

# 大規模シミュレーションプロジェクト・成果報告書

## 土星リング-衛星系の力学進化と構造形成

研究分担者: 大槻圭史 (コロラド大学)

研究代表者: 井田茂 (東工大)

### 1. はじめに

土星リングには様々なスケールの微細構造が見られることが、探査機 *Voyager* の観測により明らかになった。本研究では、リング粒子の中に一つの衛星が置かれた場合の相互作用を調べ、衛星の摂動によって形成されるリング粒子の非一様分布と衛星質量の関係等を明らかにすることを目的とする。このような構造形成は、衛星の重力散乱による非一様分布形成と、リング粒子同士の衝突ならびに重力散乱による拡散で分布を一様化させようとする効果のつりあいで決まる。このうち粒子衝突に関して従来の多くの研究では粒子は表面がなめらかな球であると仮定し、衝突による速度変化や角運動量輸送を求めてきた。しかし実際のリング粒子は不規則な形状をしていて表面摩擦があると考えられる。この場合、斜め衝突により自転が励起され、速度変化にも影響を及ぼすと考えられる。従ってリング粒子の表面摩擦及び自転の効果が間接的にリングの構造形成にも影響を及ぼす可能性もある。以下では、まず §2 で、リング中に存在する小衛星が粒子衝突によって獲得する自転角運動量について述べる。次に §3 で小衛星が重力により粒子を集積する確率について述べる。最後に §4 で、リング粒子集団の自転及び速度進化について述べる。

### 2. 粒子衝突による衛星自転角運動量

ここでは三体問題軌道計算により、惑星リング中に存在する小衛星が粒子衝突により獲得する自転角運動量を求める (Ohtsuki 2003)。軌道計算は Hill 近似 (例えば Nakazawa et al. 1989) に基く運動方程式を数値積分することにより実行する。

いま、粒子と衛星の衝突によりこれら二つの接触面に対して鉛直方向の相対速度は  $\varepsilon_n$  倍 ( $0 \leq \varepsilon_n \leq 1$ ) になるとすると。また接触点において 2 体の表面がもつ相対速度は衝突により  $\varepsilon_t$  倍 ( $1 \leq \varepsilon_t \leq 1$ ) になるとすると。この場合、 $\varepsilon_t = 1$  が摩擦

上の図は離心率と軌道面傾斜角の root mean square の進化、下の図は自転角速度の二乗平均の進化である。これより、離心率や軌道面傾斜角は  $\varepsilon_t$  の値にそれほど大きく依存しないが、自転角速度の二乗平均は大きく依存することがわかる。従つて、粒子の自転角速度について詳しい情報が探査機 Cassini による観測で得られれば、 $\varepsilon_t$  を通してリングの物性や起源について何らかの制約が得られる可能性がある。今後さらにサイズ分布や大きな衛星による重力擾動の効果を考慮した N 体シミュレーションを実行することにより、これらのことも調べて行く予定である。

