

研究成果報告書

回転星の重力崩壊とブラックホールの形成に関する 軸対称一般相対論的シミュレーション: 状態方程式依存性 プロジェクト ID : rys37a

研究代表者：関口 雄一郎
研究分担者：柴田 大
所属：東京大学大学院総合文化研究科

1 目的

我々の銀河系および大マゼラン雲内には、質量が恒星程度の多くのブラックホール候補天体が確認されており、そのようなブラックホールは、主として大質量星の重力崩壊によって形成され则认为られている。ブラックホールの形成条件、形成過程（質量角運動量依存性）を明らかにすることは、一般相対論的天体物理学の重要な問題の一つである。特に、大質量星が高速回転している場合には、重力崩壊の結果ブラックホールとそれを取り巻くディスクが形成され则认为られるが、これは少なくとも一部のガンマ線バーストの中心動力源として有望なモデルの1つであり、このようなシステムの形成過程を調べることも近年重要性を増している。しかし、大質量回転星コアのブラックホールへの重力崩壊の研究例は、現実的な問題設定の下でなされたものは皆無であるといつてよいのが現状である。従つて、本研究では大質量回転星コアの重力崩壊の一般相対論的数値シミュレーションを行ない、まずはじめに初期回転星コアの質量及び角運動量・角運動量分布がブラックホール形成に及ぼす影響について調べた。さらに、パラメトリックな状態方程式を採用することで、ブラックホール形成の状態方程式依存性を明らかにした。回転星コアの中性子星への重力崩壊に関する過去のにおいて、その崩壊ダイナミクスが採用する状態方程式に大きく依存することが明らかにされている。従つて状態方程式を変化させることによって、ブラックホール形成の崩壊ダイナミクス依存性を明らかにすることができるのである。

尚、本結果報告書で述べる結果については、論文にまとめ現在投稿中である [1]。

2 設定

EOS	Γ_1	Γ_2	$\rho_{\text{nuc}}(\text{g/cm}^3)$	Γ_{th}	M_{max}
a	1.32	2.25	2.0×10^{14}	1.32	1.623
b	1.30	2.5	2.0×10^{14}	1.30	1.600
c	1.30	2.22	1.0×10^{14}	1.30	1.599
d	1.28	2.75	2.0×10^{14}	1.28	1.597

表 1: Adopted sets of $(\Gamma_1, \Gamma_2, \rho_{\text{nuc}}, \Gamma_{\text{th}})$. The values of Γ_1 , Γ_2 , and ρ_{nuc} are chosen so that the maximum ADM mass of a cold spherical polytrope for each set becomes $\approx 1.6M_{\odot}$.

初期条件として、中心密度 $\rho_c = 10^{10} \text{g/cm}^3$ の $\Gamma = 4/3$ の回転ポリトロップ平衡形状でモデル化した大質量回転星の鉄コアを考えた。質量及び角運動量が $1.9 \lesssim M/M_{\odot} \lesssim 3.0$, $0 \leq Jc/GM^2 (\equiv q) \lesssim 1.1$ の幅広い範囲の初期条件を用意した (表 2 参照)。初期コアの回転則として、広く使われている $u^t u_{\phi} = \varpi_d^2 (\Omega_a - \Omega)$ を採用した。ニュートン極限ではこの回転則は $\varpi \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$ として $\Omega = \Omega_a \varpi_d^2 / (\varpi^2 + \varpi_d^2)$ の形をとる。よつて ϖ_d

は微分回転の程度を司るパラメータである。以下では ϖ_d を赤道面の半径 ϖ_e で規格化した $A \equiv \varpi_d/\varpi_e$ を回転則のパラメータとして用いる。ここで $A \rightarrow \infty$ の極限が剛体回転に対応し、 A の値が小さいほど微分回転の程度が強いことに注意する必要がある。今年度の研究では $A = \infty, 1.0, 0.5$ の場合についてシミュレーションを行なったが、本報告書以下では主に $A = \infty$ について解説し、微分回転モデルについてはごく簡単に触れるにとどめる。

