

大規模シミュレーションプロジェクト (VPP5000) 成果報告書

東京理科大学理学研究科物理学専攻
修士課程 2 年 浅野栄治
(プロジェクト I D : mea31b)

Abstract

近年 Chandra X 線衛星などから、パルサーの数光年の範囲にわたるリング状の構造やジェットのような構造の詳細が観測されつつある。それらが形成される原因は、中心で強磁場を持った中性子星が高速回転することにより磁場を駆動し、磁気圏で加速されたプラズマによるパルサー風が発生していることにあると考えられる。しかし加速のメカニズムの詳細についてはまだ分かっていない。それらを理解するためにはパルサー磁気圏の磁場や電場の分布を知る必要があることから磁気圏構造の解明が行われてきた。

磁気圏構造のこれまでの研究は、定常や軸対称などの仮定をした相対論的 MHD 方程式や Maxwell 方程式を解析的に解くことによってモデルが立てられてきた。しかし現実には、定常ではない現象が見られており、パルサー磁気圏のダイナミクスが示唆される。そこで我々は定常を仮定せず、ダイナミカルな時間発展を数値的に解くことにより、磁気圏構造の解明を行っていく手法を用いた。

パルサー近傍は電磁場が支配的であることから、Force-Free 近似の下で定常を仮定しない相対論的 MHD 方程式を解くための 2 次元の数値コードを作成した。2 次元のコードは世界でも初めてである。パルサー磁気圏は双極磁場に近い構造であると予想されるが、計算領域には開いた磁場と閉じた磁場の両方が存在しており、そこで起こる現象を分けて考えるために、まずモノポール磁場の計算を行った。静止した状態から中心天体を回転させた結果、モノポール磁場の定常厳密解 (Michel, 1973) に速やかに tend していった。次に静止させた双極磁場から中心天体の一部分の緯度を回転させる計算を行った。これにより閉じた磁場のみの振る舞いを見ることができる。それによると、中心天体の回転とともに閉じた磁力線が方位角方向に振動する様子が見られた。その振動は非線形カップリングによって減衰していくことが分かった。それらの結果を踏まえて中心天体の全体を回転させる計算を行った。そこでは磁場の変形が中心天体から伝わり、赤道面で衝突する様子が見られたが、その部分では磁場を動径方向と方位角方向に動かすための大きな電場が生じるため、Force-Free が成り立つための条件である $B^2 - E^2 > 0$ を満たさないことが分かった。その問題を解決するために相対論的 cold MHD の方程式の扱いを考えている。最後の章では非相対論的 MHD 方程式と、非相対論的 cold MHD 方程式との比較を行い、相対論的 cold MHD を扱うための基礎となる計算結果を得た。

1. Introduction

1.1 観測から

図 1 は Chandra X 線衛星による、かに星雲の観測である (X 線観測は Chandra の他に、ROSAT、ASCA、RXTE などで行われ、新しいものとしては XMM-Newton がある)。色は輝度を表しており、リング状の構造やジェットのようなものの構造が詳細に観測されつつある。スケールは画像の横幅で 2.24 arcmin (約 4 光年) である。中性子星は中心の明るく輝いている部分にあるが、前述の通りその半径は 10^6 cm 程度であり、観測できるスケールでは当然見ることはできない。観測で見られるような構造を形成する原因は、中心天体である中性子星が強磁場を持ち磁軸が回転軸に対して傾いた状態で高速回転していることにある。それによりプラズマを加速させたり、プラズマの流れである「パルサー風」を形成したり、電磁波 (電波や X 線など) の放射などの現象を起こしていると考えられる。また、プラズマは相対論

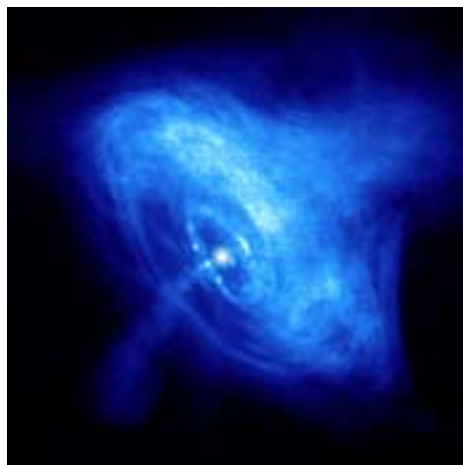


図 1 かに星雲

的な速度まで加速されていると考えられているが、そのような速度までに加速されるメカニズムについては、はっきりしたことは分かっていない。

このような状況を踏まえ、我々は中心天体から光円柱¹（Light-Cylinder）付近までを含めたパルサー磁気圏構造に着目した。

1.2 パルサー磁気圏の理論的研究

これまでのパルサー磁気圏の研究は、Goldreich&Julian(1969)による定常軸対称の取り扱い以来、多くの研究がなされてきている（例えば、Mestel&Shibata 1994、Beskin&Malyshkin 1998、Contopoulos et al. 1999、Smith et al. 2001 など）。図 2 は定常軸対称でのパルサー磁気圏モデルの概略図である。このようなモデルをもとにして、パルサー磁気圏内のプラズマ密度の概算や電荷を持った粒子の運動などが議論されてきた。モデルの特徴としては、Light cylinder の手前までの閉じた磁力線(Closed field line)が、中心天体とともに共回転をし、Light cylinder を超える磁力線は開いている(Open field line)。