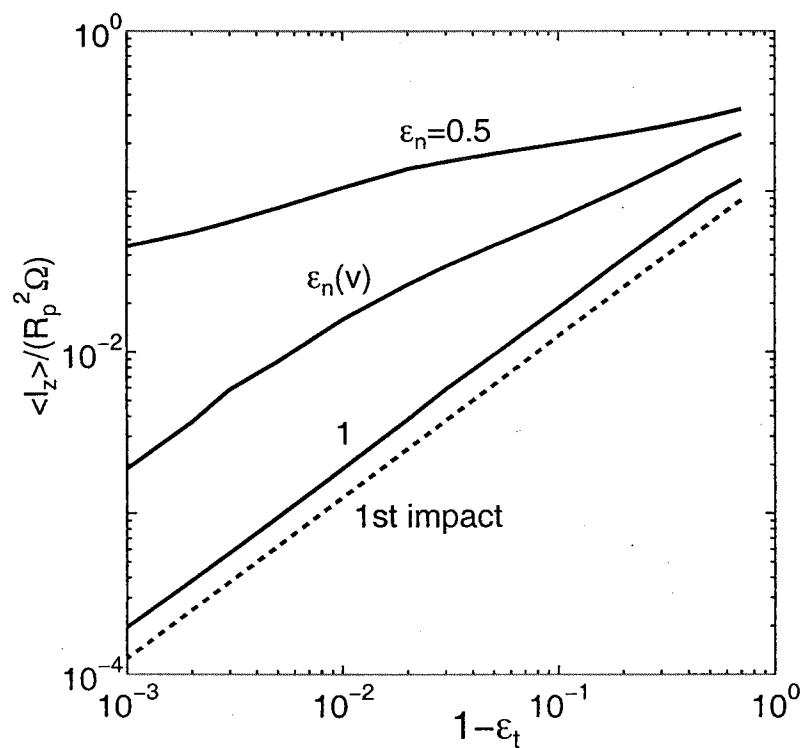
#### REFERENCES

- Nakazawa, K., S. Ida, and Y. Nakagawa 1989. Astron. Astrophys. 220, 293.  
Ohtsuki, K. 1993. Icarus 106, 228.  
Ohtsuki, K. 2003, in preparation.

のないなめらかな表面の場合に相当し、1は衝突後に二つの表面が完全にグリップし反発後には自転方向が逆転する場合に相当する。氷の衝突実験によると、リング粒子衝突のパラメータでは $\varepsilon_t \sim 0.9$ であるという結果が得られている。

まず、衝突前に衛星もリング粒子も円軌道を描いていた場合に多数の粒子衝突により衛星が獲得する単位質量あたりの自転角運動量の平均値を求める。図1はこの平均値を $R_p^2\Omega$  ( $R_p$ は衛星半径、 $\Omega$ は衛星の公転角速度)で規格化したものを $1-\varepsilon_t$ の関数としてプロットしたものである。3本の実線は $\varepsilon_n$ を3通りに変えた場合に相当し、このうち $\varepsilon_n(v)$ というのは、衝突実験によって得られている反発係数の速度依存性を考慮した場合である。また破線は各軌道について1回目の衝突時に衛星に与えられる自転角運動量を示している。この図より、1回目の衝突だけ考慮した場合には、衛星の得る角運動量は $1-\varepsilon_t$ に比例することがわかり、解析的な表式と一致することが確認できる。一方、 $\varepsilon_n$ が小さくなつて非弾性衝突の効果が大きくなつくると各軌道につき粒子は衛星に多数回衝突するようになる。この場合、衝突のたびに自転角運動量を輸送するため、 $\varepsilon_n = 1$ のときに比べて角運動量の値は大きくなる。

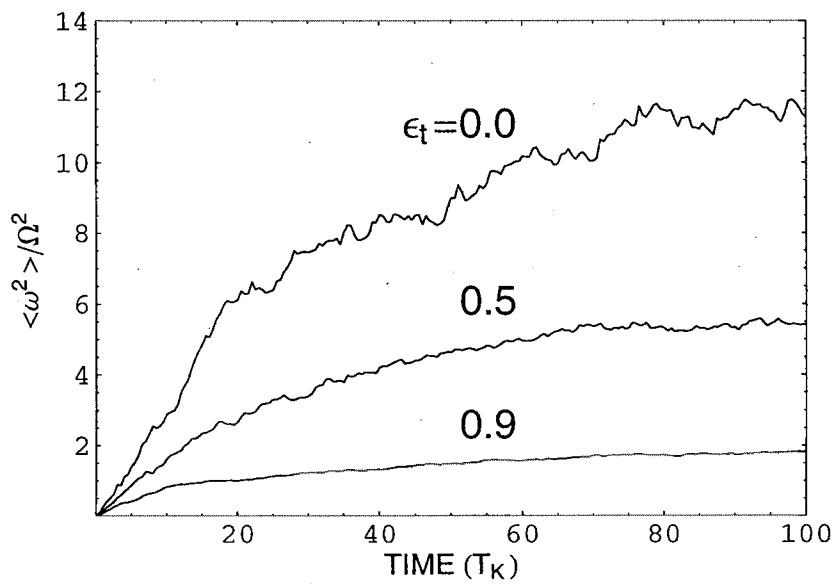
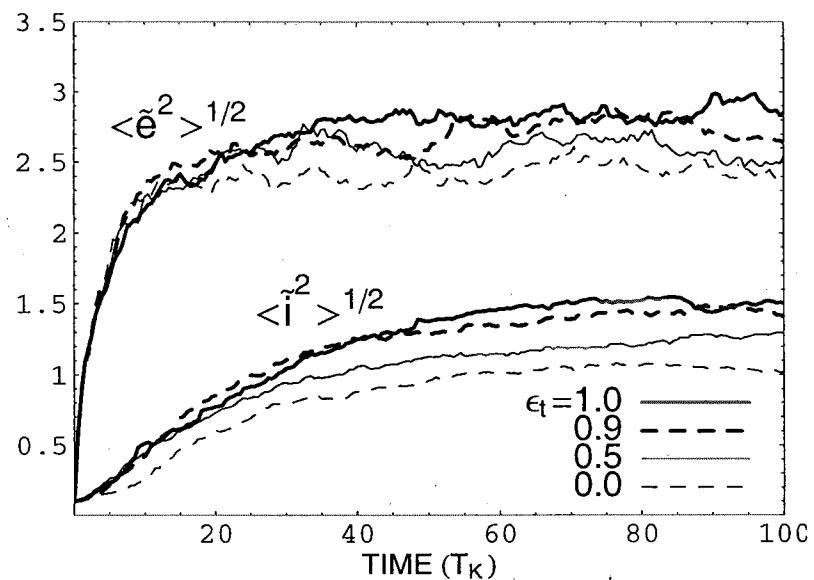
図1.



