

大規模シミュレーションプロジェクト 「より現実的初期条件と状態方程式を用いた連星中性子星の合体の一般相対論的 数値シミュレーション」 (No. rms02a) に関する報告

代表者: 柴田 大 (東京大学大学院総合文化研究科)

分担者: 瓜生康史 (SISSA)

1 研究目的

連星中性子星の合体は、レーザー干渉計型重力波検出器 (例えば LIGO や TAMA) によって検出可能な重力波を放出する有望な重力波源である。この現象を明らかにし、また重力波の詳細な波形を求めるために、1990 年頃から多くのシミュレーション研究がなされたきた。しかしながら科学的研究と呼べるようなシミュレーションは、ほとんどがニュートン理論かポストニュートン近似の枠組みの中で実行されてきた。連星中性子星の合体においては、一般相対論的效果が本質的に重要な役割を担う。したがって、理論的に調べるにあたっては、一般相対論的シミュレーションを実行することが必要不可欠である。そこで我々は、一般相対論的シミュレーションを実行するためのコード開発を継続的に進め、また段階的にシミュレーションを実行してきた。

昨年度までに我々はすでに、(1) アインシュタイン方程式を解くための数値コード、(2) 相対論的流体力学方程式を解くための数値コード、(3) 現実的初期値を設定するための数値コード、(4) ブラックホールが形成したことを確かめる数値コード (いわゆる Apparent horizon finder) および (5) 重力波を抽出するための数値コード、などを完成させた。そして、連星中性子星の合体や大質量星の重力崩壊に関するシミュレーションを実行し、様々な知見を得た。しかしながら、これまで行なった研究は全て、理想化された状態方程式を用いてなされてきた。中性子星に対する状態方程式は現在までのところ決定されていないので、適切な研究方法ではある。しかしその結果、観測結果と比較し得るような定量的な計算結果を得ることは出来なかった。そこで本研究課題においては、現実的状态方程式を用いて連星中性子星の合体の一般相対論的シミュレーションを実行し、合体後に形成する天体や重力波の波形の特徴を明らかにすることを目的とした。特に今年度は、SLy、FPS と呼ばれる頻繁に引用される現実的状态方程式を 2 つ用意し、シミュレーションを実行した。

2 シミュレーションの設定

シミュレーションは、デカルト座標 (x, y, z) を使い、かつ赤道面对称性を仮定して実行した。今年度は、典型的には (x, y, z) に対し $633 \times 633 \times 317$ のグリッド数を用いた。また、グリッドサイズをおよそ 0.4km 程度とした。よって、各軸方向に沿った原点から境界までの距離は、およそ 130km である。後に示すように、合体後ブラックホールまたは中性子星が形成される。特に中性子星が形成される場合には、高振幅の準周期的重力波が放射されるが、その波長はおよそ 80 ~ 90km である。よって境界は、そのような波長の重力波に対して波動帯に位置しており、波形を精度良く計算したり、また重力波放射の反作用を取り入れることが可能になる。このような設定のもとで、シミュレーションを合計数例実行した。計算に必要なメモリーは約 240 ギガバイトで、また VPP5000 の 32 プロセッサーを用いて、約 3 万タイムステップ (約 10 ミリ秒相当) を追う典

型的シミュレーションを実行するには、約180CPU時間(約720ポイント)必要である。1年間に割り当てられたポイント数が2700ポイントなので、持ち時間の範囲内では合計4モデル程しか計算が完了できない。系統的な研究のためには、中性子星の状態方程式、質量、および2つの星の質量比を変化させて多数のシミュレーションを実行する必要がある。そのような研究には、少なくとも約20例ほどの計算が必要である。(つまり15000ポイント程度のポイント数が必要である。)そこで、zクラスのジョブを利用したり、また多少精度が落ちることを覚悟してグリッド数を減らすなどして、補足的シミュレーションも行なった。結局今年度は、2つの状態方程式に対し、合計11モデルシミュレーションを実行した。