しかし定常軸対称モデルにはいくつか問題点がある。そのひとつに、Light cylinder が特異点となることがある。閉じた磁場がLight cylinderを超えると光速を超えることになる。図 2 を例にすると、Light cylinder と赤道面が重なる付近の磁場構造は、はっきりしていない。

もうひとつには定常の仮定がある。観測で見られるジェットらしきものの噴出やパルサー風における粒子加速などは定常では考えにくい非定常な現象である。

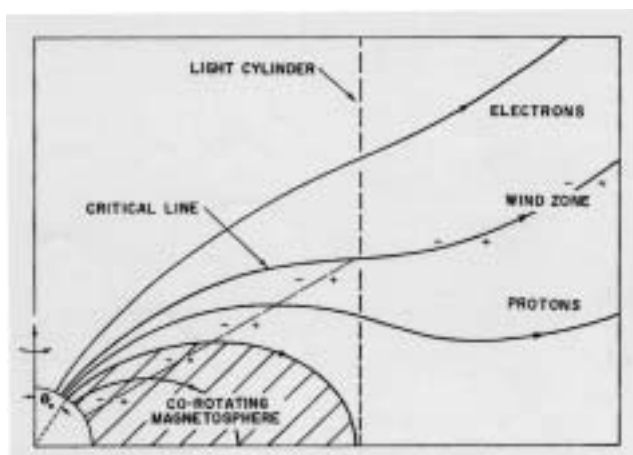


図 2 Goldreich&Julian 磁気圏モデル

1.3 研究目的

パルサー磁気圏研究の問題点を考えるにあたり、我々は定常を仮定しないダイナミカルな時間発展を数値計算の手法を用いて解くことを考えた。それにより Light cylinder 付近の磁場構造を計算の上で consistent に解くことができる。また観測で見られるようなパルサー風やジェットのようなものの構造を説明できる基礎を得ることができるのではないかと考えた。また我々の解が従来から議論されている定常軸対称モデルのような磁気圏構造に落ち着くのか否か、また我々が得た解の磁気圏構造から粒子の加速について何が言えるのかなどを調べ、パルサー磁気圏についての新しい見解やモデルの構築を目指していく。

¹ 剛体回転していると考えた時、回転方向の速度が光速になる面を光円柱(Light cylinder)と呼んでいる。パルサー方程式（定常軸対称モデルを記述する方程式）を解く場合、この面が特異点となる。そこを解くために、中心星から解いてきた解と無限遠から解いてきた解を LC で接続するなどの手法が用いられてきた。

2. Basic equations

2.1 基礎方程式

$$\frac{\partial P^i}{\partial t} + \nabla_j \cdot M^{ij} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

$$P^i = \frac{1}{4\pi c^2} (\mathbf{E} \times \mathbf{B})^i \quad (3)$$

$$M^{ij} = -\frac{1}{4\pi} \left\{ E^i E^j + B^i B^j - \frac{1}{2} \delta_j^i (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) \right\} \quad (4)$$

基礎方程式は相対論的 MHD 方程式において、熱的エネルギー（運動エネルギーと内部エネルギー）と質量エネルギー（rest mass エネルギー）を近似として落としたものを用いている（Force-Free 近似）。つまり上の方程式系は、プラズマを電流や電荷を生じる質量ゼロの完全導体として扱い、その媒質中の電磁場の变化について解くためのものと考えることができる。単位系は CGS-Gauss を用いる。変数はそれぞれ

P : 固定された座標系の観測者が観る momentum flux
 M^{ij} : 固定された座標系の観測者が観る電磁ストレステンソル
 $\mathbf{B}$: 固定された座標系の観測者が観る磁場
 $\mathbf{E}$: 固定された座標系の観測者が観る電場

である。(1) 式は運動量保存の式(Momentum Conservation)、(2) 式は誘導方程式(Induction Equation)、(3) 式は momentum flux と電磁場を結び式、(4) 式は電磁ストレステンソル M の表式である。これらの方程式の物理量はそれぞれ次元を持っており、その値は互いに桁が離れているものがあるため、一緒に扱うと、小さな値は誤差などに埋もれてしまうことが考えられる。そこで桁を合わせるための無次元化を行った。無次元化に用いた量は、典型的な磁場の大きさ B (2.5次元の場合は 10^{12} gauss)、長さ L (2.5次元の場合は中心天体の半径約 10^6 cm)、光速 c (3.0×10^{10} cm $\cdot$ s $^{-1}$) の3つである。これらを用いるとその他の物理量は以下のように（ダッシュ）付の無次元量に変わる。

$$\mathbf{P}' = \frac{\mathbf{P}}{B_0^2/c^2}, \quad \mathbf{B}' = \frac{\mathbf{B}}{B_0}, \quad \mathbf{E}' = \frac{\mathbf{E}}{B_0}, \quad t' = \frac{t}{L_0/c}$$