#### 4. リング粒子の自転角速度及びランダム速度進化

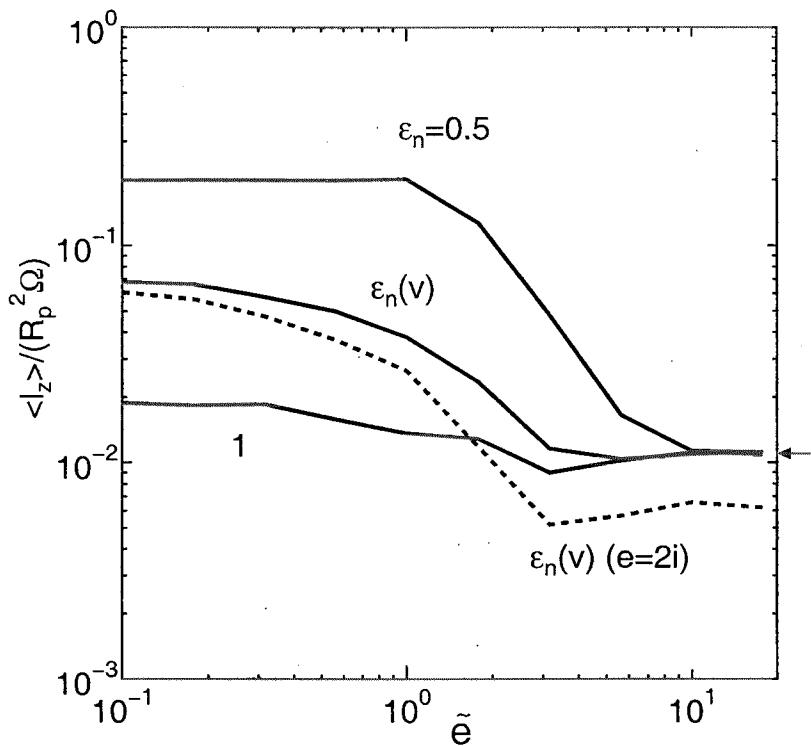
以上では衛星とリング粒子という二成分系を考えたが、実際のリングでは粒子は幅広い範囲のサイズ分布を持っていると考えられ、Voyagerによる観測もそのことを示唆している。この場合、衛星を含む粒子の自転進化とランダム速度進化を切り離して考えることはできず、両者を couple して考える必要がある。自転とランダム速度進化の関係を調べるために同一サイズの粒子からなる系について N 体シミュレーションを実行した結果の一例が図 9 である。

図 9.



同様の軌道計算を粒子が橢円軌道の場合について実行し、粒子の離心率の関数としてプロットしたのが図2である。この場合、 $\varepsilon_n = 0.5$ 、 $\varepsilon_t = 0.9$ であり、衛星と粒子は同一平面内にあるとしている。縦軸は平均角運動量をさらに $(1-\varepsilon_t)K/(K+1)$  ( $K = I/M_p R_p^2$ 、 $I$  は衛星の慣性モーメント、一様球のとき  $K = 0.4$ ) で規格化したもので、重力を無視した場合、離心率が小さい、あるいは大きい極限で解析的に求めることができる(矢印)。太い実線は重力を考慮した場合、細い実線は無視した場合であり、離心率は、重力のある場合は Hill 半径で、ない場合は衛星半径で、それぞれ規格化した値を示している。この図より、とくにランダム速度が小さく粒子重力を考慮した場合、上に述べた多数回衝突の効果により角運動量輸送の効率が大きく増大することが確認できる。

図2.