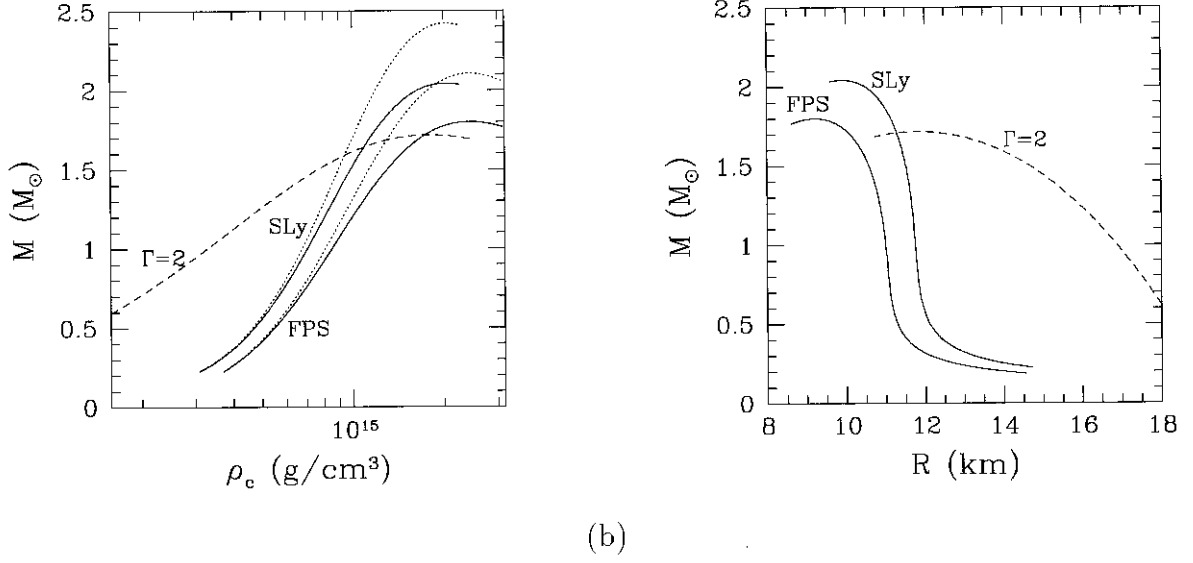


図 1: (a) ADM mass (solid curves) and total baryon rest-mass (dotted curves) as functions of central baryon rest-mass density ρ_c and (b) relation between the circumferential radius and the ADM mass for cold and spherical neutron stars in equilibrium. 'FPS' and 'SLy' denote the sequences for the FPS and SLy equations of state, respectively. The relations for the $\Gamma = 2$ polytropic equation of state $P = K_p \rho^\Gamma$ with $K_p = 1.6 \times 10^5$ in the cgs unit are also drawn by the dashed curves.

本研究の新しい点は、一般相対論的シミュレーションにおいて初めて現実的状态方程式を用いたことである。状態方程式としては、

$$P = P_{\text{cold}}(\rho) + P_{\text{th}}, \quad (1)$$

の形のものを採用した。ここで、 P と ρ が圧力とバリオン質量密度を表す。また P_{cold} が温度ゼロの場合の圧力を、 P_{th} が有限温度の補正を表す。 P_{cold} に対して、SLy、FPS と呼ばれる現実的状态方程式を用いた。これらの状態方程式は比較的硬い部類に属する。これらを用いて冷たい球対称中性子星の平衡形状を作り、その最大質量を計算すると、それぞれ $2.04M_\odot$ および $1.80M_\odot$ となる。また、 $1.4M_\odot$ の中性子星に対して、その半径はそれぞれ約 11.6km、10.7km ほどになる。図1に中心密度、質量、半径の間の関係を示した。

これまでの多くのシミュレーションにおいては、 $\Gamma = 2$ のポリトロップ状態方程式 $P = K_p \rho^2$ を用いて初期条件を与えた。比較のため図1には、cgs単位で $K_p = 1.6 \times 10^5$ のときの球対称

中性子星の中心密度、質量、半径の間の関係も示した(破線)。質量が $1.4M_{\odot}$ の中性子星を考えると、ポリトロップ状態方程式の場合の方が現実的状态方程式の場合よりも半径が大きい。これは、現実的状态方程式の方が、柔らかいことを意味する。つまり密度が同じであれば、圧力が小さくなることを意味する。一方、断熱定数 $d \ln P / d \ln \rho$ は、現実的状态方程式の方が大きな値 (2.5–3) を持つ。これらの違いが、シミュレーション結果の違いに反映する。

有限温度の補正項 P_{th} としては

$$P_{\text{th}} = (\Gamma_{\text{th}} - 1) \rho \varepsilon_{\text{th}}, \quad (2)$$

と仮定した。ここで $\varepsilon_{\text{th}} = \varepsilon - \varepsilon_{\text{cold}}$ で与えられる。 ε は単位質量当たりの内部エネルギー密度を表す。 $\varepsilon_{\text{cold}}$ はゼロ温度の場合の単位質量当たりの内部エネルギー密度であり、 ρ のみの関数である。中性子星の状態方程式が硬いことを考慮して、 Γ_{th} は主として2とおいた。(非相対論的なフェルミ気体の場合、 Γ_{th} は5/3となる。) 以下で述べるように、初期条件としてはゼロ温度の中性子星連星を採用する。したがって、初期には $P_{\text{th}} = 0$ である。連星の合体中に衝撃波が形成されるが、そのときに P_{th} や ε_{th} が有限の値を持つようになる。

シミュレーションの初期条件としては、準平衡形状にあるゼロ温度の連星中性子星を用いた。温度ゼロとしたのは、合体直前の中性子星は、通常形成から1億年以上時間が経っており、十分に冷えていると考えられるからである。また連星の初期軌道半径を、およそ35km(個々の中性子星の約3倍程度)に選んだ。個々の中性子星の質量は、 $1.2M_{\odot} \sim 1.45M_{\odot}$ に設定した。これは、これまで観測され質量が精度良く決定された連星中性子星の個々の質量が、この範囲内に収まるからである。また質量比も観測結果同様に0.9～1の範囲に選んだ。これらの設定において、初期条件として与えた連星中性子星の軌道周期は約2ミリ秒である。そして、連星中性子星は約1周期後に合体を開始する。