これらを用いると基礎方程式は、式の形を変えることなく'付で書き換えられる。次章以降、その'付の方程式を用いるが、'を省略した形で記述する。

2.2 Force-Free の成立条件

基礎方程式を解いていく途中で、Force-Free が成り立つ条件として

$$B^2 - E^2 > 0 \quad (5)$$

を加える。これは次のように説明される。プラズマは物理的な解として磁力線とともに運動するべきであり、その速度は図 3 より、 $\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_m + \kappa \mathbf{B}$ で表される。 $\mathbf{v}_p$ はプラズマの速度ベクトル、 $\mathbf{v}_m$ はプラズマの磁力線に垂直な方向の速度ベクトル、 $\kappa \mathbf{B}$ は磁力線に沿った方向の速度ベクトルである。プラズマの速度は光速を超えてはいけないことから、

$$\frac{|\mathbf{v}_p|^2}{c^2} < 1 \quad (6)$$

である。この条件のもとで電場の大きさは

$$E^2 = \frac{v_p^2}{c^2} B^2 \quad \left(\because E = -\frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \quad (7)$$

となることから、(6) 式より

$$\left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right) B^2 = B^2 - E^2 > 0$$

となり、(5) が導き出される。この式は計算過程で Force-Free を満たしているかどうかの判断基準のひとつになるものである。

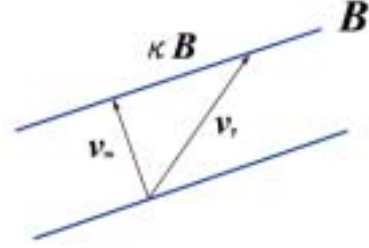


図 3 プラズマの速度

2.3 速度場の定義

計算を行う中で、速度 $\mathbf{v}$ を用いることがある。しかし相対論的 MHD 方程式から熱的エネルギーと質量エネルギーを近似として落とし、電磁場のエネルギーのみが残った過程で、本来プラズマ粒子の速度である $\mathbf{v}$ はその意味を持たなくなる。しかし現象を考える際、磁力線の速度を $\mathbf{v}$ として用いることは有用であると考えた。そこで我々は磁力線の垂直方向の速度として $\mathbf{v}$ の再定義を行った。

基礎方程式で用いられている momentum flux P は cold MHD における表式から mass を考えないとして 0 とすると、

$$P^i = \frac{B^2}{4\pi c^2} v^i - \frac{1}{4\pi c^2} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}) B^i \quad (8)$$

となる。この P^i と $\mathbf{B}$ の内積は自動的に 0 となる。このことから (8) 式は実質的に P^i については 2 つの式となり、3 成分が存在する v^i を解くことはできない。そこで $\mathbf{v}$ を磁力線の速度 $\mathbf{v}_B$ と考え

$$\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (9)$$

を満たすとする、磁力線の速度は一意に決まる概念ではないが、この条件により一意に決めることができる。このことにより誘導方程式は、その式の形を変えず用いることができ、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_B \times \mathbf{B}) \quad (10)$$

となる。(3) 式より、momentum flux P^i は

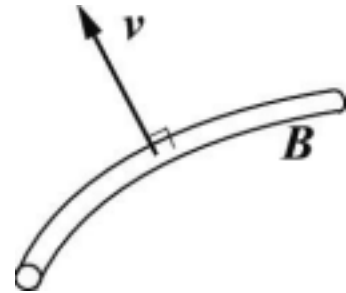


図 4 速度場の定義

$$\mathbf{P} = \frac{B^2}{4\pi c^2} \mathbf{v}_B = \frac{1}{4\pi c^2} \mathbf{E} \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} (\text{Poynting flux}) \quad (11)$$

となる。なぜなら

$$\begin{aligned} \mathbf{P} \times \mathbf{B} &= \frac{1}{4\pi c^2} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ &= -\frac{B^2}{4\pi c^2} \mathbf{E} \quad (\because \text{Force-Free条件より } \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0) \\ \mathbf{E} &= -\left(\frac{B^2}{4\pi c^2}\right)^{-1} \mathbf{P} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (12)$$

より、 $\mathbf{E}$ の前項の部分を $\mathbf{v}_B$ と定義したからである。以上より Force-Free の基礎方程式は 3.1 の 3 つに加え、初期条件と計算の途中で満たしているべき式として

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \mathbf{v}_B \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