これまで示した例では衛星は粒子衝突前には自転していないと仮定していた。図1および2より、平均角運動量の値が正であることが確認できたが、これは初期に自転していなかった衛星が粒子衝突により順行方向に自転することを示唆している。一方、初期に高速で順行自転していた場合には、粒子衝突が衛星自転を減速させる方向に働く。従って、与えられた粒子軌道の離心率や反発係数に応じて”平

図 7.

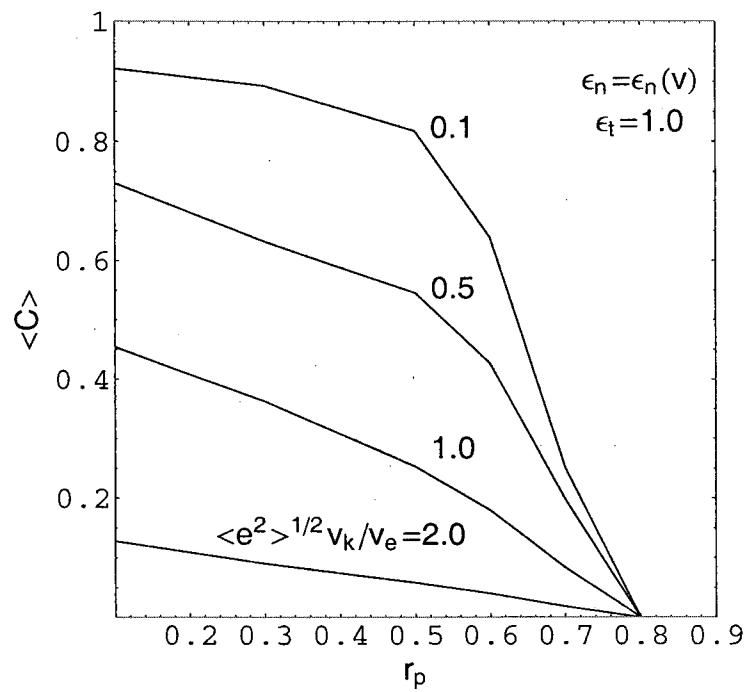
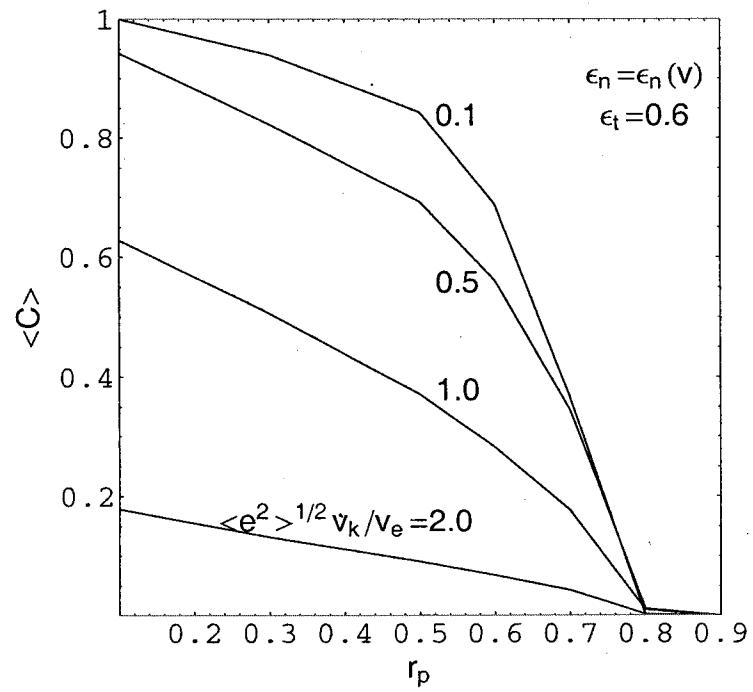
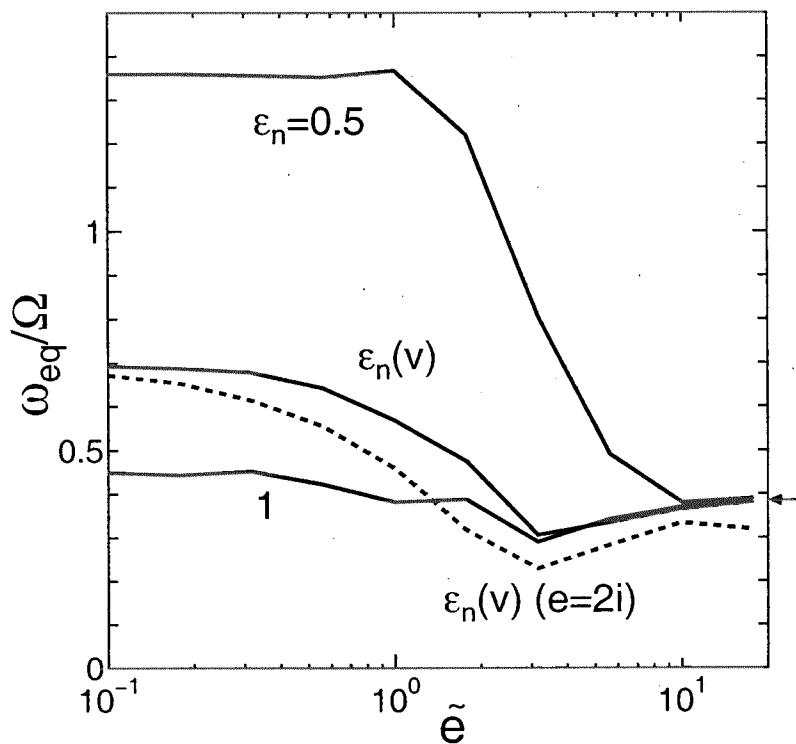