今年度、シミュレーションは2つの状態方程式に対して行なったが、以下ではSLy状態方程式を用いて得られた結果についてのみ解説する。表1に初期条件に関する処量を記載する。以下各モデルを、SLy1414のように呼ぶ。ここで“1414”は個々の中性子星の質量が $1.4M_{\odot}$ 、 $1.4M_{\odot}$ であることを表す。SLy125135であれば、 $1.25M_{\odot}$ と $1.35M_{\odot}$ の連星であることを表す。

なお以下で説明する結果については、論文にまとめ現在投稿中(2005年2月末現在)である[1]。

3 結果

3.1 合体の様子

表1にリストアップしたモデル全てに対して、シミュレーションを行なった。最後の列に、合体の結果形成された天体を記している。SLy1212、SLy1313、SLy125135では、合体後ほぼ定常な重い中性子星が形成された。SLy135135では最初に中性子星が形成されたものの、その後重力波放射により角運動量が失われ、合体後10ミリ秒ほど経過した後に重力崩壊し、ブラックホールが形成された。SLy1414、SLy135145では、合体後瞬時に(約1ミリ秒後に)、ブラックホールが形成された。

合体の様子を明らかにするために、図2～4に赤道面上の密度等高線の進化を示す。各々の図はモデルSLy1414、SLy1313、SLy125135の場合に対応する。シミュレーション開始後約2ミリ秒ほどは、連星は安定な円軌道状態にあり、重力波放射のためゆっくりと軌道半径を減少させる。

Model	Each mass	$\rho_{\max}$	Q_M	M_*	M_0	q_0	P_0	C_0	Q_*	f_0	Outcome
SLy1212	1.20, 1.20	8.03, 8.03	1.00	2.605	2.373	0.946	2.218	0.103	1.075	0.902	NS
SLy1313	1.30, 1.30	8.57, 8.57	1.00	2.847	2.568	0.922	2.110	0.112	1.175	0.948	NS
SLy135135	1.35, 1.35	8.86, 8.86	1.00	2.969	2.666	0.913	2.083	0.116	1.225	0.960	NS $\rightarrow$ BH
SLy1414	1.40, 1.40	9.16, 9.16	1.00	3.093	2.763	0.902	2.012	0.122	1.277	0.994	BH
SLy125135	1.25, 1.35	8.29, 8.86	0.9179	2.847	2.568	0.921	2.110	0.112	1.175	0.948	NS
SLy135145	1.35, 1.45	8.85, 9.48	0.9226	3.094	2.763	0.901	2.013	0.122	1.277	0.994	BH

表 1: A list of several quantities for quasiequilibrium initial data for the SLy equation of state. The ADM mass of each star when they are in isolation, the maximum density for each star, the baryon rest-mass ratio $Q_M \equiv M_{*2}/M_{*1}$, the total baryon rest-mass, the total ADM mass M_0 , nondimensional spin parameter $q_0 = J_0/M_0^2$, orbital period P_0 , the orbital compactness [$C_0 \equiv (M_0\Omega)^{2/3}$], the ratio of the total baryon rest-mass to the maximum allowed mass for a spherical and cold star ($Q_* \equiv M_*/M_{* \max}^{\text{sph}}$), and the frequency of gravitational waves. The density, mass, period, and wave frequency are shown in units of 10^{14}g/cm^3 , $M_\odot$, ms, and kHz, respectively. In the last column, the outcome is shown. NS implies that a hypermassive neutron star is produced and remains stable at $t \sim 10$ ms. NS $\rightarrow$ BH implies that a hypermassive neutron star is formed first, but as a result of gravitational radiation reaction, it collapses to a black hole in $t \lesssim 10$ ms. BH implies that a black hole is promptly formed.

その後合体が始まるが、SLy1414 の場合には、合体で形成される物体がバウンスすることなくそのまま直接ブラックホールへと重力崩壊する。これは、質量が十分に大きいために、遠心力や圧力で支え切れないからである。SLy1313 と SLy125135 では、重い中性子星が形成される。初期には2つの密度ピークを持った構造が見られるが、やがて楕円体形へと変化し、その後はほぼ定常な状態へと落ち着くことが分かる。また、図5が示すように連星の2つの星に $0.1M_\odot$ 程度の質量差があったとしても、合体の様子は等質量の場合と大差はない。

図5には、SLy1414 と SLy1313 の最終段階における x - z 面密度等高線を描いている。ブラックホールが形成される場合には、ブラックホールとディスクからなる天体が、また中性子星が形成される場合には、大きな偏平率を持つ中性子星が誕生することがわかる。

シミュレーションの結果から引き出されたいくつかの重要な結論についてまとめよう。まず第一に、合計の質量がある閾値よりも大きいと、合体後即座にブラックホールが形成されることが挙げられる。SLy 状態方程式の場合、閾値は質量比にあまり依存せずおよそ $2.7M_\odot$ となる。FPS 状態方程式の場合、この値が約 $2.5M_\odot$ となる。これは、FPS 状態方程式の方が、柔らかい状態方程式だからである。ところで、モデル SLy1313 や SLy125135 において形成される中性子星の全質量は約 $2.6M_\odot$ である。これは、球対称の中性子星の最大質量よりもはるかに大きい。なぜ重力崩壊せずにいられるかというと、角運動量が大きいからである。その結果、大きな遠心力が働き、重力崩壊を免れることが出来る。

