

国立天文台 天文学データ解析計算センター
成果報告書 (平成 16 年度)

提出期限：平成 17 年 3 月 14 日 (月)17:00 必着

応募カテゴリ（いずれかを選択） A ・ **B** ・ C
システム（いずれかを選択） VPP ・ **GRAPE**

プロジェクト ID: g04b09

研究代表者（現在のユーザ ID : iguchios）

氏名	井口 修		
所属機関名	お茶の水女子大学理学部物理学科森川研究室		
連絡先住所	〒 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1		
電話番号	03-5978-5315		
E-mail	osamu@phys.ocha.ac.jp		
職または学年	非常勤講師		
研究代表者が学生の場合には指導教官の氏名			

研究課題名

(和文)	重力崩壊後に現れる準定常状態での速度分布の非ガウス性の起源
(英文)	Origin of non-Gaussian velocity distribution in violent gravitational processes

研究分担者

[illegible]

成果に関連して出版、もしくは印刷、投稿中の論文リスト

(1) このプロジェクト（同様の過去のプロジェクトも含む）での成果

今年度中に出版された論文、国際会議集録、国際会議、学会、研究会発表、その他出版物（印刷中、投稿中の場合はその旨を記載すること）

(2) これまでのプロジェクトの今年度中の成果

今年度中に出版された論文、国際会議集録、国際会議、学会、研究会発表、その他出版物（印刷中、投稿中の場合はその旨を記載すること）

評価資料として利用いたしますので、様式・順序は任意ですが、学術論文については題名、著者、発行年月、雑誌名、巻、ページが記載されていること。

• 論文

1. O. Iguchi, Y. Sota, T. Tatekawa, A. Nakamichi, and M. Morikawa
Universal Non-Gaussian Velocity Distribution in Violent Gravitational Processes
Phys. Rev. E **71**, (2005) 016102.
2. Y. Sota, O. Iguchi, M. Morikawa, and A. Nakamichi
Democratic temperature distribution and Local virial relation: Two hypotheses for self-gravitating systems
astro-ph/0403411 (submitted to MNRAS).

• 研究発表

1. O. Iguchi
Universal Non-Gaussian Velocity Distribution in Violent Gravitational Processes
ぐんま天体力学 N 体力学研究会 群馬県立ぐんま天文台 2005 年 3 月
2. Y. Sota
Democratic temperature distribution and Local virial relation: Two hypotheses for self-gravitating systems
Complexity and Nonextensivity-New Trends in Statistical Mechanics-(CN-Kyoto),
Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto Univ. 2005 年 3 月

成果の概要

重力相互作用を行う多体系の進化を、専用機を用いてシミュレーションすることにより、長距離相互作用系の緩和過程を理解することが目的である。宇宙における構造形成の素過程として、自己重力系での球対称の崩壊過程や二つの塊の衝突などの激しい崩壊過程で現れる速度分布の非ガウス性の起源と普遍性について N 体計算を用いて調べた。ここでは、 $G =$ 全質量 $M =$ 初期分布の半径 $R = 1$ という単位系を用いた。

非ガウス速度分布 (DT 分布)

球対称崩壊の典型的な例として、初期に 5000 個の粒子を速度ゼロで半径 R の球の中に一様に分布させた場合をあげる。まず、 $t = 1t_{ff}$ ($t_{ff} := \sqrt{R^3/GM}$) で全体が潰れ、その後全体の 30% ぐらいの粒子が外に逃げ、残りの 70% ぐらいの粒子が重力的にバウンドされる。崩壊後、この重力的にバウンドしている粒子の速度分布は図 1 のようになる。ただし、ここでは平均的な粒子の振舞を見るために、各粒子の速度の成分を合わせて、1 次元のデータとして速度分布を計算している。得られた速度分布は、ガウス分布ではうまく表現できず、速度の遅い領域でガウス分布よりも尖った分布になっている。