の 2 つが加わることになる。

また速度場を前述のように定義したことにより、Force-Free の成立条件はその形を変えることなく (2.4.1) 式となる。なぜなら磁力線の速度は v_m となるが、(2.4.2) 式と図 5 より

$$\frac{v_m^2}{c^2} < 1$$

が成り立つからである。

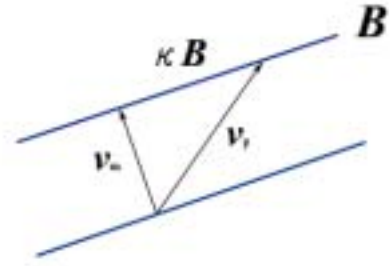


図 5 磁力線の速度

3. モノポール磁場

3.1 初期条件

磁場の初期条件は

$$\mathbf{B} = (B_r, B_\theta, B_\phi) = \left(\frac{a}{r^2}, 0, 0\right) \quad (14)$$

である (a は磁気モーメント、ここでは 1)。磁場の強さは星表面で 1 とした。星半径は 1 である。図 6 におけるモノポール磁場の磁力線の描画はベクトルポテンシャルの ϕ 成分の大きさにより描かせている。星は紙面の表から裏に向けて回転する。以下モノポール、双極磁場すべて回転方向は同じである。

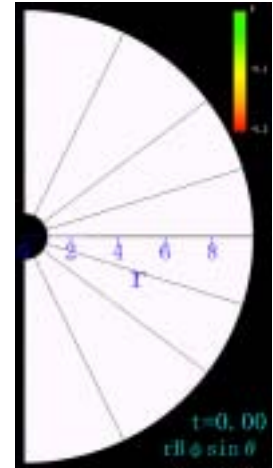


図 6 初期条件

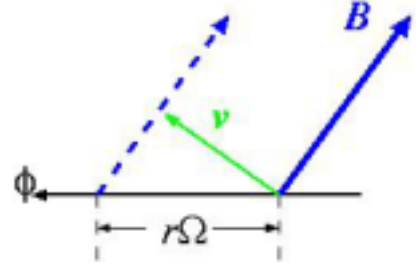
3.2 境界条件

星表面の境界条件は、星の回転とともに磁力線の根元と一緒に運動するように与える。その電場は以下の通りである。

$$E_r = \frac{r\Omega}{c} B_\theta, \quad E_\theta = -\frac{r\Omega}{c} B_r, \quad E_\phi = 0 \quad (15)$$

図 6 において、境界である星表面上 ($r=1$) に電場を与える。このとき星表面を移動する磁力線に着目、微小時間での磁力線の運動を考える (図 7)。

Ω : 星回転速度
 r : 星半径
 $\mathbf{v}$: 磁力線の世界速度ベクトル



とすると図 7 より次の式が成り立つ。

$$\mathbf{v} - r\Omega \mathbf{e}_\phi = \kappa \mathbf{B} \quad (\mathbf{e}_\phi : \phi \text{ 方向単位ベクトル}) \quad (16)$$

図 7 境界条件の決定

$\mathbf{v} \cdot \mathbf{B} = 0$ より

$$\kappa = -\frac{r\Omega B_\phi}{B^2} \quad (17)$$

これを(16) 式へ代入すると

$$\mathbf{v} = r\Omega \mathbf{e}_\phi - \frac{r\Omega B_\phi}{B^2} \mathbf{B} \quad (18)$$

よって境界上の momentum flux P_i は (11) 式より

$$\mathbf{P} = \frac{B^2}{4\pi c^2} \mathbf{v} = \frac{r\Omega}{4\pi c^2} (B^2 \mathbf{e}_\phi - B_\phi \mathbf{B}) \quad (19)$$

$$\begin{cases} P_r = -\frac{r\Omega}{4\pi c^2} B_\phi B_r \\ P_\theta = -\frac{r\Omega}{4\pi c^2} B_\phi B_\theta \\ P_\phi = \frac{r\Omega}{4\pi c^2} (B_r^2 + B_\theta^2) \end{cases}$$

となる。また境界上で与える電場の大きさは (12) 式より

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \left(r\Omega \mathbf{e}_\phi - \frac{r\Omega B_\phi}{B^2} \mathbf{B} \right) \times \mathbf{B} = \frac{r\Omega}{c} B_\theta \mathbf{e}_r - \frac{r\Omega}{c} B_r \mathbf{e}_\theta \quad (20)$$

$$E_r = \frac{r\Omega}{c} B_\theta, \quad E_\theta = -\frac{r\Omega}{c} B_r, \quad E_\phi = 0$$

となる。この電場を与え続けることにより磁力線の境界上での一定速度の運動が保障される。今回は $r=1$ 、 $\Omega=0.1$ とした。実際にプログラムで与えているのは電場ではなく、(19) 式で表される momentum flux と磁場である。磁場については B_r を初期値固定として、それ以外の θ, ϕ 成分は隣のグリッドからの外挿とした。また扇形の外側部分の境界は自由境界、回転軸の境界は初期値固定とした。

3.3 Michel の定常厳密解

Michel の定常厳密解は

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left(\frac{\Psi}{r^2}, 0, -\frac{\Psi}{r} \Omega \sin \theta \right) \\ \mathbf{E} &= \left(0, -\frac{\Psi}{r} \Omega \sin \theta, 0 \right) \end{aligned} \quad (21)$$

