

大規模シミュレーションプロジェクト・成果報告書

土星リング-衛星系の力学進化と構造形成

研究分担者: 大槻圭史 (コロラド大学)

研究代表者: 井田茂 (東工大)

(2006年3月)

1. はじめに

土星リングは無数の粒子及び小衛星からなり、互いに相互重力作用及び衝突を繰り返している。従来、リングに関する多くの研究では、構成粒子はなめらかな球であると仮定されていた。しかし実際の粒子表面は粗さを持っていると考えられ、粒子同士の斜め衝突により、粒子自転が引き起こされると考えられる。土星リング粒子の自転状態を直接観測することはできず、これまで地上観測及び探査機による熱輻射の観測結果から間接的に推測されてきた(例えば Spilker et al. 2003)。しかし熱輻射のモデル自体が粒子自転以外にも様々な仮定をしていることもあり、粒子自転に対して制約条件を与えることはできていない。例えば、粒子の自転角速度を ω 、公転角速度を Ω とするとき、従来のモデルでは、全ての粒子が同じ自転状態(即ち全ての粒子が $\omega < \Omega$ という “slow rotation” か、逆に全ての粒子が $\omega \gg \Omega$ という “fast rotation” のどちらか)であると仮定しているが、これは現実的ではない。実際、サイズ分布を持つリング粒子の場合、小さな粒子の方が速く自転するという傾向が示されている (Richardson 1994)。しかし自転速度のサイズ依存性は、これまで詳しく調べられていなかった。本研究では粒子衝突時の自転変化を考慮した N 体シミュレーション、三体問題軌道計算ならびに解析計算を用いて、リング粒子の自転について調べた (Ohtsuki 2005, Ohtsuki and Toyama 2005, Ohtsuki 2006a, b)。

一方、リング粒子は相互重力及び重力散乱により軌道角運動量の輸送を行う。この際、星の周りのガス円盤のようにリングの粘性を定義することができ、リング構造の形成や進化において重要な物理量となる。今回、リングの粘性における粒子自転の効果についても調べたので、その予備的な結果についても述べる。

2. リング粒子の自転角速度

土星リングでは、粒子は数 cm(あるいはそれ以下) から 10m 程度に及びサイズ分布を持っていると考えられている(例えば French and Nicholson 2000)。このような幅広いサイズ幅を N 体シミュレーションで扱うのは容易ではない。一方、土星の C リングのように光学的に薄いリングの場合には粒子間の衝突頻度が小さく、自転を含めた力学進化は二体衝突の積み重ねで記述できる。我々はまず、このような場合における粒子の自転エネルギー進化を記述する方程式を導出し、解析計算及び三体軌道計算によって自転エネルギーのサイズ依存性を調べた(Ohtsuki 2005, 2006a, b)。

回転系から見た粒子の自転エネルギーを $E_{rot} \equiv I\langle\omega^2\rangle/2$ (I は慣性モーメント) とすると、質量 m' である他粒子との衝突による $E_{rot}(m)$ の進化は次式で記述できる。

$$\frac{dE_{rot}(m)}{dt} = \frac{mr^2}{5} \int n_s(m') f f' \langle\Delta\omega^2\rangle \frac{3}{2} \Omega |b| db dedidsde' di' ds' dm'. \quad (1)$$

ここに $n_s(m')dm'$ は質量が $m' \sim m' + dm'$ の粒子の面数密度、 f は粒子の軌道離心率 e 、軌道傾斜角 i 、及び spin velocity $s = r\omega$ (r は粒子半径) の分布関数、 $\langle\Delta\omega^2\rangle$ は衝突による ω^2 の変化を位相角平均したもの、 b は衝突する二粒子の軌道長半径の差である。 e 、 i は Rayleigh 分布、そして粒子自転については方向はランダムで自転角速度は Gauss 分布であると仮定し適当な変数変換を行なうと、(1) 式は次のように書きかえることができる(Ohtsuki 2006a)。

$$\frac{dE_{rot}(m)}{dt} = \int n_s(m') \{C_{CS} + (E_{rot}(m') - E_{rot}(m)) C_{CF}\} dm'. \quad (2)$$