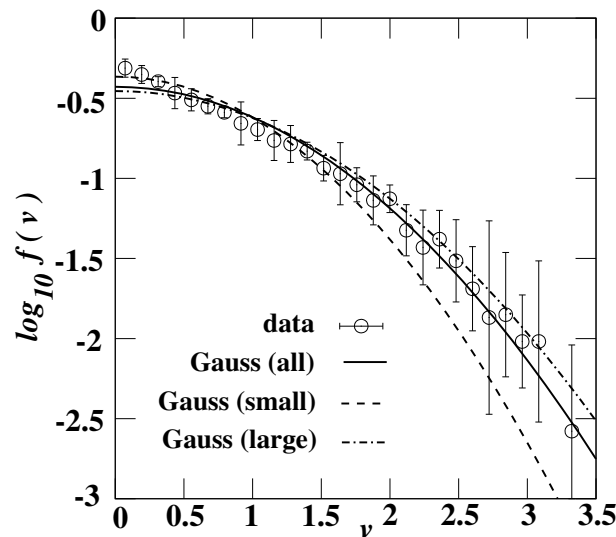


図 1: 球対称崩壊での $t = 10t_{ff}$ の速度分布。3 つのガウス分布によるベストフィットを重ねた。Gauss (all) は全てのデータを用いたベストフィットで、Gauss (small) と Gauss (large) は、速度の小さいデータと大きいデータをそれぞれ用いたベストフィット。

このような速度分布の非ガウス性の起源を調べるために、重力的にバウンドされた粒子に対して、密度の高い塊のポテンシャルの一番低いところを中心として、中心から同じ粒子数 (質量) を持ついくつかのシェルに分け、各シェルでの平均値を局所的な量として定義した。また、中心からの距離の指標として、半径 r の内側の質量 M_r を用いた。図 2 からわかるように、各シェルごとの速度分布はガウス分布でよく近似され、中心から温度が下がっている。局所的な温度に対応する各シェルの速度分散は、中心からの質量に比例して減少している (図 3)。

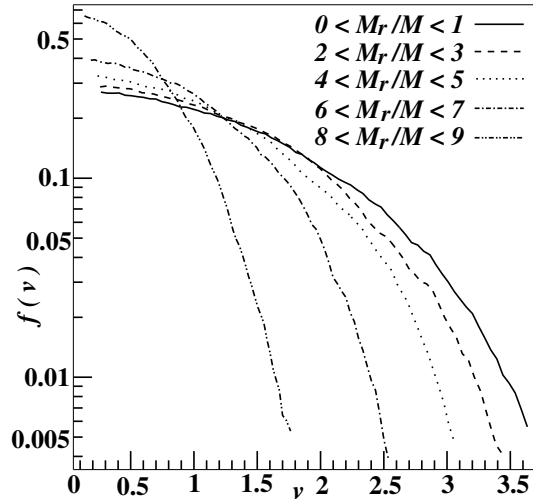


図 2: 球対称崩壊で各シェル毎の速度分布の片対数プロット。シェルは全バウンド粒子を内側から同じ質量で 10 個に分割した。

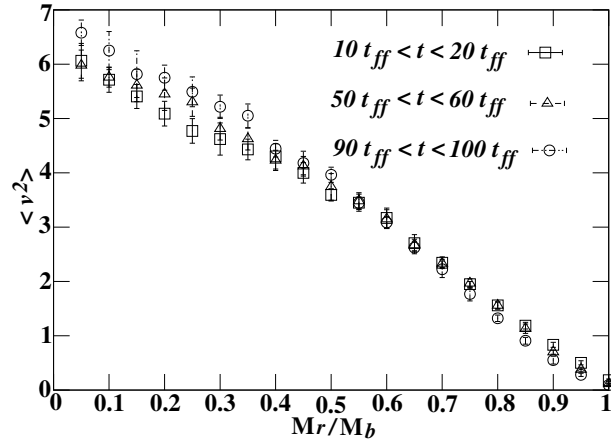


図 3: 球対称崩壊における速度分散 ($\langle v^2(M_r) \rangle$) の中心からの質量 M_r に対する分布。 M_b は、バウンドされている全質量。