(Ψ : Stream function、任意に値をとることができるが、ここでは 1 とした) で表されることより、

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \times \mathbf{B} &= \left(\frac{\Psi^2}{r^2} \Omega^2 \sin^2 \theta, 0, \frac{\Psi^2}{r^3} \Omega \sin \theta \right) \\ B^2 &= \frac{\Psi^2}{r^4} (1 + \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (22)$$

と計算されることから、 $\mathbf{v} = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / B^2$ より

$$\mathbf{v} = \left(\frac{\Psi^2}{B^2 r^2} \Omega^2 \sin^2 \theta, 0, \frac{\Psi^2}{B^2 r^3} \Omega \sin \theta \right) \quad (23)$$

となる。これらの物理量と我々の解を比較した。

3.4 結果

以下に結果を示す。カラーは Michel のモノポール解において磁力線に沿って保存する量である $rB_\phi \sin \theta$ の大きさである。

時間とともに星表面から回転による磁場の変化が伝わり、速やかに定常解に tend していく様子が見られた。図 9 は Michel の定常厳密解 (21) 式を基に描画したものである。これと比較すると tend していく様子がはっきりと分かる。

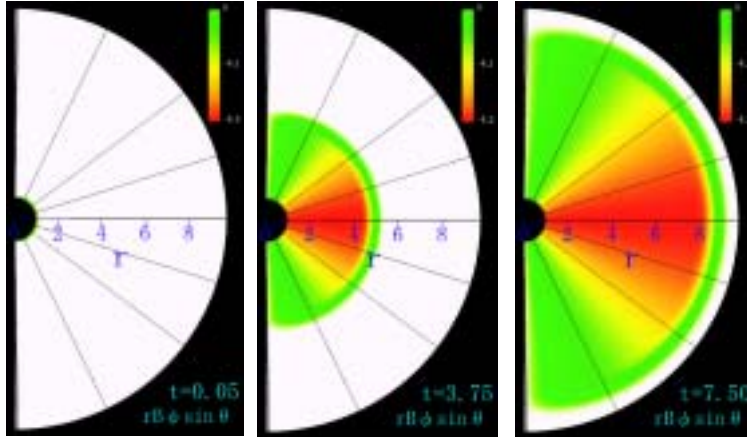


図 8 モノポール磁場 (左から時間、 $t=0.05$ 、 $t=3.75$ 、 $t=7.50$)

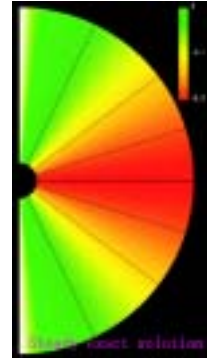


図 9 Michel の定常厳密解

4. 双極子磁場

4.1 初期条件

球座標における双極磁場は

$$\mathbf{B} = \left(\frac{2a}{r^3} \cos \theta, \frac{a}{r^3} \sin \theta, 0 \right) \quad (24)$$

である。 a は磁気モーメントであるが、ここでは1としている。また星半径は1。行った計算は星全体を回転させたものである。

4.2 境界条件

境界条件の設定はモノポール磁場の場合と同じである。星回転速度は光速1に対して0.1である。

4.3 結果

以下は星全体を回転させたものの時間6.4後の結果である。カラーマップは、左が磁場の捻れを表す磁場のトロイダル成分をポロイダル成分で割ったもの、右は速度の ϕ 成分である。初期に静止していた星を回転させることにより星表面全体から波が伝播していくことが分かる。