ここに $C_{CS} \equiv mm'^2\Omega^3 R_H^4 \gamma_{CS} / \{5(m + m')^2\}$ 及び $C_{CF} \equiv mm'\Omega R_H^2 \gamma_{CF} / (m + m')^2$ (R_H はヒル半径) であり、 γ_{CS} 及び γ_{CF} は粒子のランダム速度、自転速度、反発係数、及び惑星からの距離に依存する無次元量である。ランダム速度が十分大きく粒子間重力が無視できる場合にはこれらの係数は解析的に求めることができ、 $\gamma_{CS} = (r + r')^2 (c_1 \sigma_{ran,r}^2 - c_2 \sigma_{sp,r}^2) / (R_H^4 \Omega^2)$ 及び $\gamma_{CF} = c_3$ と表される(Ohtsuki 2006a)。ここに $c_1 \sim c_3$ は接線方向の反発係数のみに依存する定数、 $\sigma_{ran,r}$ は相対ランダム速度の分散である。(2) の中括弧第一項は、衝突を介してランダム運動と自転の間で行なわれるエネルギー交換を表している。また第二項は、異なるサイズを持つ粒子間で衝突が起きた場合、自転エネルギー等分配に向かう傾向のある

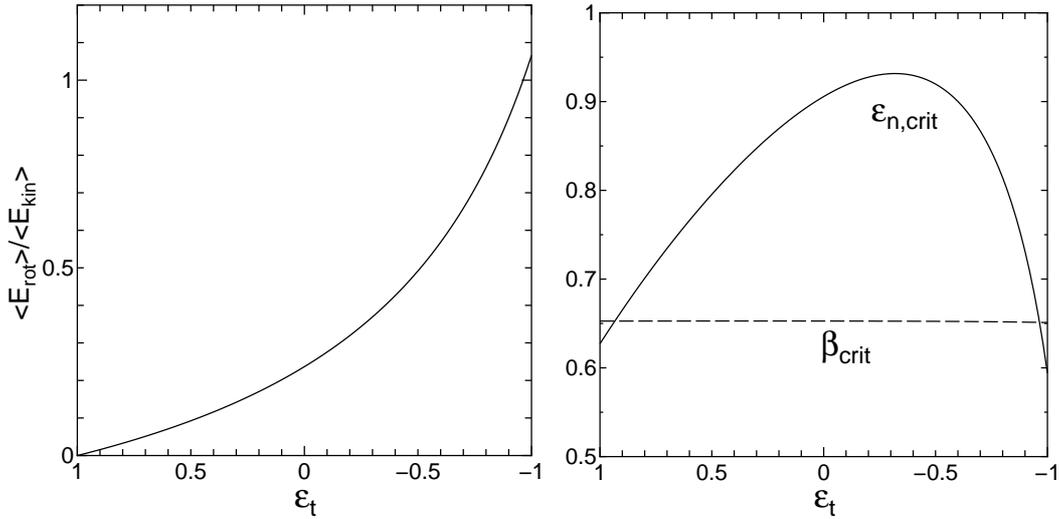


図 1: 重力を無視した系の平衡状態におけるエネルギー分配ならびに臨界反発係数を示している。

図 1 は、粒子が等質量でありかつ粒子のランダム運動に比べて重力の効果や粒子の有限サイズの影響が無視できる場合について、式 (2) 及び解析的に得られた係数を用いて、リングの力学的振舞について調べたものである。左図は平衡状態における自転エネルギーの平均値とランダム運動エネルギーの平均値の比を、接線方向の反発係数の関数として表したものである。粒子表面が完全に滑らかな場合は $\epsilon_t = 1$ 、そして $\epsilon_t = -1$ は衝突時に粒子表面が完全にグリップするという極端な場合に相当する。実際のリング粒子の反発係数は衝突速度にも依存し明らかでないが、 $0 < \epsilon_t < 1$ の範囲であると考えられる。図 1 によると、 $\epsilon_t = -1$ という極端な場合には、自転とランダム運動の間でエネルギーがほぼ等分配されるが、現実的な ϵ_t の値では、自転エネルギーはランダム運動エネルギーに比べてかなり小さいと考えられる (Morishima and Salo 2006)。