ブラックホールが即座に形成される場合、物質の大部分がブラックホールへと落ち込み、わずかな残りがブラックホール周りのディスクを形成することが分かった (図2 および図5(a) 参照)。ちなみにモデル SLy1414 では全質量の 99% 以上が、モデル SLy135145 では 98% 以上がブラックホールへと落ち込む。質量差がある方が落ち込む量が若干少ない。これは、軽い方の星が潮汐変形され、さらには角運動量輸送効果が働く結果、ブラックホールから離れた軌道へと物質が広が

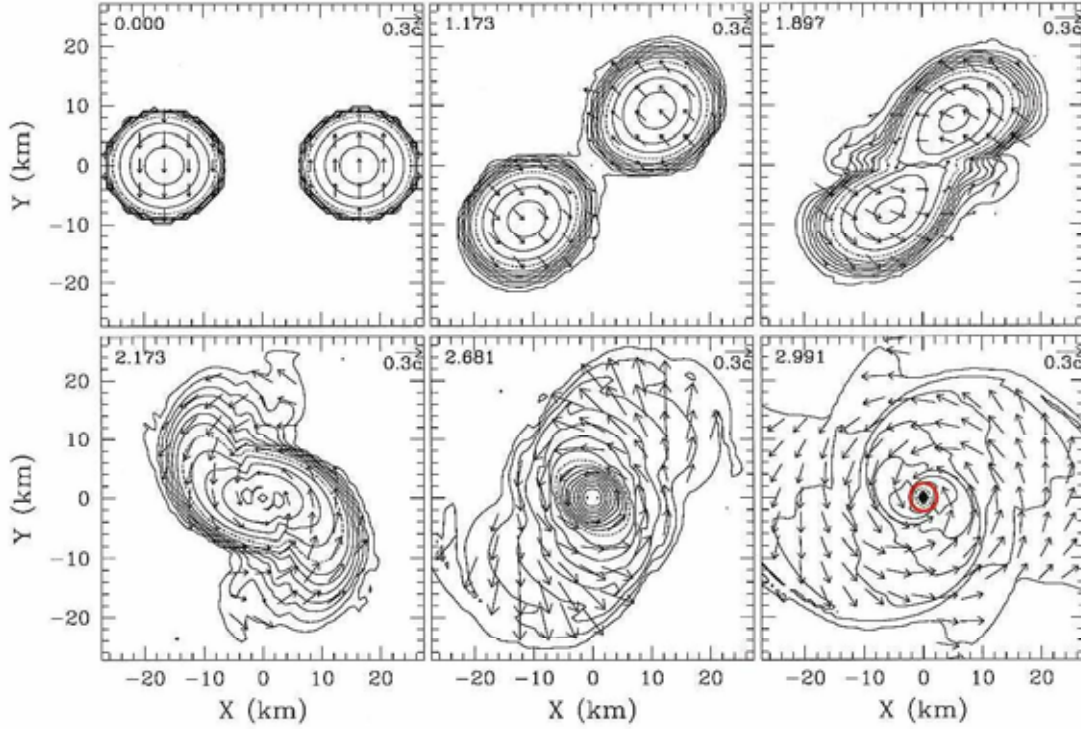


図 2: Snapshots of the density contour curves for ρ in the equatorial plane for model SLy1414. The solid contour curves are drawn for $\rho = 2 \times 10^{14} \times i \text{ g/cm}^3$ ($i = 2 \sim 10$) and for $2 \times 10^{14} \times 10^{-0.5i} \text{ g/cm}^3$ ($i = 1 \sim 7$). The dotted curves denote $2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$. The number in the upper left-hand side denotes the elapsed time from the beginning of the simulation in units of ms. The initial orbital period in this case is 2.012 ms. Vectors indicate the local velocity field (v^x, v^y), and the scale is shown in the upper right-hand corner. The thick circle in the last panel of radius $r \sim 2 \text{ km}$ denotes the location of the apparent horizon.

るからである。しかし、この程度の質量差では、形成されるディスクの質量は高々 $0.05 M_\odot$ と小さい。

図 3、図 4 および図 5(b) が示すように、中性子星が形成される場合、偏平率の大きな楕円体形が形成される。このように大きな非軸対称性を持つのは、形成された中性子星の持つ角運動量が大きいことと現実的状態方程式の断熱定数 ($d \ln P / d \ln \rho$) が大きい (2.5–3 程度の値) ことによる。高速回転している上に偏平率が大きいので、これらの中性子星は強力な重力波源となり得る。以下では、重力波の特徴について説明する。

3.2 重力波

特に、楕円体形中性子星が形成される場合に注目し、そこから放射される重力波を示す。図 6 に、モデル SLy1313(点線) と SLy125135(実線) の場合の波形を示す。ここで、図に示した $R_{+,x}$ を重力波の振幅に変換するには以下の式を用いれば良い。

$$h \approx 10^{-22} \left(\frac{R_{+,x}}{0.31 \text{ km}} \right) \left(\frac{100 \text{ Mpc}}{r} \right). \quad (3)$$