崩壊過程での状態方程式として、パラメトリックな状態方程式を採用した:

$$P = P_P + P_{th}. \quad (1)$$

ここで P_P はゼロ温度の状態方程式であり、 P_{th} は熱的効果部分の状態方程式である。 P_P 部分については、以下のようなポリトロップ型の状態方程式を与えた。ポリトロップ指数の値に、核密度以下 ($\rho \leq \rho_{nuc}$) では光分解、電子捕獲反応によって不安定化 ($\Gamma_1 < 4/3$) している効果を取り込み、一方で核密度に達すると核力の効果で固くなる ($\Gamma_2 > 2.0$) と簡略化した:

$$P_P = \begin{cases} K_1 \rho^{\Gamma_1}, & \rho \leq \rho_{nuc}, (\Gamma_1 < 4/3) \\ K_2 \rho^{\Gamma_2}, & \rho \geq \rho_{nuc}, (\Gamma_2 > 2.0) \end{cases} \quad (2)$$

ここで K_1 及び K_2 は圧力の連続性から定まる定数である。一方、 P_{th} については状態方程式を

$$P_{th} = (\Gamma_{th} - 1) \rho \varepsilon_{th}. \quad (3)$$

と仮定した。ここで $\varepsilon_{th} \equiv \varepsilon - \varepsilon_P$ である。

上記にあげたように、本研究で採用したパラメトリック状態方程式には $(\Gamma_1, \Gamma_2, \rho_{nuc}, \Gamma_{th})$ の4つのパラメータがあるが、これらのパラメータを以下のように設定した。まず $(\Gamma_1, \Gamma_2, \rho_{nuc})$ の組を、対応するゼロ温度の球対称ポリトロップの最大質量が $\approx 1.6 M_\odot$ になるように設定した。一方 Γ_{th} については、崩壊ダイナミクスが $4/3 \lesssim \Gamma_{th} \lesssim 5/3$ に対して大きく依存しないことが過去の研究 [2] で明らかになっているので、本研究では簡単のために $\Gamma_{th} = \Gamma_1$ とおいた。本研究で採用しているパラメータセットを表 1 に示す。

3 結果

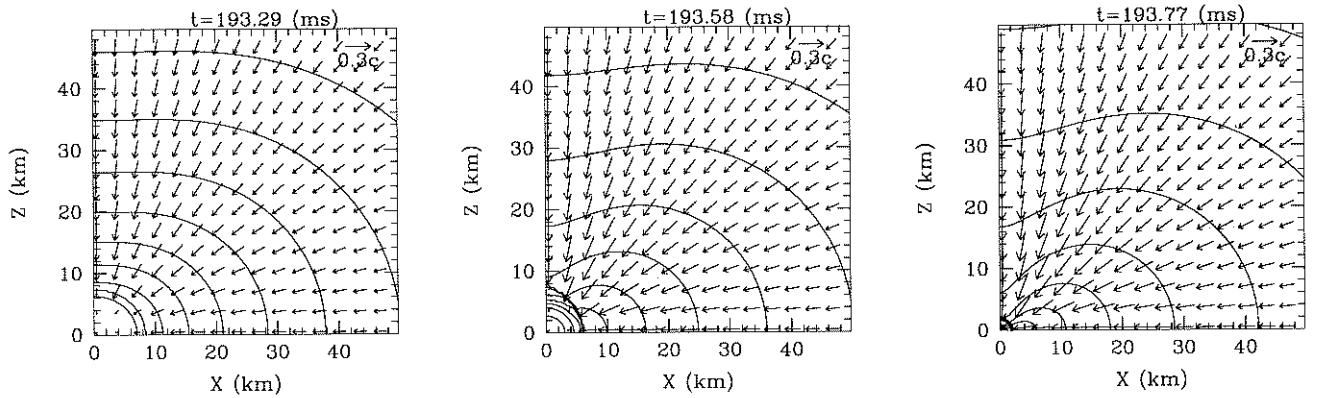


図 1: Snapshots of the density contour curves and velocity vectors in the x - z plane for model D2 with the equation of state 'a', at $t = 193.29, 193.58$, and 193.77 ms. The density contour curves are drawn for $\rho/\rho_{\max} = 10^{-0.4j}$, ($j = 0, 1, 2, \dots, 20$) where $\rho_{\max}$ is the maximum density at the selected time slices. The thick solid curve in the last panel denotes the location of the apparent horizon.