上に述べたような高ランダム速度の極限におけるリングでは、衝突を介して軌道運動エネルギーをランダム運動に変える効果と非弾性衝突によりエネルギーを散逸する効果のつりあいにより平衡状態が決まる。粒子の表面摩擦がない場合、上の平衡状態を与える鉛直方向の反発係数には臨界値 $\epsilon_{n,crit}$ の存在することが知られている (Goldreich and Tremaine 1978, Ohtsuki 1999)。即ち、 $\epsilon_n > \epsilon_{n,crit}$ ではランダム速度は単調増加し、 $\epsilon_n < \epsilon_{n,crit}$ ではランダム速度は単調減少する。図 1 の右図は、表面摩擦を考慮した場合の $\epsilon_{n,crit}$ を ϵ_t の関数として表したものである (β_{crit}

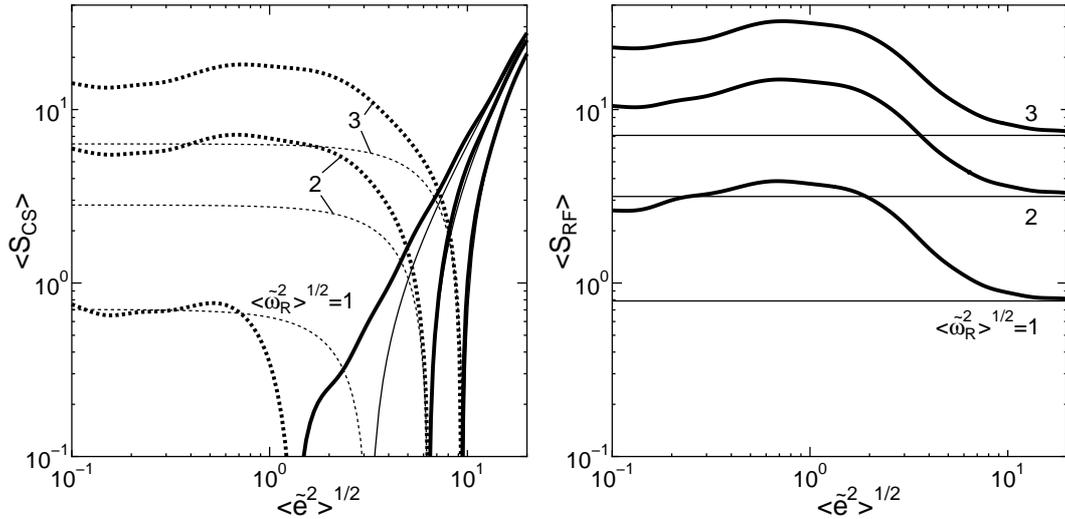


図 2: 自転エネルギー進化率

は平衡状態における軌道傾斜角と離心率の比を表している)。摩擦なし ($\varepsilon_t = 1$) の場合の値 ($\varepsilon_{n,crit} = 0.627$) は従来の結果に一致する。また $\varepsilon_{n,crit}$ が $\varepsilon_t \simeq -0.3$ 付近で最大値を取ることがわかる。同様の結果は近似的な手法及び N 体シミュレーションを使って、Morishima and Salo (2006) により得られている。

図 2 は三体軌道計算により (2) に現れる係数を求めた結果を示す ($\langle S_{CS} \rangle = \gamma_{CS}$ 、 $\langle S_{RF} \rangle = \gamma_{RF} \langle s^2 \rangle / (R_H \Omega)^2$)。太線は軌道計算結果、細線は解析解と表し、それぞれ粒子の自転角速度 (Ω を単位とする) を三通りに変えた場合の結果が示されている。また実線は正の値を表し、値が負となるときには破線で絶対値を示している。これらの結果を式 (2) に代入することにより、リング粒子の自転進化を計算することができる。