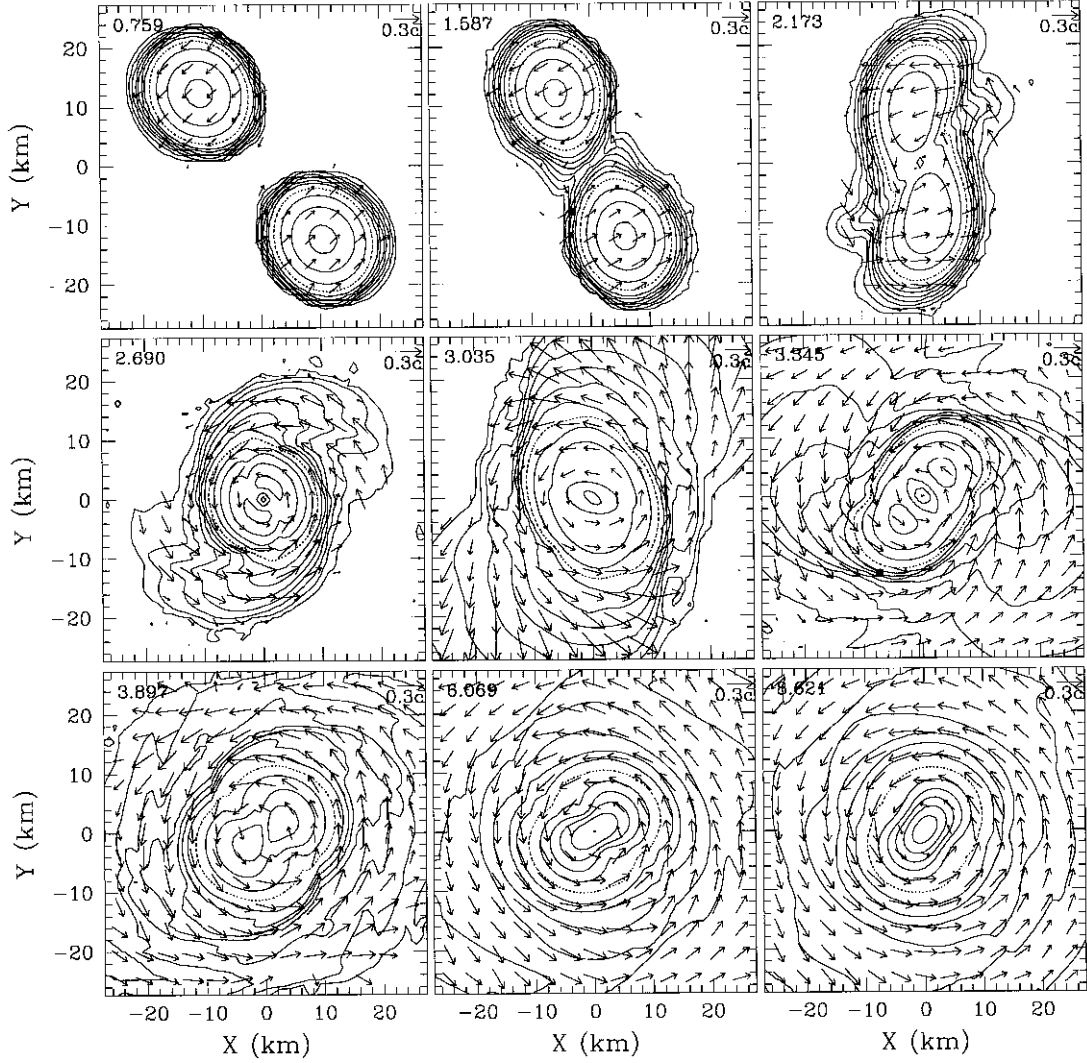


図 3: The same as Fig. 2 but for model SLy1313. The initial orbital period is 2.110 ms in this case.

但し、 r は重力波源までの距離を表す。合体はシミュレーション開始後約 2 ミリ秒後に始まり、やがて楕円体形の中性子星へと落ち着く。それに伴い、遅延時間にして 2 ミリ秒以前では連星の軌道運動に伴う重力波が放射され、その後は楕円体形の中性子星からの重力波が放射される。以下では後者に着目する。

楕円体形の中性子星は重力波放射の反作用によって、その角速度分布や形状を徐々に変化させる。しかしながら、その変化の時間スケールが遅いことが影響して、重力波の振幅や周波数はあまり変化しない。そのため、準周期的な重力波が放射される。個々の波の振幅は、モデル SLy1313、SLy125135 の場合ともに、 $r = 100\text{Mpc}$ でおおよそ 10^{-22} 、また周波数は約 3.2kHz である。

ここで重要なのは、重力波が準周期的に放射されることである。重力波検出器においては、短時間毎に 1 つ 1 つの波を検出するのではなく、長時間継続的に多数の波を検出する。そのため、重力波の振幅は検出器において実効的に増幅される。実効的振幅は、同一周波数の波の数を N とすれば $\sqrt{N}$ だけ増す。したがって重力波検出では、1 つ 1 つの波の振幅のみではなく、放射される波の数も重要となる。