この二つの性質：

- (a) 各シェル毎の速度分布がガウス分布
- (b) 各シェルの速度分散が中心からの質量に比例して減少

から、ガウス分布の様々な温度を同じウエイトで重ね合わせた分布 (DT 分布) を考えた。この DT 分布はの具体的な表式は次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 f_{DT}(v_i) &= \frac{1}{T} \int_0^T dT' \frac{1}{\sqrt{2\pi T'}} e^{-v_i^2/(2T')}, \\
 &= \frac{1}{T} \left[\sqrt{\frac{2T}{\pi}} e^{-v_i^2/(2T)} - |v_i| \left\{ 1 - \text{Erf} \left(\frac{|v_i|}{\sqrt{2T}} \right) \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、 $\text{Erf}(x)$ は誤差関数:

$$\text{Erf}(x) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt e^{-t^2},$$

である。

図 4 には、球対称崩壊後に現れた速度分布と、ガウス分布を重ね合わせたいくつかのモデルによるベストフィットを重ねて書いている。この図から分かるように、DT 分布が一番よく崩壊後の速度分布を再現している。

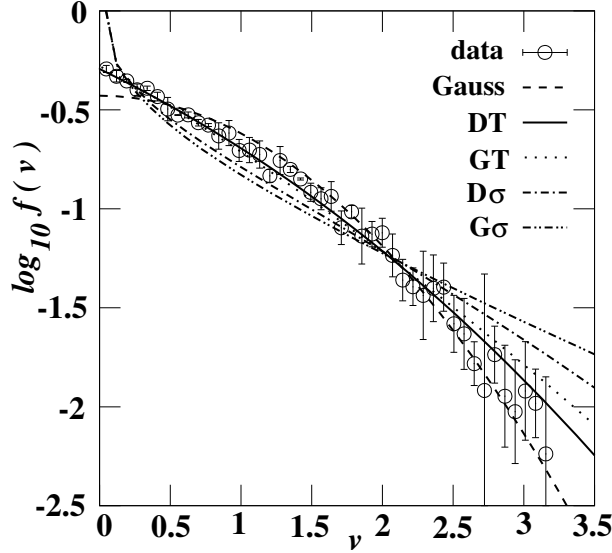


図 4: 球対称崩壊での時刻 $t = 10t_{ff}$ における速度分布。ガウス分布とガウス分布の重ね合わせでつくった 4 つの分布によるそれぞれのベストフィットを重ねている。DT、GT、D σ 、G σ はそれぞれガウス分布を、温度 T を同じウエイト、温度 T をガウス分布、速度分散 σ を同じウエイト、 σ をガウス分布で重ね合わせたものである。それぞれの分布の χ^2 は、0.00095(Gauss), 0.00037(DT), 0.00048(GT), 0.0016(D σ), and 0.0025(G σ) で、データとのベストフィットは DT 分布である。

DT 分布の普遍性と起源

球対称崩壊で見られた速度分布が、どのくらい普遍的であるのかを見るために、球対称崩壊する場合 (表 1) や 2 つの塊を衝突させた場合 (表 2) を調べた。ピリアル比が高い場合や角運動量が大きい場合といった、崩壊や衝突が激しくない場合を除いて、ある程度激しく崩壊が起こる場合には、DT 分布でよく近似できることが分かった。

激しい重力ポテンシャルの変化と速度分布が DT 分布になることの詳細を見るために、速度分布が DT 分布でよく近似できる目安である DT 分布の χ^2_{DT} と各粒子のエネルギーの時間変化の分散 $\sqrt{\Delta E^2}$ との相関を見た (図 5)。図 5 からわかるように、個々の粒子のエネルギー変化が大きいほど、 χ^2_{DT} が小さく、速度分布が DT 分布でよく近似できる。DT 分布の出現には、各粒子の十分なエネルギー交換が必要であると思われる。