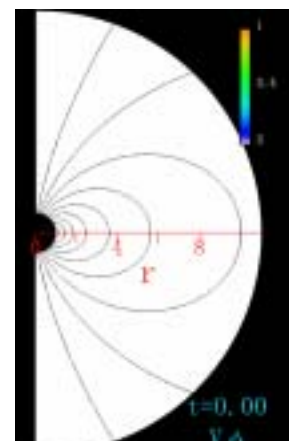


図 10 初期条件

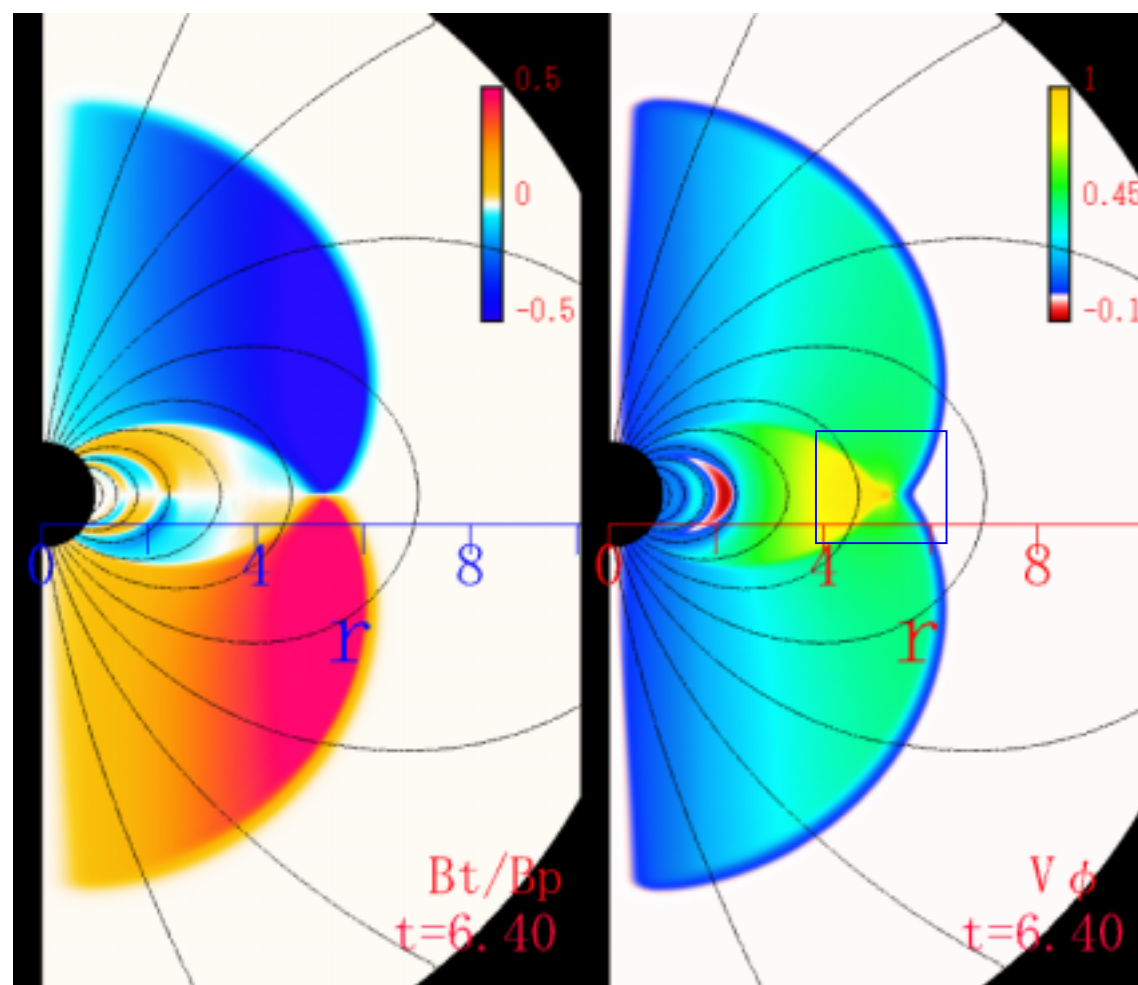


図 11 星全体からの波の伝播（左： $B_{\text{toroidal}}/B_{\text{poloidal}}$ 右： v_{ϕ} ）

左図において、南半球と北半球から出た波が重なる部分は方位角方向に振動していることが分かる。色が濃い(値が大きい)波の先端部分は他の部分に比べ、磁場のポロイダル成分に対してトロイダル成分が大きい、すなわち磁場の捻れが大きい。初期に静止していた磁場が、中心星からの波の伝播により回転を始めるためである。これらの図から正確に判断するのは難しいが、振動の回数は図の時間までに4回(往復で考えて2回)起こっている。これは北緯約45度から出た波が、南半球で反射をして帰ってくるまでを2回、往復する時間に相当する。また右図のカラーマップが赤い部分は速度の ϕ 成分が負になっている。これは回転方向に対して逆方向の速度が生じていることを表し、その部分の磁力線が反動で戻ってきていると考えられる。

現在のところ、星全体を回転させた双極磁場の計算は図11の時間以降、数値的に解けない状態である。右図の四角で囲った部分の赤いところが数値的に発散(オーバーフロー)を起こしているためである。そこで起こっていることについて解析を行った。四角の部分は南北からの波が衝突を起こす先端部である。星回転速度がこの計算において $0.1c$ であることから、Light cylinderは赤道面で $r=10.0$ である。波がLight cylinderまで到達したとすると磁場の方位角方向の速度はおよそ光速に達すると考えられる。四角の部分は星の中心からLight cylinderまでの約半分である。ここに達した波の速度は光速のおよそ半分に達しているものと考えられる(カラーマップからも読み取れる)。それらが衝突することにより、波の重ね合わせから、衝突後光速または光速以上の速度に達してしまう。2.2でも述べた通り、光速を超えるということは、その場所でForce-Freeの成立条件である、 $B^2 - E^2 > 0$ を満たしていないということであり、数値的に解けなくなる原因はここにあると考えられる。なぜ光速を超えてしまうのかは1.5次元の次の計算により説明できる。計算は1.5次元デカルト座標 z 方向とし、条件を以下の表のように設定した。