図 8.



衡自転角速度  $\omega_{eq}$ "を求めることができる。その結果をプロットしたのが図3である。実線は粒子が衛星と同一平面内にあると仮定した場合で、図1と同様、3種類の  $\varepsilon_n$  の場合について示している ( $\varepsilon_t = 0.9$ )。破線は  $\varepsilon_n = \varepsilon_n(v)$  で、かつ粒子の軌道面傾斜角が離心率の半分の場合である。矢印は平面問題かつ離心率が大きい場合に解析的に得られる値を示している。角運動量輸送が効率的に行われる低ランダム速度かつ  $\varepsilon_n$  の小さい場合に平衡自転角速度も大きくなることが確認できる。これより、多数の粒子衝突により衛星が獲得する自転角速度は  $\omega_{eq}/\Omega = 0.4 \sim 1.3$  であると予想される。

図3.



一方、衛星に与えられる自転角運動量の平均値に比べてゆらぎが大きい場合には、平均値でなく少回の衝突により衛星の自転が決まることになる。これを定量的に見積もるために衛星に与えられる（無次元化した）単位質量あたりの角運動量の平均値 ( $\lambda$ ) とその root mean square ( $\lambda_2^{1/2}$ ) を比較する必要がある。 $\varepsilon_t = 0.9$  かつ衛星が粒子衝突前に自転していない場合についてこれらを粒子速度分布も考慮して求めたのが図4である。ここで、実線は  $\varepsilon_n = 0.5$  の場合の  $\lambda$  と  $\lambda_2^{1/2}$ 、破線は  $\varepsilon_n = \varepsilon_n(v)$  の場合である。また一点鎖線はランダム速度が十分大きい場合に得

図 5.