図 3 は 2 成分系 ($m_L/m_S = 8$) における自転角速度とランダム速度進化を計算したものである。実線は N 体シミュレーションの結果、破線は式 (2) を三体軌道計算により得られた係数を用いて解いたものであり、良い一致が確認できる。また図 4 は、狭いサイズ幅でサイズ分布があるばあいについて同様の比較を行ったものである (点が N 体シミュレーションの結果、線が式 (2) を解いて平衡状態を求めたもの)。これらより、粒子密度の低いリングにおける自転及びランダム速度進化は式 (2) を用いて記述できることがわかる。一方、土星の A リングや B リングといった粒子密度の高い系ではこのような扱いはできず、N 体シミュレーションを使うことが必要となる (Ohtsuki and Toyama 2005, Morishima and Salo 2006)。

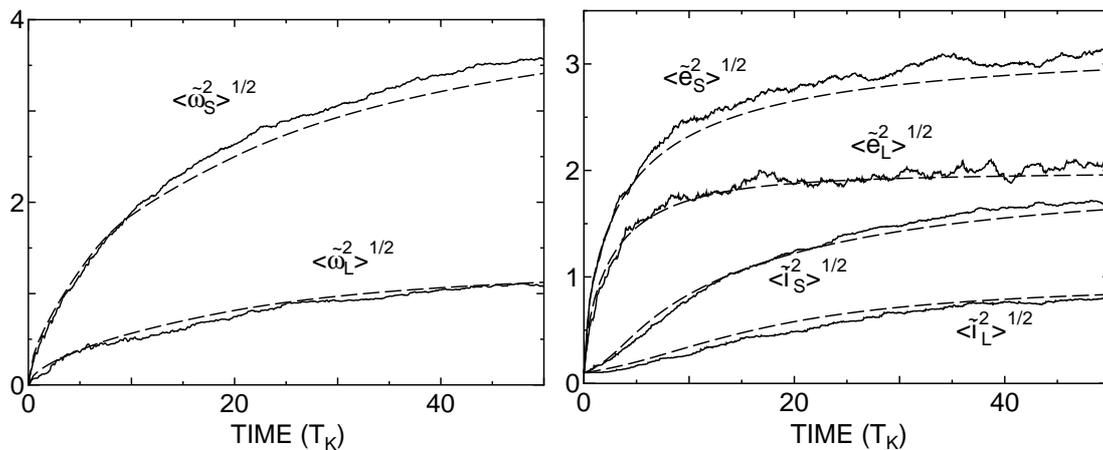


図 3: N 体シミュレーションとの比較 (二成分系)

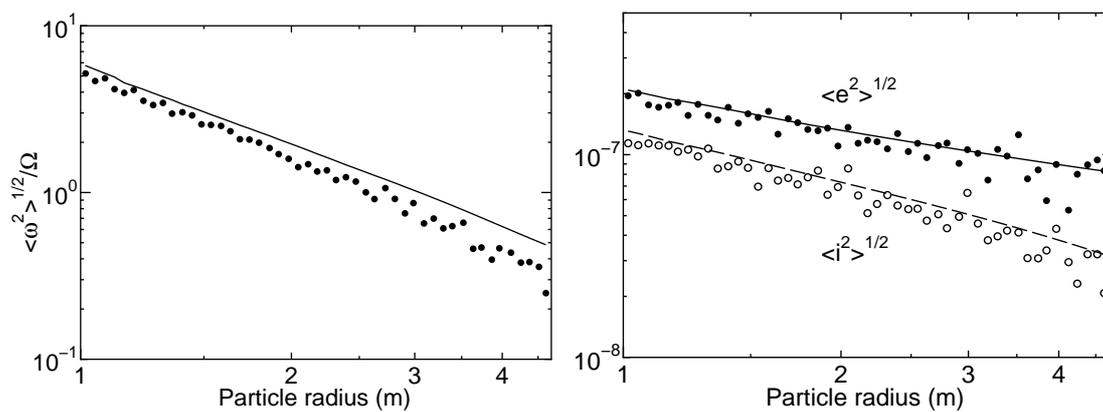


図 4: N 体シミュレーションとの比較 (べき乗分布)

