは R 方向の速度分散が増加したからである。 R 方向の速度分散が増加することで R 方向の圧力が増加し、それによって、遠心力が減少する。その結果、azimuthal 方向の streaming velocity が減少していると考えられる。

銀河円盤の面密度の分布を示したのが図 3 である。これは初期の面密度分布と、モデル I とモデル Q と internal heating の 5Gyr 後の面密度分布を描いた図である。銀河円盤はサブハローによる heating を受けた後も exponential の分布をしていることがわかる。サブハローの heating による scale length の増加量は scale height の増加量に比べて小さい。モデル I のようにサブハローの heating が非常に強い heating を受けた後でも初期の scale length の ~ 1.5 倍程度しか増加していないことがわかる。

2.2 Disk Heating

本研究では、サブハローによる disk heating の強さを銀河円盤の scale height の変化で表すことにする。銀河円盤の scale height は変化は半径によってさまざまであるため、ここでは $R = 3R_d$ での scale height の変化を用いる。

サブハローによる disk heating の強さは、銀河円盤に入ってくるのサブハローの軌道の形と質量、銀河円盤に効果を与える回数に依存していると考えられる。本研究では個々のサブハローの速度は、質量や半径に依存せずに等方と仮定し決めている。そのため、銀河

円盤と相互作用をするサブハロー粒子の軌道の形は、どのモデルでもほぼ等しいと考えられる。そのため、ここでは個々のサブハローの軌道の形については考えず、個々のサブハローの質量と銀河円盤に効果を与える回数のみを考える。銀河円盤に効果を与える回数は、個々のサブハローが銀河円盤の $R = 3R_d$ 以内の領域を横切った回数を用いる。そのため、個々のサブハローに銀河円盤の $R = 3R_d$ の領域を横切った回数を、サブハロー同士の力を考えず、ハロー、バルジ、銀河円盤ともすべて球対称とし、それらを外場と考えるモデルで前もって計算しておく。

サブハローの質量と銀河円盤を横切る回数と銀河円盤の scale height の関係を見たものが図 4 である。ここで銀河円盤の scale height は銀河円盤の十分外側である $R = 3R_d$ で計算し、internal heating の効果を除いた値を用いる。この図の左はサブハローの質量と横切った回数の積 ($\sum_i N_i(M_i/M_d)$) を横軸にし、右はサブハローの質量の二乗と横切った回数の積 ($\sum_i N_i(M_i/M_d)^2$) を横軸にしている。また、縦軸は両方とも銀河円盤の scale height と scale length の比をとっている。ただし、サブハローの質量は銀河円盤の質量で規格化した値を用いる。図 4 の左図のように質量に比例している形 ($\sum_i N_i(M_i/M_d)$) を用いると、あまり相関がないことがわかる。しかし、右図のように質量の二乗に比例する形 ($\sum_i N_i(M_i/M_d)^2$) を用いると scale height との間により相関があることがわかる。そこで以下では、図 4 の右図のように質量の二乗に比例する形で解析をしていくことにする。

次に tidal モデルの場合を考える。tidal モデルではサブハローは質量を失ってしまうため、初めの 1 回のみ銀河円盤に影響を与えると考えられる。そのため、tidal モデルを解析するときは銀河円盤を横切る回数 N_i を $N_i = 1$ として考えることにする。point mass モデルと tidal モデルを比較したのが図 5 である。白丸は point mass モデル、黒丸は tidal モデルである。また、実線は point mass モデル、破線は tidal モデルをそれぞれ最小二乗法で fit した結果である。実線の傾きは 8.5 ± 0.3 、破線の傾きは 7.7 ± 0.7 である。また、右図は normal scale、左図は log scale である。図より tidal モデルの場合もサブハローの質量の二乗と scale height との間により相関を見ることができる。最後に $\beta = 0.5$ モデルと point mass モデルを比較したのが図 6 である。白丸は point mass モデル、黒丸は $\beta = 0.5$ モデルである。また、実線は point mass モデル、点線は $\beta = 0.5$ モデルをそれぞれ最小二乗法で fit した結果である。点線の傾きは 7.6 ± 0.3 である。 $\beta = 0.5$ モデルの場合の point mass モデルと tidal モデルと同様にサブハローの質量の二乗と銀河円盤の scale height との間により相関が見られる。以上の解析より、サブハローによる disk heating の効果はサブハローの質量の二乗に比例し、 $z_d/R_d = \alpha \sum_i N_i(M_i/M_d)^2$ で表されることがわかる。ここで、 z_d は銀河円盤の scale height、 R_d は銀河円盤の scale length、 N_i は質量 M_i のサブハローが銀河円盤の半径 $R = 3R_d$ 以内の領域を横切る回数を示す。