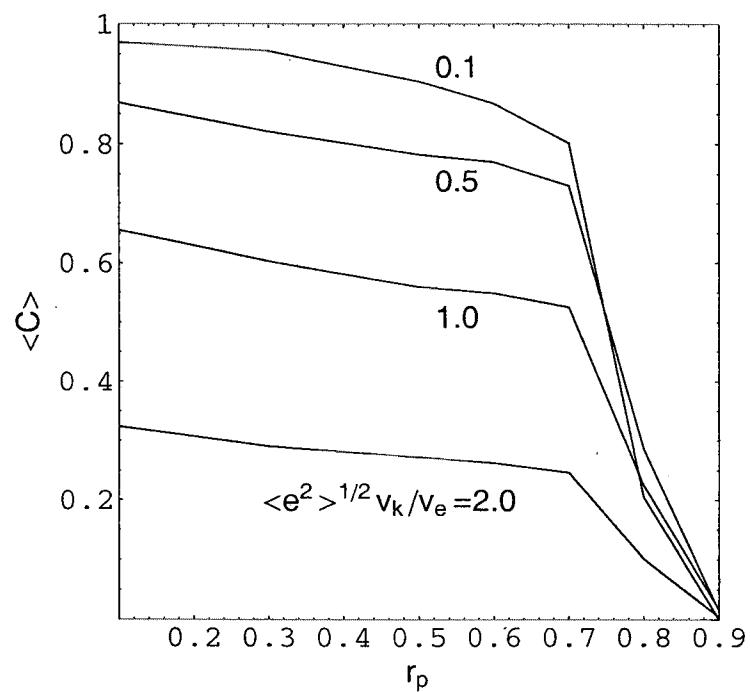
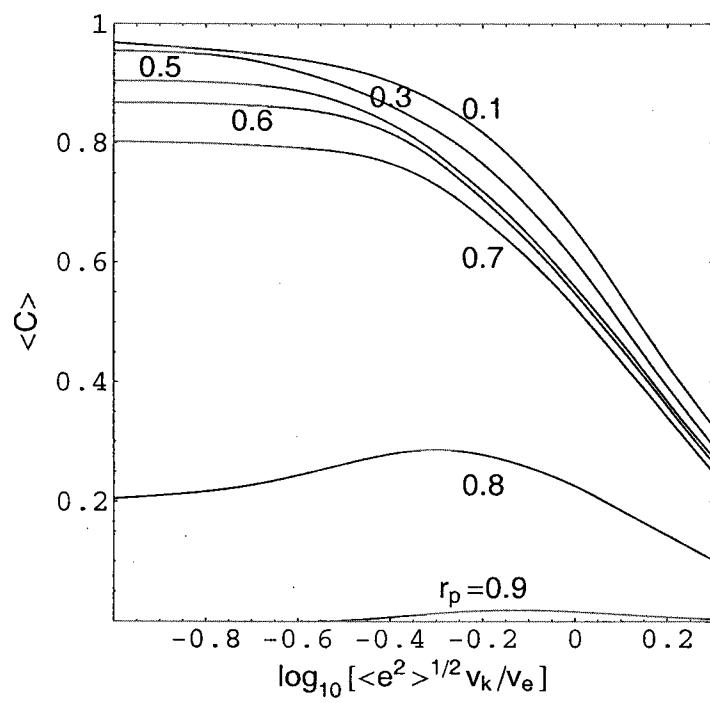
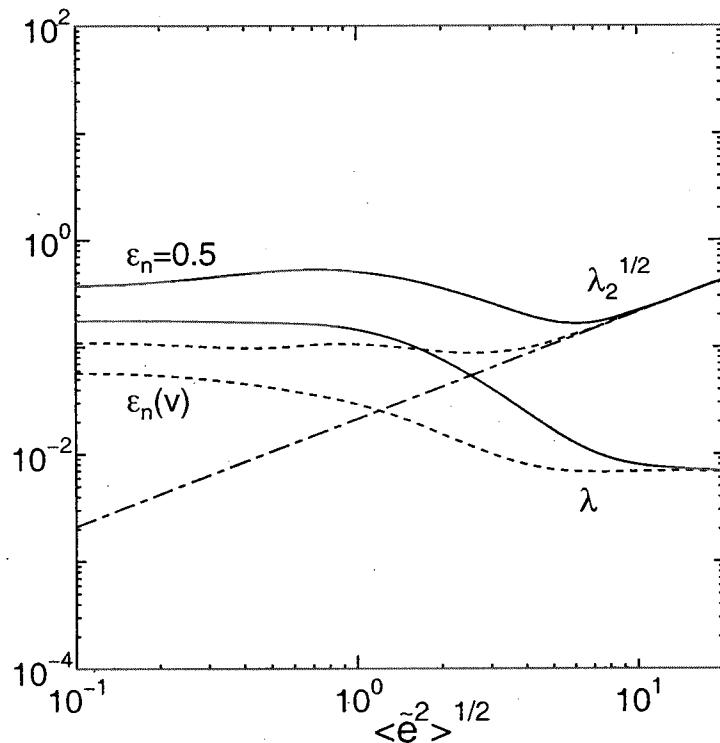


図 6.