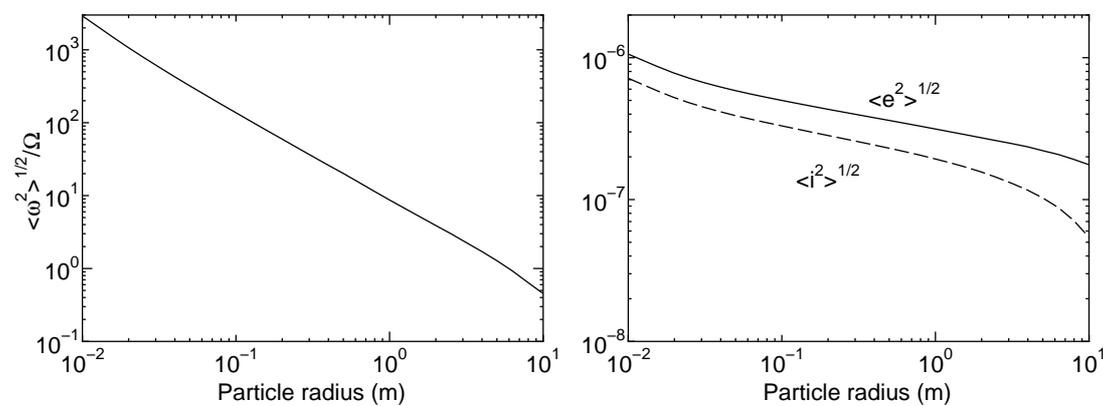


図 5: 幅広いサイズ分布を持つ場合の自転角速度及びランダム速度のサイズ依存性

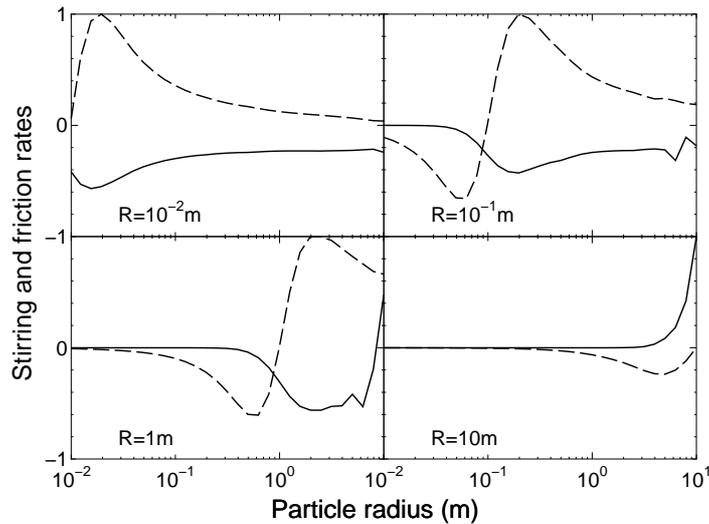


図 6: 式 (2) における項の相対的寄与

図 5 は、粒子密度の低いリングで粒子が幅広いサイズ分布を持っている場合について、式 (2) を用いて計算したものである。これより、大部分のサイズ領域において自転角速度は粒子半径にほぼ反比例し、分布の先端付近の大きな粒子については傾きがやや急になることがわかる。図 5 左によると、自転角速度の大きい小粒子の軌道傾斜角は大きく、自転角速度の小さい大粒子の軌道傾斜角は小さい。従って、リング粒子の自転角速度分布は z 方向に不均質となっていることがわかる。この効果は従来の熱輻射モデルに考慮されておらず、今後このことを考慮に入れたモデルの構築が必要である。