2.3 まとめ

本研究で得られたサブハローによる disk heating の効果は以下のようにまとめられる。

- サブハローによる disk heating の効果はサブハローを point mass として扱った場合とサブハローの力学進化を考えた場合で大きな違いはない。また、サブハローの速度分布を変化させてもサブハローによる disk heating の効果は余り変化しない。

- サブハローによる disk heating の効果は $z_d/R_d = \alpha \sum_i N_i (M_i/M_d)^2$ で表される。ここで、 R_d は銀河円盤の scale length、 z_d は $R = 3R_d$ での銀河円盤の scale height、 N_i は質量 M_i のサブハローが銀河円盤の半径 $R = 3R_d$ 以内の領域を横切る回数を示す。また、 α は定数で解析結果より $\alpha = 0.7-0.9$ である。ただし、サブハローの力学進化を考える場合は $N_i = 1$ である。

このようにサブハローによる disk heating の効果はサブハローの分布や銀河円盤の質量に強く依存していることがわかる。

表 1: ホスト銀河のモデルパラメーター

	Symbol	Value
Disk	N_d	46000
	M_d	$5.6 \times 10^{10} M_\odot$
	R_d	3.5kpc
	z_0	245pc
	$Q_\odot$	1.5
	$R_\odot$	8.5kpc
	ϵ	70pc
Bulge	M_b	$1.87 \times 10^{10} M_\odot$
	a_b	525pc
Halo	M_h	$7.84 \times 10^{11} M_\odot$
	γ	3.5kpc
	r_c	84kpc

N_d は銀河円盤に与える粒子数、 ϵ は softening length である。

表 2: サブハローのモデルパラメーター

model	総数	scale length	$M_{high}[M_{\odot}]$	$M_{low}[M_{\odot}]$	粒子数
point mass モデル					
A	784	20	10^8	10^8	
B	784	40	10^8	10^8	
C	392	40	2×10^8	2×10^8	
D	261	40	3×10^8	3×10^8	
E	200	50	4×10^8	4×10^8	
F	318	25	10^9	10^8	
G	313	80	10^9	10^8	
H	175	40	10^{10}	10^8	
I	1141	50	10^{10}	10^7	
J	1959	40	10^9	10^7	
tidal モデル					
K	318	25	10^9	10^8	182
L	172	40	10^{10}	10^8	182
M	362	7	10^9	10^8	182
N	200	50	4×10^8	4×10^8	182
O	112	20	7×10^8	7×10^8	182
P	280	15	10^{10}	10^8	170
Q	173	7	10^{10}	10^8	170
$\beta = 0.5$ モデル					
R	197	40	10^{10}	10^8	
S	362	25	10^9	10^8	
T	200	25	10^9	10^8	
U	249	40	$10^{9.3}$	10^8	
V	361	45	10^9	10^8	

scale length は式 (12) の a を示し、単位は計算機内の単位で書いてある。総数はサブハローの個数、粒子数は tidal モデルの時に個々のサブハローの粒子数を表すことに注意する。 M_{low} は質量関数の下限、 M_{high} は質量関数の上限である。 M_{low} と M_{high} が等しいモデルはすべてのサブハローの粒子が等質量のモデルである。モデル U のみサブハローの総質量がハロー成分の質量の 12.85% である。