表 1 1.5 次元デカルト座標の条件設定

グリッド数	200
計算範囲	$z=0$ から $z=1$
初期条件	$\mathbf{v}=0$ $B_z=1$ 、その他は0
境界条件	$z=0$ と $z=1$ に $v_x=0.6c$ となるように電場を与える

結果は次の図13で、波の衝突後(時間0.68)である。衝突後、 v_x が境界条件の初速度である $0.6c$ の2倍の $1.2c$ になっていることが分かり、光速を超えている。波の重ね合わせの原理からは当然の結果とも言えるが、当初は相対論的な方程式から立てられたForce-Freeの式なので、光速を超える解が出てくるとは考えていなかった。

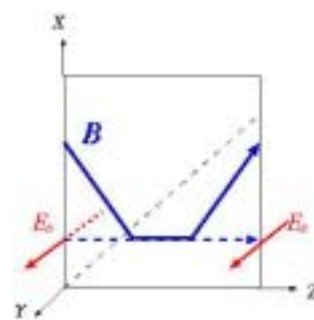


図 12 条件設定の模式図

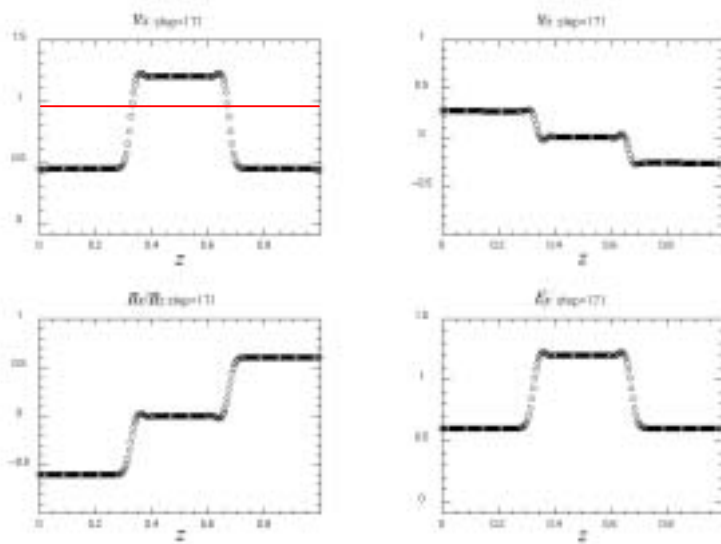


図 13 衝突後（赤線は光速値）上段左から、 v_x 、 v_z 、下段、 B_x/B_z 、 E_y

光速を超える理由は、簡単な模式図 37 で説明できる。初期に図の の状態にあった磁力線は境界（ $z=0$ 、 $z=1$ ）に与えられた電場により x 軸正方向に等速運動を始める。波が衝突する直前の状態に至る。その後磁力線は の状態になることが上のグラフから読み取れる。このとき衝突した部分の磁力線は の状態になるためには境界での磁力線の速度の 2 倍で運動しなくてはならないことになる。このように 1.5 次元では光速を超える解が含まれるようであるが、2.5 次元の計算においては解くことができず、発散してしまう。これは多次元化による問題点が複合化したためと考えられる。

このようにして磁力線の速度が光速を超える原因がおおよそ分かったが、その他に図 11 の四角で囲った部分で起こっていることを調べるために、部分的にデータを抜き出した。それを鳥瞰図にしたものが図 38 である。右側の v_ϕ の図は前述の衝突後の波が光速を超えることで説明できる。左側の v_r について考えてみる。波の伝播後、まず値は正に振られる、すなわち閉じた磁力線が膨らむセンスにあることが分かる。その直後、赤道面で一気に光速を超え負の値に振られる。すなわち赤道面の磁力線が星へ向かって急激に曲げられる。このようにして Force-Free が成り立たない状態に陥ることが計算ができない原因となっていると考えられる。始めに磁力線が膨らむことについては、回転によるエネルギーが磁場の ϕ 成分の変化として伝わり、磁気圧が増加することによって膨らむと考えることができる。また中心へ向かって磁力線が曲げられることについては、方程式からその原因を考えてみた。基礎方程式から赤道面での磁場と電場の値を入れ整理すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_r}{\partial t} &= -\frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 (v_\phi^2 - v_r^2 - 1) B_\theta^2 \right\} - \frac{v_\phi^2}{r} B_\theta^2 \\ \frac{\partial P_\phi}{\partial t} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 v_r v_\phi B_\theta^2 \right\} - \frac{v_r v_\phi}{r} B_\theta^2 \end{aligned} \quad (25)$$