図 6 は、与えられたサイズの粒子に対して平衡状態において式 (2) の各項がどのような寄与をしているかを示したものである。実線は C_{CS} を含む項、破線は C_{RF} を含む項の、それぞれ相対的な寄与を示している。これより、半径が 1m 程度以下の粒子の自転速度は、自分よりやや大きな粒子からの寄与 (C_{CS} ならびに C_{RF}) のつりあいできていることがわかる。一方、最大サイズ近傍の粒子については自分より大きな粒子は存在しないため、自分よりやや小さな粒子から受ける自転の減速 (C_{RF}) と自分と同程度のサイズの粒子から受ける励起 (C_{CS}) のつりあいできている。このようなつりあいの仕方の違いが、図 5 左において分布先端付近で傾きがやや急になっていることの原因と考えられる。このほか、パラメータ依存性も詳しく調べた (Ohtsuki and Toyama 2005, Ohtsuki 2006b)。例えば最大粒子サイズを大きくすると自転角速度が全般的に大きくなる。これは大きな粒子

によって励起された小粒子のランダムエネルギーが衝突を介して自転エネルギーへと輸送されるためである。サイズ分布のべき指数を変えて大きな粒子の相対的な数を増やした場合にも同様の傾向が見られる。また ε_t を小さくすると自転角速度はやや大きくなるが、依存性はあまり強くない (Ohtsuki 2006b)。従って、自転角速度分布から粒子の表面状態 (反発係数) を推定するのは困難であると考えられる。

3. リングの粘性における自転の影響

従来の多くの研究ではリングの粘性を見積もる際に粒子間相互重力を無視していた。Petit and Hénon (1988) は平面問題の三体軌道計算に基づいてリングの角運動量フラックスを求めた。また Daisaka et al. (2001) は粘性に対するリング自己重力の効果を N 体シミュレーションにより詳しく調べ、重力の効果により粘性が大きくなることを明らかにした。これらの研究では粒子表面はなめらかであると仮定されていた。最近 Morishima and Salo (2006) は粒子間重力を無視した場合の粘性における粒子自転の効果について議論しているが、相互重力がある場合については詳しく調べていない。

今回我々は、Tanaka et al. (2003) の定式化に基づいてリングの粘性における粒子自転の影響を二通りの方法で調べた。まず、N 体シミュレーションを用いて、相互重力がある場合とない場合の二通りについて粘性を求めた。この場合、面密度 Σ のリング中での非弾性衝突によるエネルギー散逸率は

$$\varepsilon_{VS} = \frac{9}{4} \nu \Sigma \Omega^2 \quad (3)$$

と書ける。N 体シミュレーションで平衡状態での散逸率を求めることにより、粘性を求めることができる。一方、光学的厚さが $\tau \ll 1$ の時の粘性は

$$\nu = \frac{N_s}{24} \langle R_{VS} \rangle \left(\frac{2m}{3M_c} \right)^{4/3} a^4 \Omega. \quad (4)$$

で与えられる。ここに $\langle R_{VS} \rangle$ は衝突あるいは重力散乱による粒子の軌道長半径の平均変化率を表しており、三体軌道計算により求めることができる。

図7は相互重力を無視した N 体シミュレーションによる計算結果である。左図は粘性、右図はランダム速度を、 ε_t の関数として表している ($\tau = 0.05$)。 ε_t が 1