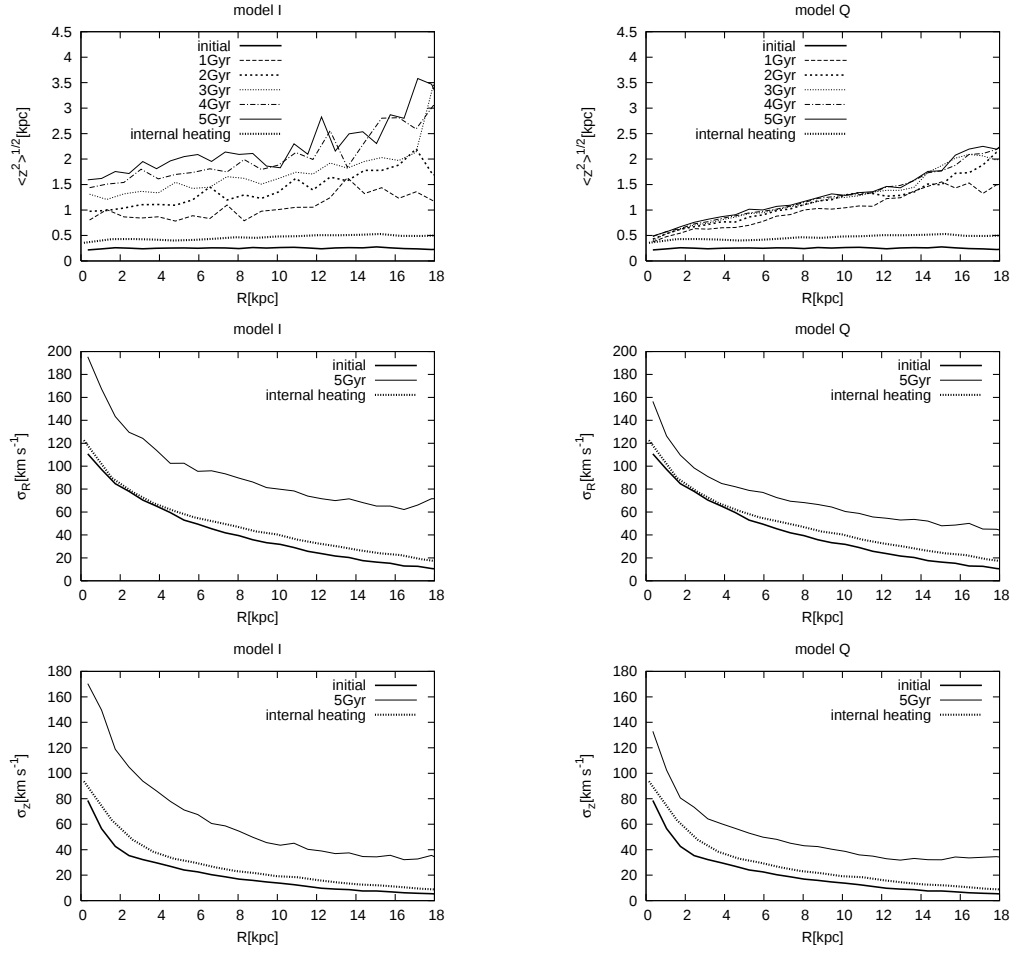


図 1: モデルによる速度分散と scale height の R 方向の時間変化。上から下へ scale height、 R 方向の速度分散、 z 方向の速度分散の時間変化を示す。左は point mass モデルであるモデル I、右は tidal モデルであるモデル Q である。internal heating は control model で 5Gyr 経過したものをを用いている。

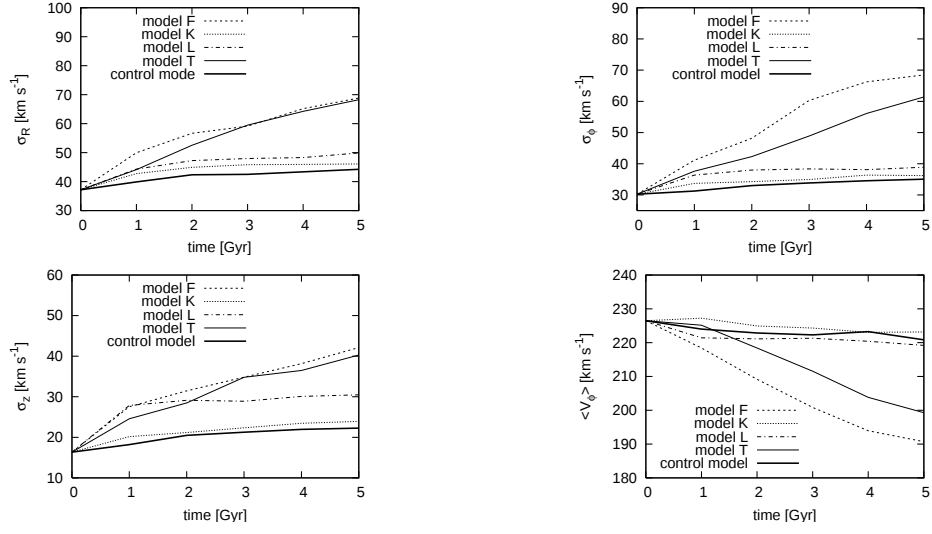


図 2: モデルによる速度分散の時間変化。上の行は左から R 方向、azimuthal 方向の速度分散、下の行は左から z 方向の速度分散、azimuthal 方向の streaming velocity の 1Gyr ごとの時間変化を示したものである。