3.1 ブラックホール形成の様子

まずはじめに、ブラックホール形成過程の状態方程式依存性についてまとめる。図 1 に初期モデル D2 の EOS-a (表 1 参照) を採用した場合の重力崩壊の様子を示す。この図から明らかなように、崩壊するコアはバウンスす

Initial model	$\rho(\text{g/cm}^3)$	A	$M_{\text{ADM}}(M_{\odot})$	q	Adopted equations of state			
					a	b	c	d
A0	10^{10}	∞	1.920	0.0	no BH	no BH	no BH	no BH
A5	10^{10}	∞	1.971	1.128	no BH	no BH	no BH	no BH
B0	10^{10}	∞	2.163	0.0	BH	BH	no BH	BH
B1	10^{10}	∞	2.163	0.217	no BH	no BH	no BH	no BH
C0	10^{10}	∞	2.286	0.0	BH	BH	BH	—
C1	10^{10}	∞	2.289	0.221	BH	BH	no BH	—
C15	10^{10}	∞	2.298	0.487	BH	BH	no BH	—
C2	10^{10}	∞	2.310	0.675	BH	no BH	no BH	—
C25	10^{10}	∞	2.321	0.807	no BH	no BH	no BH	—
D0	10^{10}	∞	2.412	0.0	BH	BH	BH	BH
D15	10^{10}	∞	2.425	0.478	BH	BH	BH	BH
D2	10^{10}	∞	2.438	0.663	BH	BH	no BH	BH
D25	10^{10}	∞	2.449	0.792	BH	BH	no BH	BH
D3	10^{10}	∞	2.459	0.888	BH	no BH	no BH	no BH
D4	10^{10}	∞	2.472	1.006	no BH	no BH	no BH	no BH
D5	10^{10}	∞	2.476	1.045	no BH	no BH	no BH	no BH
E2	10^{10}	∞	2.568	0.652	BH	BH	BH	—
E25	10^{10}	∞	2.580	0.780	BH	BH	no BH	—
E3	10^{10}	∞	2.590	0.873	BH	BH	no BH	—
E4	10^{10}	∞	2.604	0.989	BH	no BH	no BH	—
E5	10^{10}	∞	2.608	1.03	BH	no BH	no BH	—
F3	10^{10}	∞	2.723	0.858	BH	BH	BH	BH
F4	10^{10}	∞	2.738	0.972	BH	BH	no BH	BH
F5	10^{10}	∞	2.742	1.010	BH	BH	no BH	BH
G5	10^{10}	∞	2.879	0.993	BH	BH	BH	—
H5	10^{10}	∞	3.016	0.978	BH	BH	BH	BH

表 2: Summary of the outcome in the iron core collapse with rigidly rotating initial models. “BH” implies that a black hole is formed in a dynamical time scale of the collapse. “no BH” implies that a black hole is not formed promptly. “—” in the last column implies that we did not perform simulations for such models.

model	$\rho(\text{g/cm}^3)$	A	$M_{\text{ADM}}/M_{\odot}$	q	outcome
D2d1	10^{10}	1.0	2.441	0.698	BH
D25d1	10^{10}	1.0	2.450	0.791	no BH
D25	10^{10}	∞	2.449	0.792	BH
D15d05	10^{10}	0.5	2.430	0.541	BH
D2d05	10^{10}	0.5	2.437	0.626	no BH
D2	10^{10}	∞	2.438	0.663	BH

表 3: Summary of the final outcome in the iron core collapse with differentially rotating initial models. The adopted equation of state is type ‘b’ for all the cases.