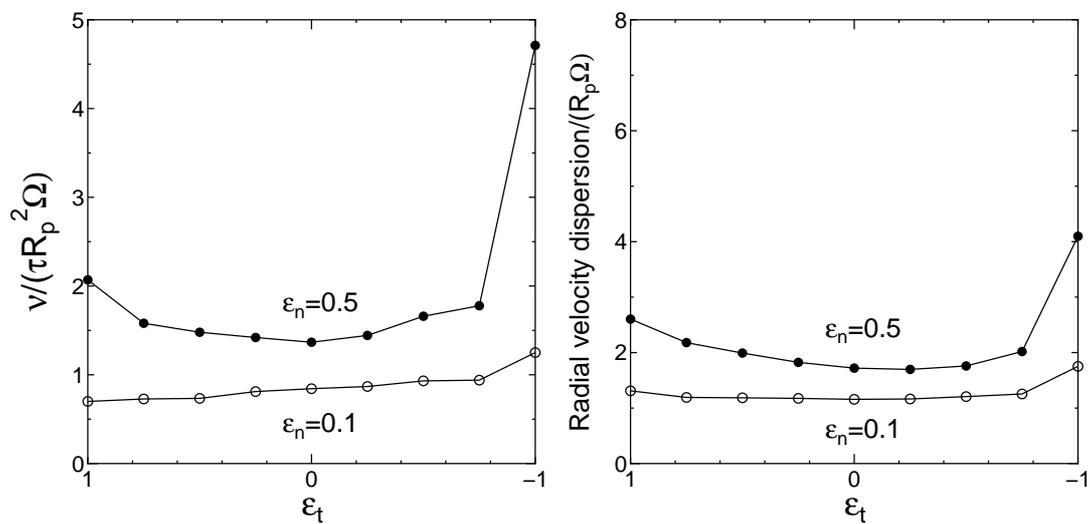


図 7: 相互重力を無視したリングの粘性とランダム速度

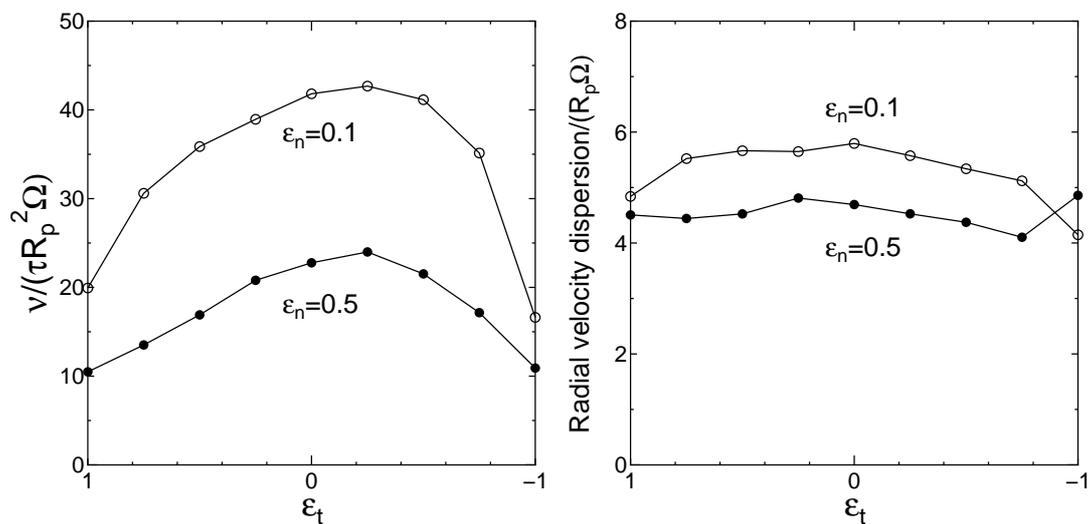


図 8: 相互重力を考慮したリングの粘性とランダム速度

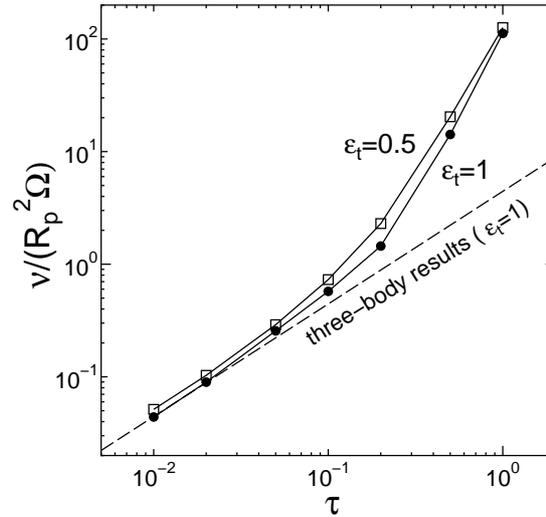


図 9: 粘性の光学的厚さに対する依存性

あるいは -1 に近いときランダム速度が大きくなって粒子の角運動量輸送が効率的に行われ、粘性も大きくなる (Morishima and Salo 2006)。

図 8 は、相互重力を考慮した N 体シミュレーションの結果である ($\tau = 0.05$)。この場合粒子のランダム速度は脱出速度の $2 \sim 3$ 倍であり、 ϵ_t に対する依存性は小さい。一方、相互重力の効果により粘性は図 7 に比べてかなり大きくなっている。粘性は摩擦によるエネルギー散逸が大きいとき ($\epsilon_t \simeq 0$) に大きくなり、摩擦のない場合 ($\epsilon_t = 1$) に比べて約 2 倍になっている。