また、球対称崩壊での速度の各成分ごとの χ^2_{DT} の時間変化を描くと、図 6 のようになる。速度分布は、潰れる方向の成分 (v_r) よりも、それ以外の方向の成分 (v_θ, v_ϕ) で DT 分布がよくなって

いる。激しく潰れる場合には、動径方向のコヒーレントな運動により、初期条件がしばらくの間残っているためであると思われる。同じ様なことが、角運動量を与えた場合にも観測され、角運動量に垂直な面内でコヒーレントな回転速度を持っている方向には、DT 分布が現れにくくなっている。

以上から、速度分布がDT 分布になるためには、(a) 個々の粒子の十分なエネルギー交換 (b) コヒーレントな運動がなくなることが必要である。

表 1: 球対称崩壊の初期条件。 N は粒子数、 $|2K/W|$ は初期のビリアル比、 $\rho \propto r^{-a}$ は初期の密度分布、 ϵ は近距離でのカットオフ。 $\dagger$ 運動エネルギー K は、 z 軸回りの剛体回転のみ。

run	N	$ 2K/W $	$a(\rho \propto r^{-a})$	ϵ
SC	5000	0	0	2^{-8}
SCN1	10000	0	0	2^{-8}
SCN2	50000	0	0	2^{-8}
SCV1	5000	0.1	0	2^{-8}
SCV2	5000	0.2	0	2^{-8}
SCV3	5000	0.3	0	2^{-8}
SCV4	5000	0.4	0	2^{-8}
SCV5	5000	0.5	0	2^{-8}
SCV6	5000	1.0	0	2^{-8}
SCA1	5000	0	0.5	2^{-8}
SCA2	5000	0	1.0	2^{-8}
SCA3	5000	0	1.5	2^{-8}
SCA4	5000	0	2.0	2^{-8}
SCC1	5000	0	0	2^{-4}
SCC2	5000	0	0	2^{-6}
SCC3	5000	0	0	2^{-10}
SCS1	5000	$0.1\dagger$	0	2^{-8}
SCS2	5000	$0.5\dagger$	0	2^{-8}
SCS3	5000	$1.0\dagger$	0	2^{-8}

表 2: 二つの塊の衝突の場合の初期条件。 N は全粒子数で、それぞれの塊は半分の粒子数 $N/2$ からなる。 $|2K/W|$ は個々の塊の初期のビリアル比。 K_{rot} は z 方向の初期の軌道角運動量 (L_z) による回転エネルギー。

run	N	$ 2K/W $	$ 2K_{rot}/W (L_z)$
CC	5000	1	0
CCL1	5000	1	0.1
CCL2	5000	1	0.2

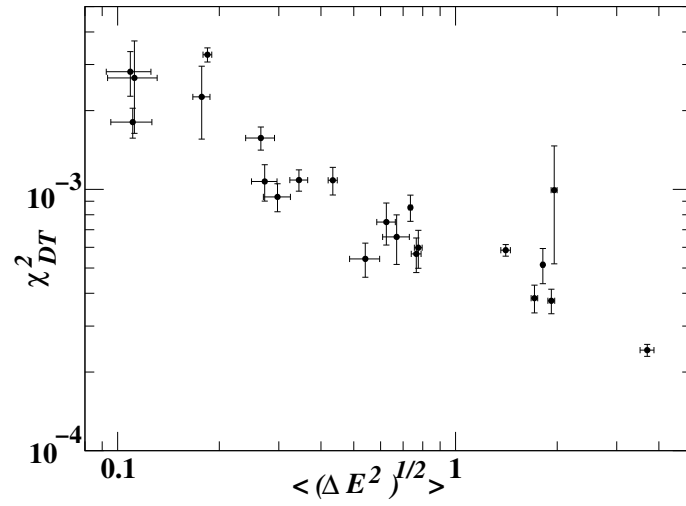


図 5: 各粒子のエネルギーの時間変化に対する分散 ($\sqrt{\Delta E^2}$) と速度分布の DT 分布による χ^2 値 (χ^2_{DT}) との相関。