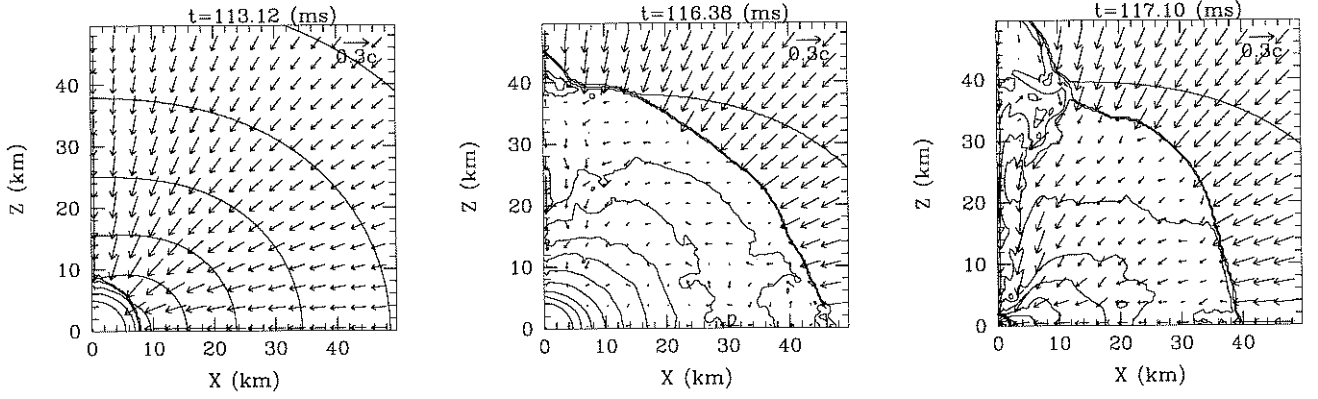


図 2: The same as Fig. 1 but for model D2 with the equation of state 'b' at $t = 113.12$, 116.38 , and 117.10 ms. The thick solid curve in the last panel denotes the location of the apparent horizon.

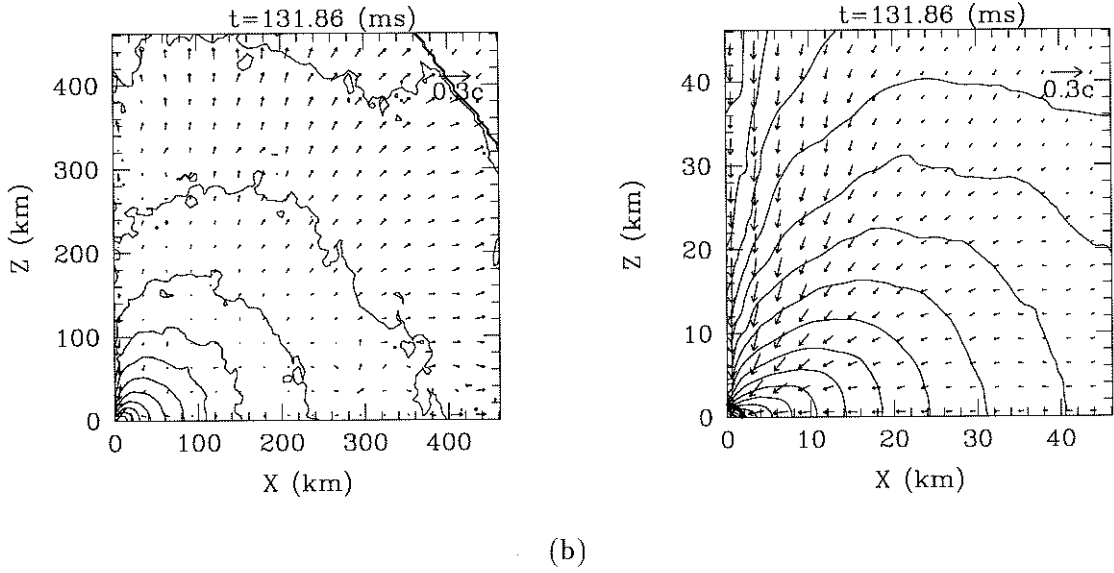


図 3: The same as Fig. 1 but for model F5 with the equation of state 'b', at $t = 124.90$ and 131.86 ms. The thick solid curve in the last panel denotes the location of the apparent horizon.