最後に図 9 は、重力を考慮した場合について、粘性の τ 依存性を調べたものである。実線は N 体シミュレーションによって求められた結果であり、表面摩擦のない場合 ($\epsilon_t = 1$) とある場合 ($\epsilon_t = 0.5$) が示してある。一方、破線は表面摩擦のない場合について式 (4) と三体軌道計算結果を用いて求めたものである。 $\tau \leq 0.1$ では、表面摩擦のない場合、 N 体計算結果と三体計算結果はよく一致しており、 τ が小さいリングについては式 (4) によって粘性を正しく計算できることが確認できる。しかし $\tau \geq 0.2$ 程度になるとリング自己重力の効果により粘性は三体計算に基づく結果よりかなり大きくなる (Daisaka et al. 2001)。図 8 で示したように、表面摩擦の効果により粘性の大きくなることが図 9 でも確認できる。しかし表面摩擦及び粒子自転を考慮したことによる違いはリング自己重力の効果に比べれば小さい。

4. Discussion

本研究ではN体シミュレーション及び三体問題軌道計算を用いてリング粒子の自転状態ならびに粘性に対する表面摩擦・粒子自転の影響について調べた。しかし粒子数を大幅に増やす必要のある τ の大きな系についての計算はまだ十分ではなく、今後さらに詳しく調べる必要がある。そして、粒子自転を考慮した熱輻射モデルの構築、ならびに粘性とリング構造に関する観測との比較等を進めていく必要がある。

REFERENCES

- Daisaka, H., Tanaka, H., Ida, S., 2001. Viscosity in a dense planetary ring with self-gravitating particles. *Icarus* **154**, 296-312.
- French, R. G., Nicholson, P. D., 2000. Saturn's rings II: Particle size inferred from stellar occultation data. *Icarus* **145**, 502-523.
- Goldreich, P., Tremaine, S. 1978. The velocity dispersion in Saturn's rings. *Icarus* **34**, 227-239.
- Morishima, R., Salo, H., 2006. Simulations of dense planetary rings. IV. Spinning self-gravitating particles with size distribution. *Icarus* **181**, 272-291.
- Ohtsuki, K., 1999. Evolution of particle velocity dispersion in a circumplanetary disk due to inelastic collisions and gravitational interactions. *Icarus* **137**, 152-177
- Ohtsuki, K., 2005. Rotation rates of particles in Saturn's rings. *Astrophys. J.* **626**, L61-L64.
- Ohtsuki, K., 2006a. Rotation rate and velocity dispersion of planetary ring particles with size distribution. I. Formulation and analytic calculation. *Icarus*, submitted.
- Ohtsuki, K., 2006b. Rotation rate and velocity dispersion of planetary ring particles with size distribution. II. Numerical simulation for gravitating particles. *Icarus*, submitted.
- Ohtsuki, K., Toyama, D., 2005. Local N-body simulations for the rotation rates of particles in planetary rings. *Astron. J.* **130**, 1302-1310.
- Petit, J.-M., Hénon, M., 1988. A numerical simulation of planetary rings. III. Mass segregation, ring confinement, and gap formation. *Astron. Astrophys.* **199**, 343-356.
- Richardson, D.C., 1994. Tree code simulations of planetary rings. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **269**, 493-511.
- Spilker, L., Ferrari, C., Cuzzi, J. N., Showalter, M., Pearl, J., Wallis, B., 2003. Saturn's rings in the thermal infrared. *Planet. Space Sci.* **51**, 929-935.
- Tanaka, H., Ohtsuki, K., Daisaka, H., 2003. A new formulation of the viscosity in planetary rings. *Icarus* **161**, 144-156.