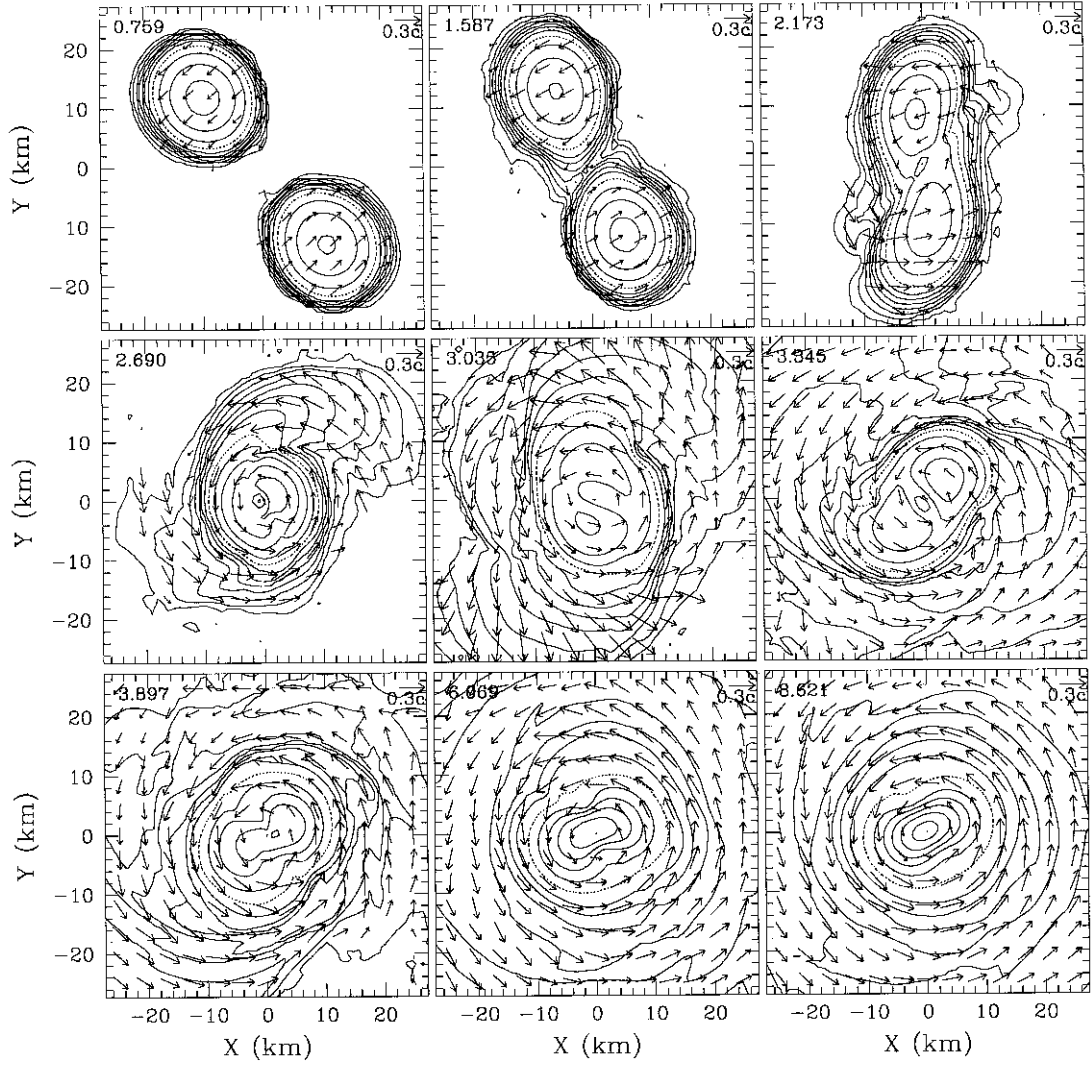


図 4: The same as Fig. 2 but for model SLy125135. The initial orbital period is 2.110 ms in this case.

まず、重力波のエネルギースペクトル dE/df を図 7 に示す。これは、重力波の波形をフーリエ変換し、その後エネルギー放射率の公式に代入することで得られるもので、単位周波数当たりのエネルギー放射率を表す。 dE/df と重力波の実効振幅 $h_{\text{eff}}(f)$ との間には、

$$h_{\text{eff}}(f) = 1.8 \times 10^{-21} \left(\frac{dE/df}{10^{51} \text{ erg/Hz}} \right)^{1/2} \left(\frac{100 \text{ Mpc}}{r} \right), \quad (4)$$

の関係がある。図 7 から、約 3.2 kHz 付近に鋭いピークがあること、またそれを実効振幅に換算すると $r \gtrsim 200 \text{ Mpc}$ に対して 10^{-21} 以上であることが確認できる。

注意が必要だが、図 7 のデータを得るにおいてフーリエ変換を行なう際に、 $0 \leq t_{\text{ret}} \leq 10$ ミリ秒のデータを用いた。しかしながら、10 ミリ秒経過しても中性子星は重力崩壊もせず、また楕円体形を保ったままである。したがって、これ以降も重力波が放射されるはずである。よって dE/df のピークの振幅、つまり h_{eff} のピークの振幅は、さらに大きくなるはずである。その大きさを見積もってみよう。