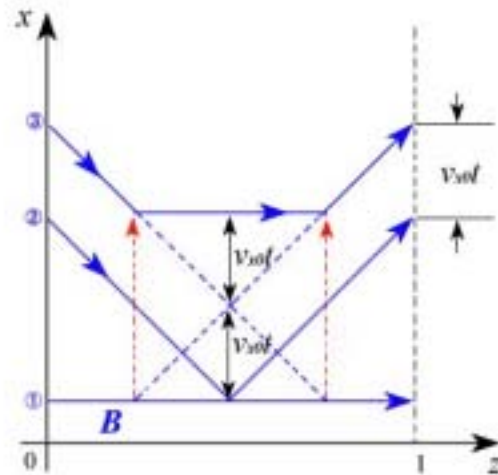


図 14 模式図（磁力線は から へ時間変化する）

となる。波の衝突により速度の ϕ 成分が大きくなるため、速度の r 成分 (P_r に比例する) が負に傾く。その後、 r 成分の右辺微分項の中の速度の r 成分も大きくなり速度の r 成分は相殺されるセンスにあるが、 ϕ 成分の式をみると速度の ϕ 成分 (P_ϕ に比例) は増加することが分かる。このようにして光速を超えてしまい、Force-Free が成り立たなくなると考えられる。

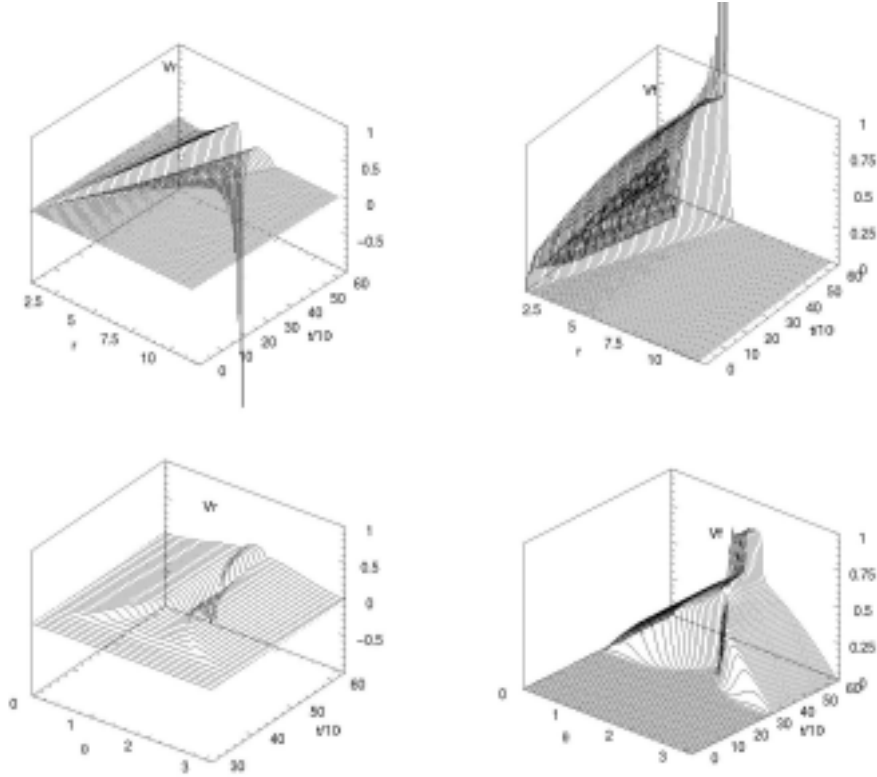


図 15 鳥瞰図 (上段：赤道面、下段： $r=5.0$ 、左： v_r 、右： v_ϕ)

(底面左軸：上段 r 、下段 $\theta[\text{rad}]$ 、右軸：時間 t 、縦軸：物理量の値)

5. まとめ

2.5 次元のモノポール磁場の計算では、Force-Free の数値解が Michel の定常解に速やかに tend していくことが分かった。また開いた磁場では、その振る舞いに Light cylinder の特異性は見られないことも分かった。

双極磁場で星全体を回転させた計算では、光速を超える問題を解決するために、スキームの変更、赤道面で diffusion を入れる、赤道面での境界条件を変更するなど行ってきた。スキームの変更では、当初 Lax-Wendroff 法を 2.5 次元の計算でも使っていたが、一様人工粘性を強く (人工粘性係数を大きく) 入れなければ、計算が不安定になってしまう。このためかなりのなまりが生じ、正しい解が得られない状態が続いていた。しかし HLL 法によりその点は十分改善されたと考えてよい。赤道面に diffusion を入れる方法は、物理的に正しい解が出ているとは言いがたい状態であり、数值的にも解けない (HLL 法では考慮中であるが) 状態である。また方程式に拡散項を入れることによる計算も試みたが、diffusion の場合と同様な結果である。それに加えて拡散項を入れることにより方程式の共変性が壊れるため、その物理的解釈が難しいという問題もある。境界条件の変更も同様に物理的解釈が難しいが、現在検討中である。

Force-Free を扱った研究を 1.5 次元から 2.5 次元へ発展させてきたが、1 次元の問題に関しては、固有値解析を含めた計算結果が Komissarov(2002)によって論文として出されている。しかし 2.5 次元のシミュレーションを行っているのは我々が世界でも始めてである。それゆえどのようなことが起こるのか予想がつかず、問題点も多かった。