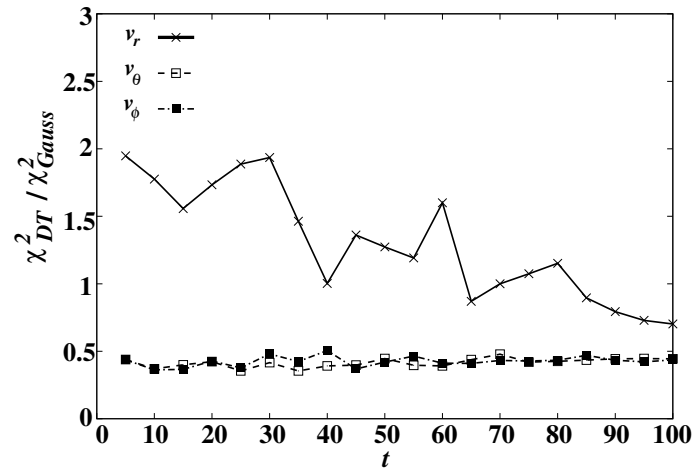


図 6: 球対称崩壊 (SC) での各速度成分に対する $\chi^2_{DT}/\chi^2_{Gauss}$ の時間発展。

速度分布が DT 分布である系の特徴

速度分布が DT 分布になっている状態の特徴として、次の 2 つの関係を持つことが分かった：

- (a) 温度が中心からの質量に線形に比例
- (b) 局所的にビリアル平衡

(a) の関係は、速度分布が DT 分布になるために必要な関係である。図 7 に、いくつかの初期条件に対してどのくらい (a) の線形関係が良いかを示した。どのシミュレーションでも、線形関係からのずれは 10% 以内におさまっており、良く成り立っていることがわかる。

通常はバウンドされた系全体で満たされるビリアル関係が、局所的に成り立つという (b) の関

係を図 8 に示した。中心付近と外側では 1 からずれているが、かなりの領域で成り立っている。

この 2 つの関係は、かなり良く成り立っており、DT 分布をつくり出す緩和過程の鍵となると思われる。また、この 2 つの関係と Poisson 方程式を組み合わせると、次のような密度分布が得られる。

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 e^{-r_0/r} \quad (2)$$

中心付近では、密度が中心に近づくにつれて減少するといった物理的でない分布であるが、遠方では r^{-4} で振る舞い、数値計算とも良くあっている。中心付近の物理的でない振る舞いは、中心付近で局所ビリアル平衡が破れているといった事を考慮する必要があると思われる。

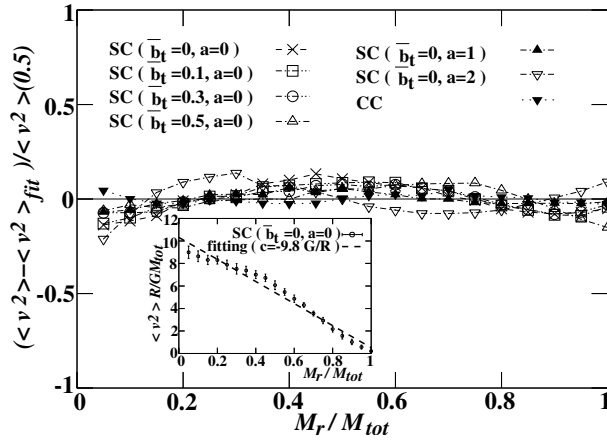


図 7: 様々な初期条件からのシミュレーションでの各シェル毎の速度分散 ($\langle v^2(M_r/M_{tot}) \rangle$) と中心からの質量の比例関係。ベストフィットの直線からのデータのずれを書いた。差し込みの図は、球対称崩壊での各シェル毎の速度分散と、ベストフィットの直線を重ねて書いている。どのシミュレーションでも、直線からのずれは 10% 以内である。