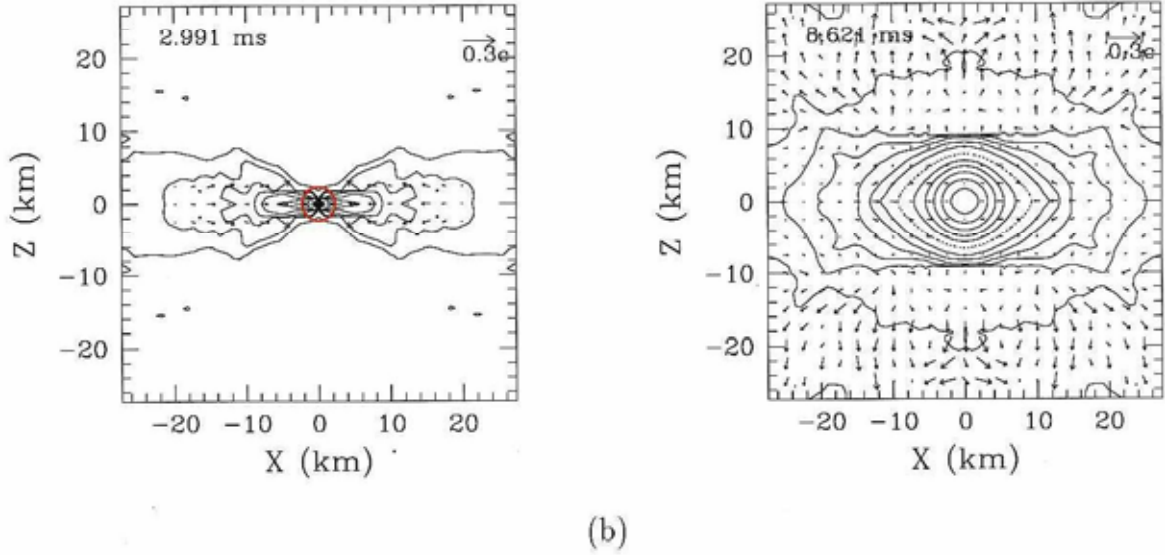


図 5: Snapshots of the density contour curves for ρ and the local velocity field (v^x, v^z) in the $y = 0$ plane (a) at $t = 2.991$ ms for model SLy1414 and (b) at $t = 8.621$ ms for model SLy1313. The method for drawing the contour curves and the velocity vectors is the same as that in Fig. 2.

今の場合、重力波放射によって、楕円体形の中性子星は徐々に角運動量を失う。この中性子星の全質量は約 $2.6M_{\odot}$ と球対称の場合の最大質量よりもはるかに大きいので、角運動量を失えば、やがてブラックホールへと重力崩壊する。したがって、角運動量放射の時間スケールが、中性子星の寿命であり、また重力波放射の継続時間である。角運動量放射率からその時間スケールを見積もると、およそ 50 ミリ秒程度になる。したがって、 N は約 5 倍、また実効的振幅も約 $\sqrt{5}$ 倍大きくなると考えて良い。

より分かり易くするために、図 8 にシミュレーションデータから計算された実効的振幅 (実線) と実際に予想される実効的振幅 (破線)、および次世代 LIGO の予想感度曲線 (点線) を示した。実効的振幅をプロットするに当たっては、重力波源までの距離は 50Mpc と仮定した。最新の理論では、50Mpc 以内の全ての銀河を考慮すれば、合体は年間 1 回程度は起こると予想されているからである。図 8 が示すように、重力波の実効的振幅は、感度よりも 3、4 倍大きい。したがって、観測可能である。

この準周期的重力波の検出は大きな意味を持つ。なぜならば、楕円体形の中性子星が形成されたことを意味するからである。電波による連星パルサーの観測から、これまですでに 4 つの連星中性子星に対して精度良く質量が決定されている。それらの全質量は、どれも $2.58M_{\odot}$ 以上である。よって、楕円体形の中性子星の質量もその程度と予想される。このような重い中性子星を重力崩壊させずに支えるには、状態方程式は硬くなければならない。柔らかいとブラックホールへと直接重力崩壊するからである。つまり、状態方程式が柔らかいと楕円体形の中性子星は形成されず、準周期的重力波も放射されない。よって、準周期的重力波の検出によって、多くの柔らかい状態方程式が除外される可能性がある。例えば、全質量 $2.6M_{\odot}$ の連星から大質量中性子星が形成されることが確認されれば¹、今回の研究で用いた FPS 状態方程式は除外される。また強調し

¹ 連星中性子星の全質量は、合体直前に放射される重力波 (チャープ重力波) の波形から測定できると考えられている。

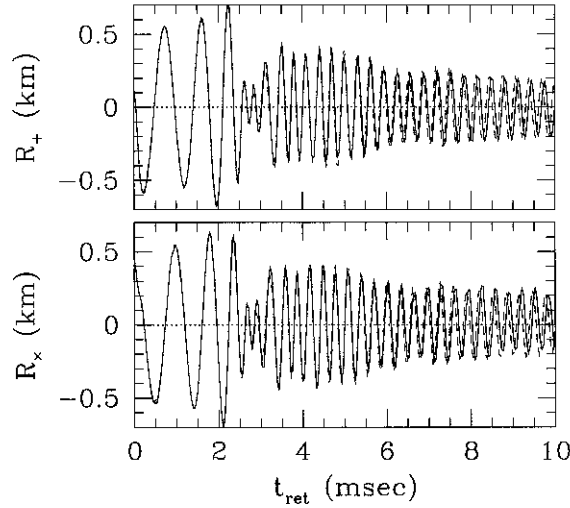


図 6: (a) Gravitational waveforms for models SLy125135 (solid curves) and SLy1313 (dashed curves).