ることなくブラックホールへとダイレクトに崩壊している (direct collapse)。この場合には衝撃波は形成されていない。この理由は、EOS-a の場合、 Γ_1 の値が $4/3$ に近いために、コア全体がよりホモロガスに崩壊するため、バウンス時のインナーコアの質量が中性子星の最大質量よりも大きくなっているためである。結果として、インナーコアは自身を支えきれず、ブラックホールへと直ちに崩壊してしまう。

次に図 2 に同じく初期モデル D2 で EOS-b の状態方程式を用いた場合の重力崩壊の様子を示す。この場合には、核密度に達して状態方程式が固くなったときにコアの中心部がバウンスし、衝撃波が形成されていることがわかる。しかし、形成された衝撃波が弱いいため衝撃波面の内側の流体は十分なエネルギーを得られず、しばらくすると中心領域へと降り積もる。結果として中心コアはこの周囲からの質量降着によってブラックホールへと崩壊する (fallback induced collapse)。EOS-c, EOS-d の場合にも同様にバウンス後の質量降着によってブラックホールへと方化することが確認された。この理由は、これらの状態方程式では $|\Gamma_1 - 4/3|$ の値が大きく、また初期に抜かれるエネルギーが大きいため (特に中心領域で)、より中心付近の領域が暴走的に崩壊するからである。結果として、バウンス時のインナーコアの質量は小さくなり、ブラックホールへと直接崩壊せずにバウンスを起こすのである。初期モデル D2 の場合には、バウンス後の衝撃波は数十 km のところでストールしてしまっているが、より回転の速い初期モデル F5 のブラックホールへの崩壊の場合には、衝撃波面が鉄コアの表面に達する (図 3(a))。しかしその一方で、中心ではブラックホールが形成されている (図 3(b))。

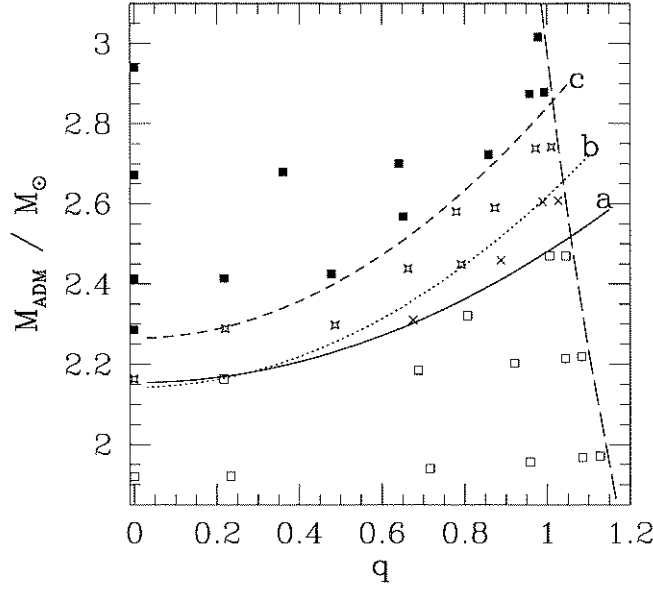


図 4: The distribution map of the outcome in the iron core collapse for rigidly rotating initial models. The horizontal and vertical axes denote the spin parameter q and M_{ADM} . The filled squares denote the models whose final outcome is a black hole irrespective of the equations of state. The open stars denote the models whose final outcome is a black hole for the equations of state of 'a' and 'b', and a neutron star for the equation of state 'c'. The crosses denote the models whose final outcome is a black hole only for the equations of state 'a'. The open squares indicate no black hole formation irrespective of the equations of state. The solid, dotted, and dashed curves indicate the threshold mass above which a black hole is formed as a result of the collapse for the equations of state 'a', 'b', and 'c', respectively. The long dashed curve denotes the mass-shedding limit for rigidly rotating initial models; i.e., no equilibrium configurations for rigidly rotating initial condition exist in the right hand side of this curve.