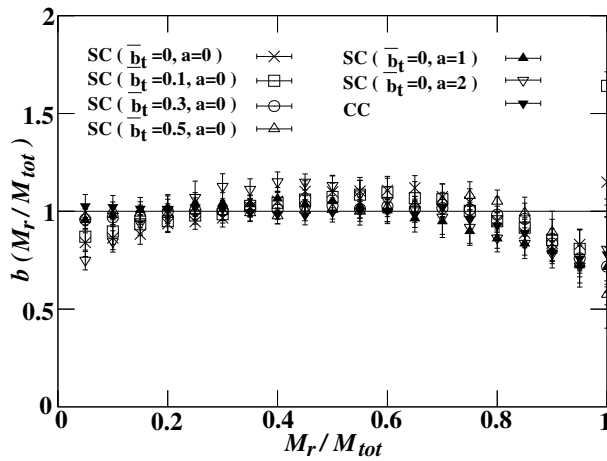


図 8: 様々な初期条件からのシミュレーションでの各シェル毎のビリアル比 $b(r) := |2 \langle v^2 \rangle / \phi(r)|$ 。ビリアル比は、時刻 $t = 5t_{ff}$ から $t = 100t_{ff}$ までのデータを時間平均したものである。

DT 分布の安定性

DT 分布の安定性を見るために、次の 2 つの場合を調べた。

- (a) いくつかの塊を球状に分布させた場合
- (b) DT 分布になっている塊を 2 つ衝突させた場合

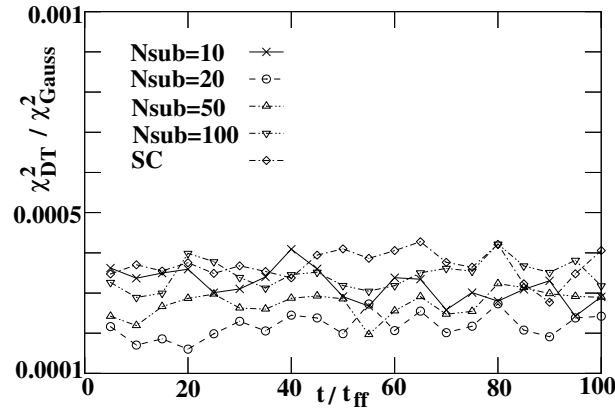


図 9: サブクラスターを球対称に分布させてつぶした後の、速度分布に対する $\chi_{DT}^2 / \chi_{Gauss}^2$ の時間発展。初期条件は、10000 個の粒子を同じ粒子数の N_{sub} 個のサブクラスターに分けて、サブクラスターどうしの速度分散はゼロにしたもの。

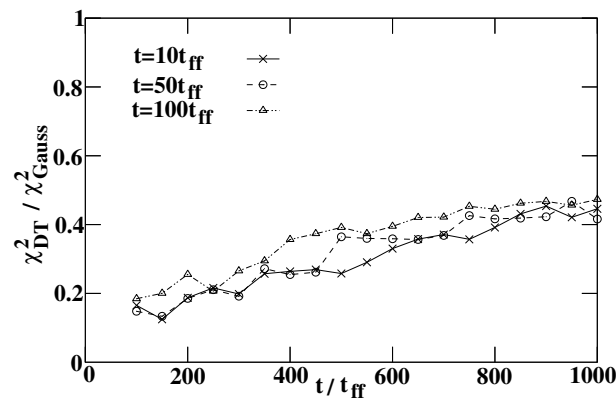


図 10: 球対称崩壊 (SC) 後の塊を 2 つ衝突させた時の、速度分布に対する $\chi_{DT}^2 / \chi_{Gauss}^2$ の時間発展。球対称崩壊 (SC) させて、時刻 $t = 10t_{ff}, 50t_{ff}, 100t_{ff}$ の 3 つの塊をそれぞれ 2 つ用意して衝突させた。