ておきたいのは、準周期的重力波が 1 例でも発見されれば、状態方程式に対して強い制限を課す可能性があることである。例えば、仮に合計質量が $2.8M_\odot$ とかなり大きい質量の連星中性子星の合体において中性子星が形成され、準周期的重力波が観測されれば、SLy、FPS の両方の状態方程式が除外される。SLy 状態方程式はかなり硬い状態方程式なので、もしもそういった観測がなされると非常に硬い状態方程式のみが許容されることになるであろう。

ここで示したように、ブラックホール形成の閾値を求めること、また中性子星が形成される場合、その重力波の実効的振幅の値を求めることは、来る重力波天文学において重要な意味を持つと考えられる。来年度はさらに数多くの状態方程式を採用し、シミュレーションを実行して、それらを求めて行きたいと考えている。

4 2004 年度のその他の成果

連星中性子星の合体以外にも、主に α ジョブを用いて、中規模の研究を進めた。今年度は、高速回転する中性子星の重力波放射反作用によるセキュラー不安定性の成長 [2] やまた高速回転する回転星が重力崩壊するときに引き起こすダイナミカル不安定性 [3] に関する研究を行なった。前者は、ポストニュートン近似の枠組で、また後者は完全に一般相対論的な枠組での空間三次元のシミュレーションを実行しての研究である。これらの研究の結果、高速回転している中性子星や原始中性子星は、非軸対称変形し、強力な重力波源になりうることを明らかにした。

参考文献

- [1] M. Shibata, K. Taniguchi, and K. Uryu, Phys. Rev. D (2005), in submission.
- [2] M. Shibata and S. Karino, Phys. Rev. D **70**, 084022 (2004).
- [3] M. Shibata and Y. Sekiguchi, Phys. Rev. D **71**, 024014 (2005).

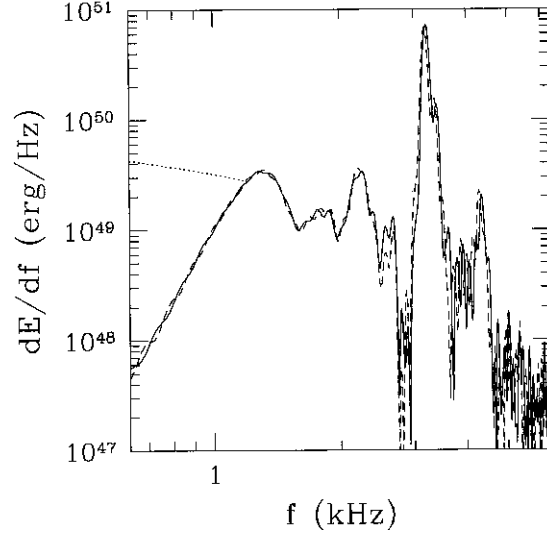


Figure 7: Fourier power spectrum of gravitational waves dE/df for models SLy1313 (solid curve) and SLy125135 (dashed curve). Since the simulations are started when the frequency of gravitational waves is ~ 1 kHz, the spectrum for $f < 1$ kHz is not correct. The dotted curve in the panel denotes the analytical result of dE/df in the second post Newtonian and point-particle approximation. The real spectrum for $f \lesssim 1$ kHz is approximated by the dotted curves.

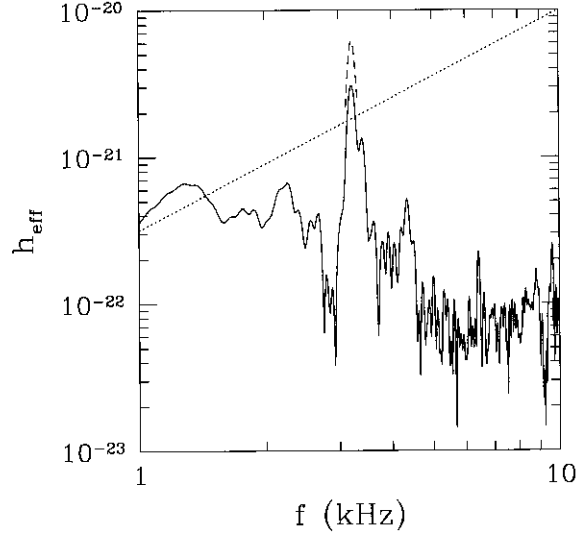


Figure 8: The (nondimensional) effective amplitude h_{eff} of gravitational waves observed along the rotational axis of the binary neutron stars at a distance of 50 Mpc for SLy1313. The dotted line denotes the expected noise level of the advanced LIGO.