今回用いた初期モデルにおいては初期質量、角運動量によらず、EOS-a を用いた場合のブラックホール形成過程はすべて“direct collapse”型であった。一方 EOS-b,c,d では、ブラックホール形成過程はすべて“fall-back induced collapse”型であった。

初期に高速回転しているモデルでは、最終的にはブラックホールの周りにディスクが形成されと考えられる。このような場合に対して、形成されるディスクの質量を [3] の解析方法にしたがって見積もった。その結果、最も高速回転しているモデル ($q \approx 1$) で初期質量の 10% 程度がディスクになることがわかった。

3.2 ブラックホール形成の閾値

表 2 及び図 4 に初期に剛体回転モデルのシミュレーション結果をまとめて示す。表 2 において“BH”は、ブラックホールが“prompt”に (コアのバウンス後 ~ 数十 ms で) 形成されたことを意味する。一方“no BH”はブラックホールが“prompt”には形成されなかったことを意味する。しかし上記初期モデル F5 の例から明らかに、これら“no BH”の場合にも、より長い時間スケールでの質量降着によってブラックホールが形成される可能性があるということには注意を払う必要がある。図 4 は、ブラックホール形成の閾値を、質量 - 角運動量平面で示した散布図である。図中の曲線 a, b, 及び c は、各アルファベットに対応する状態方程式モデルの場合に、その曲線より上側の初期条件の重力崩壊においては、“prompt”にブラックホールが形成されることを意味する。この図から、状態方程式に依存してブラックホール形成の閾値が異なることがわかる。閾値の状態方程式依存性は以下のように理解できる。

- EOS-a の場合にブラックホール形成の閾値が最も小さいのは、バウンス時のインナーコアの質量が大きいため、衝撃波が形成されず熱的圧力の貢献が無いためであると考えられる。

- EOS-c の場合に閾値が最も大きいものになっているのは、あとで述べるように、衝撃波の効果が非常に強いためであると考えられる。
- EOS-b 及び EOS-d で閾値がほぼ同じなのは、インナーコアの大きさと衝撃波の効果の強さのがバランスしたためであると考えられる。

次に衝撃波の効果と回転の効果を見積もってみることにする。衝撃波の効果を見るために、 $q = 0$ の場合を見る。この場合には回転の効果が働いていないので、ブラックホール形成の閾値を上下させているものは主に熱的效果、特に衝撃波による貢献であると考えられる。ゼロ温度球対称ポリトロープの最大質量が $\sim 1.6M_{\odot}$ であったので、衝撃波による効果によってブラックホール形成の閾値が 20–40% 増大していることがわかる。また、衝撃波の効果は、EOS-c の場合に最も大きいこともわかる。一方回転の効果については、回転エネルギーが q^2 に比例することを考えると、ブラックホール形成の閾値 M_{cirt} は $M_{\text{threshold}} = k q^2 + M_0$ と表されることが考えられる。この関係を仮定して散布図に曲線を引いた。これより、回転の効果によってブラックホール形成の閾値は $\sim 15\text{--}25q^2\%$ 増加することがわかる。

最後に角運動量分布がブラックホール形成に及ぼす効果について簡単に触れておく。表 3 に微分回転モデルのシミュレーション結果を示す。状態方程式は EOS-b の場合に限定した。微分回転モデルの場合には、剛体回転モデルに比べてブラックホール形成の閾値が大きくなることがわかる。これは微分回転モデルでは中心部でより速く回っているため、“prompt”なブラックホール形成により密接に関連しているインナーコアの q の値が大きくなるためである。

4 まとめ

1. 崩壊ダイナミクスは状態方程式に強く依存し、ブラックホール形成条件、形成過程も状態方程式に敏感に依存する (direct collapse, fallback induced collapse)。
2. 状態方程式のパラメータに依存して、主に衝撃波による熱的效果によってブラックホール形成の閾値が 20–40% 増加する。
3. 角運動量の増加にともなって、閾値は $\sim 25q^2\%$ 増加する。
4. 微分回転の程度によって、初期回転星コアの角運動量を固定した場合には、さらに閾値は増大する。
5. 回転が速い場合にはブラックホールの周りにディスクが形成されるが、剛体回転モデルの場合には、形成されるディスクの最大質量は初期質量の 10% 程度である。

参考文献

- [1] Y. Sekiguchi and M. Shibata, Phys. Rev. D (2005), submitted
- [2] M. Shibata and Y. Sekiguchi, Phys. Rev. D **69**, 084024 (2004).
- [3] M. Shibata and S. L. Shapiro, Astrophys. J. **572**, L39 (2002).