(a) の場合には、いくつかの塊がそれぞれに崩壊しながら全体が潰れ、個々の塊でつくられつつある DT 分布が全体として保たれるかどうかという意味で、ボトムアップの構造形成に対する安定性を見ることになる。図 9 に、いくつかの様なサブクラスターを球対称に分布させてつぶした場合の DT 分布の χ_{DT}^2 の時間発展を描いた。一様球をつぶした場合と同じ様に、速度分布は DT 分布でよく近似でき、長い時間安定に存在していた。

(b) の場合には、一様球で潰した塊どうしを 2 つ衝突させたもので、速度分布が DT 分布である塊がその後の衝突で安定に存在するかを見ることができる。図 10 に、一様球で潰した後のいくつかの時刻での塊を 2 つ衝突させた時の DT 分布の χ^2_{DT} の時間発展を描いた。ガウス分布に比べて相対的には DT 分布はよいが、 $t = 200t_{ff}$ ぐらいからは、DT 分布よりも $D\sigma$ 分布の方がよくなる。これは、初期に用意した 2 つの塊の段階で、中心の密度がかなり高く、それぞれの塊の中で 2 体緩和がかなりの領域で進んでしまっているためであると思われる。実際、図 11 から分かるように、中心付近は $t = 200t_{ff}$ を過ぎた後等温になり、温度と中心からの質量の線形性が崩れている。

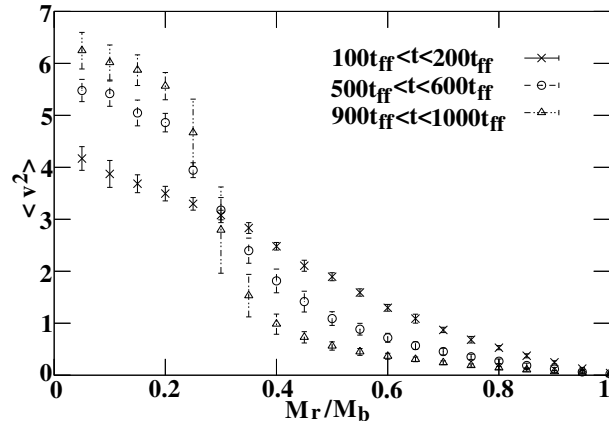


図 11: 球対称崩壊 (SC) 後の塊を 2 つ衝突させた時の、速度分散 ($\langle v^2(M_r) \rangle$) の中心からの質量 M_r に対する分布。 M_b は、バウンドされている全質量。球対称崩壊 (SC) させて、時刻 $t = 10t_{ff}, 50t_{ff}, 100t_{ff}$ の 3 つの塊をそれぞれ 2 つ用意して衝突させた。

速度分布に現れる DT 分布は、ボトムアップの構造形成に対しては安定であるが、密度が高くなり、等温化が顕著になるほど 2 体緩和が進むことにより不安定になる。

まとめ

構造形成の素過程としての、球対称崩壊や 2 つの塊の衝突において、速度分布が DT 分布で良く近似できることが分かった。特に、個々の粒子のエネルギー変化が激しく、コヒーレントな運動が小さい場合に顕著である。また、2 体緩和による等温化が進むと良くなることから、無衝突系の緩和で見られる性質だと思われる。DT 分布が現れる状態では、温度と中心からの質量の線形関係や局所的なビリアル関係がかなりよく成り立っており、無衝突系の緩和過程を理解する手がかりになるとと思われる。