られる  $\lambda_2^{1/2}$  に対する解析計算の結果である。まず、 $\varepsilon_n$  の値によらず、 $\lambda$  はランダム速度の増加に伴って小さくなることがわかる。これは上にも述べたように、ランダム速度が小さいほど複数回衝突の効果が大きいためである。一方、 $\lambda_2^{1/2}$  はランダム速度が小さいときにはほぼ一定、そしてランダム速度が大きくなると離心率に比例することがわかる。これは、ランダム速度が小さいときには粒子の衝突速度はランダム速度には依らずほぼ衛星の脱出速度で与えられるのに対し、ランダム速度が大きい場合にはそれが離心率に比例するからである。このため、平均値に対するゆらぎの大きさを表す  $\lambda_2^{1/2}/\lambda$  の値は、低ランダム速度では小さいが、ランダム速度が大きくなつくるとかなり大きくなり、ゆらぎの効果も無視できないことがわかる。さらに詳しい計算によると、粒子衝突前の衛星自転角速度  $\omega$  が  $|\omega/\Omega| \leq 1$  のときにゆらぎの効果が大きいことがわかる (Ohtsuki 2003)。一方、 $|\omega/\Omega| > 1$  の場合には平均値の効果が大きく、衛星自転角速度を  $|\omega/\Omega| \leq 1$  に向かわせようとする。従って、衛星の自転角速度の絶対値は  $|\omega/\Omega| \leq 1$  であるが、この範囲にある限り、ゆらぎの効果も無視できないため、自転の方向としては順行・逆行ともにありうると考えられる。

図 4.



### 3. 粒子の重力集積確率

次に、衛星とリング粒子の重力による集積について考える。この際に重要なのは二体の半径の和  $R_p + r$  と二体の Hill 半径  $R_H = [(M_p + m)/3M_c]^{1/3}a$  ( $a$  は衛星軌道長半径、 $M_c$  は中心惑星質量) の比、 $r_p = (R_p + r)/R_H \simeq R_p/R_H$  である。 $r_p > 1$  の場合、衛星が完全に Hill 半径の外側にはみ出してしまうので重力により粒子を集積することはできない。また Hill 圈が厳密にはレモン型をしていて azimuthal 方向のサイズは  $\frac{2}{3}R_H$  であるため、 $\frac{2}{3} < r_p < 1$  では衛星が部分的に Hill 圈からはみ出すことになる。この場合、重力による粒子の集積は不可能ではないが合体確率はかなり低い。Ohtsuki (1993) は衛星とリング粒子がともに円軌道あるいはランダム速度が衛星の脱出速度の場合について三体軌道計算によって合体確率を求め、 $r_p > \frac{2}{3}$  では合体確率が急激に小さくなることを確認した。

ここではさらに粒子の速度分布及び表面摩擦の効果も考慮して合体確率を求める (Ohtsuki 2003)。まず  $\varepsilon_t = 1$ 、即ち表面摩擦がなく、 $\varepsilon_n = 0.1$  の場合について合体確率  $\langle C \rangle$  を  $r_p$  の関数として表したのが図 5 である。ランダム速度の大きさが 4 通りの場合について示してある。図 6 はいくつかの  $r_p$  の値について  $\langle C \rangle$  をランダム速度の関数として表したものである。これらより、 $r_p$  が小さくてもランダム速度が脱出速度と同程度なら合体確率はかなり低くなること、逆に  $0.7 \leq r_p \leq 0.8$  でもランダム速度が小さければ合体確率は  $0.2 \sim 0.3$  であり、この場合合体を無視することはできること、等がわかる。

図 7 は図 5 と同様であるが  $\varepsilon_n = \varepsilon_n(v)$  とした場合の結果である。反発係数の速度依存性を考慮したため低速での衝突は弾性衝突に近くなり、全般的に合体確率の値は小さくなっている。次に図 8 は  $\varepsilon_n = \varepsilon_n(v)$  かつ  $\varepsilon_t = 0.6$  とした場合である。表面摩擦を考慮したことにより、図 7 より合体確率がやや高くなっていることがわかる。これらのこととは粒子同士の重力集積によるサイズ分布進化や aggregate 形成に影響を及ぼすと考えられる。