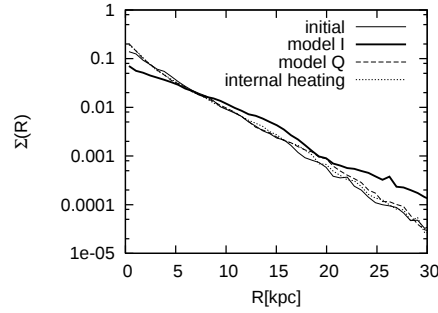


図 3: 初期、モデル Q とモデル I の面密度分布。それぞれ 5Gyr 経過したものを用いている。

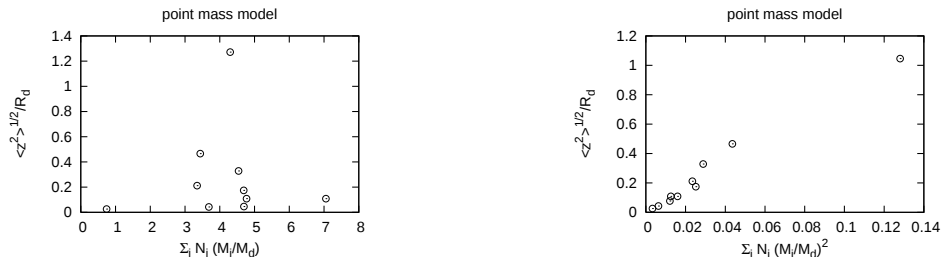


図 4: point mass モデルでのサブハローの質量と銀河円盤の scale height の関係。左はサブハローの質量を横軸、右はサブハローの質量の二乗を横軸としている。ただし、scale height は 5Gyr 経過したものを用いる。

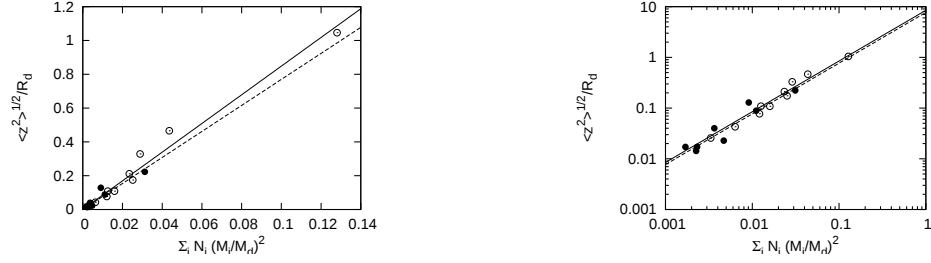


図 5: point mass モデルと tidal モデルでの比較。白丸が point mass モデル、黒丸が tidal モデル。実線は point mass モデル、破線は tidal モデルをそれぞれ最小二乗法で fit したものである。実線の傾きは 8.5 ± 0.3 、破線の傾きは 7.7 ± 0.7 である。左図は normal scale、右図は log scale である。scale height は 5Gyr 経過したものを用いる。

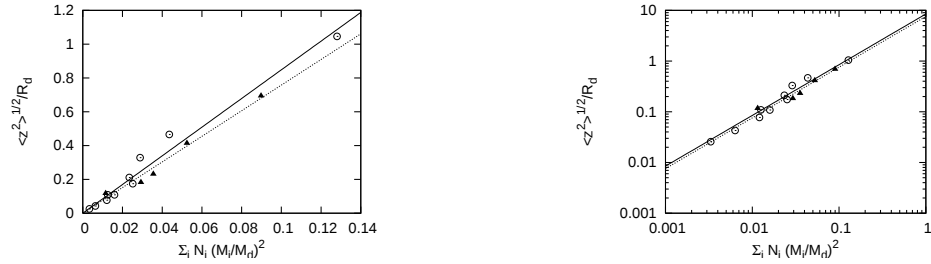


図 6: point mass モデルと $\beta = 0.5$ モデルでの比較。白丸が point mass モデル、黒丸が $\beta = 0.5$ モデル。実線は point mass モデル、点線は $\beta = 0.5$ モデルをそれぞれ最小二乗法で fit したものである。実線の傾きは 8.5 ± 0.3 、点線の傾きは 7.6 ± 0.3 である。左図は normal scale、右図は log scale である。scale height は 5Gyr 経過したものを用いる。