

大規模シミュレーションプロジェクト・成果報告書

土星リング-衛星系の力学進化と構造形成

研究分担者: 大槻圭史 (コロラド大学)

研究代表者: 井田茂 (東工大)

1. はじめに

土星リングには様々なスケールの微細構造が見られることが、探査機 Voyager の観測により明らかになった。本研究では、リング粒子の中に一つの衛星が置かれた場合の相互作用を調べ、衛星の摂動によって形成されるリング粒子の非一様分布と衛星質量の関係等を明らかにすることを目的とする。このような構造形成は、衛星の重力散乱による非一様分布形成と、リング粒子同士の衝突ならびに重力散乱による拡散で分布を一様化させようとする効果のつりあいで決まる。同様の構造形成 (gap 形成) は微惑星-原始惑星系でも見られる (Ida and Makino 1993)。以下では、まず §2 で、衛星の重力散乱による粒子軌道の変化について述べる。次に §3 で粒子ディスクの粘性について、粒子間の重力散乱のみを考慮した場合と、粒子間の重力散乱及び衝突の両者を考慮した場合について述べる。最後に §4 で、これらの結果に基いて得られる gap 形成条件について述べ、N 体シミュレーションの結果も示す。

2. 衛星の重力散乱による粒子軌道変化

ここでは三体問題軌道計算により、衛星による散乱の結果、粒子の軌道、とくに軌道長半径がどのように変化するかを調べる。軌道計算は Hill 近似 (例えば Nakazawa and Ida 1988) に基づく運動方程式を数値積分することにより実行する。

いま、衛星 (M) と粒子 (m) の軌道長半径をそれぞれ a_p 、 a とし、次式で定義される Hill 半径を R_H とする (M_c は 中心惑星の質量) ;

$$R_H = a_p \left(\frac{M}{3M_c} \right)^{1/3}. \quad (1)$$

そして、impact parameter $b = a - a_p$ を R_H で規格化したものを

$$\tilde{b} = (a - a_p)/R_H \quad (2)$$

とする。また、以下では衛星の軌道は円軌道であるとし、粒子軌道の離心率及び軌道傾斜角を

$$h_M = \left(\frac{M}{3M_c} \right)^{1/3} \quad (3)$$

で規格化したものを $\tilde{e}$ 、 $\tilde{i}$ で表す。一つの粒子の単位あたりの軌道角運動量の変化は

$$\Delta h = \frac{1}{2} \Omega a \Delta b \quad (4)$$

で与えられる（例えば Ida et al. 2000）。従って衛星の散乱による粒子の軌道長半径変化（ Δb ）を調べることで、衛星が粒子ディスクに与える角運動量を求めることができる。まず、衛星-粒子間の相互作用として衝突の効果を見捨て重力散乱のみを考える。これは惑星-微惑星相互作用の場合に相当する。

図 1.

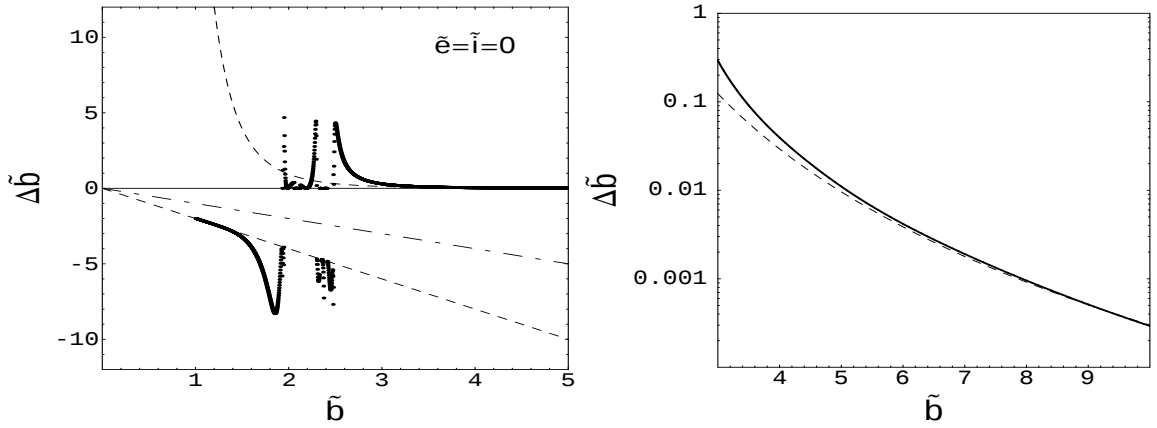


図 1 は、粒子が初期に円軌道を描いていた場合である。衛星の散乱による $\tilde{b}$ の変化（ $\Delta\tilde{b}$ ）を $\tilde{b}$ の関数としてプロットした。個々の小さな黒丸が、初期値 $\tilde{b}$ に対して軌道計算の結果得られた $\Delta\tilde{b}$ の値を表す。二つの破線は distant encounter（即ち、衛星と粒子が近づかないような散乱）の場合に解析的に得られる結果である（Hasegawa and Nakazawa 1990）。 b が十分小さいときには horseshoe orbit となり、この場合

$$\Delta\tilde{b} = -2\tilde{b} \quad (5)$$

である。一方、 b が十分大きいときの解析解は $\Delta\tilde{b} \propto \tilde{b}^{-5}$ となり、 $\tilde{e} = \tilde{i} = 0$ の場合、 $\tilde{b} > 5$ のとき軌道計算結果はこの解析解とよく一致することが確認できる（図 1(b)）。さらに図 1(a) の一点鎖線は $\Delta\tilde{b} = -\tilde{b}$ を表しており、この線より上なら散乱後 $\tilde{b}' > 0$ 、即ち衛星より外側の軌道にあった粒子は散乱後も衛星の外側にある。それに対してこの線より下では $\tilde{b}' < 0$ となり、散乱後の粒子軌道長半径は衛星の内側になる。また、図 1(a) で $\Delta\tilde{b} = 0$ 及

び $\Delta\tilde{b} = -2\tilde{b}$ で挟まれる領域に入れば $\Delta|\tilde{b}| < 0$ 、即ち衛星と粒子の軌道長半径の差は縮まるのに対し、 $\Delta\tilde{b} = 0$ より上、あるいは $\Delta\tilde{b} = -2\tilde{b}$ より下の領域に入れば $\Delta|\tilde{b}| > 0$ 、即ち衛星と粒子の軌道長半径の差は広がることになる。

図 1(a) より、 $\tilde{e} = \tilde{i} = 0$ の場合は全ての散乱で $\Delta|\tilde{b}| > 0$ となっていることがわかる。これはエネルギー保存より説明できる。即ち、重力散乱だけの場合、

$$E = \frac{1}{2}(\tilde{e}^2 + \tilde{i}^2) - \frac{3}{8}\tilde{b}^2 \quad (6)$$

という量が散乱の前後で保存されることが示せる（例えば Nakazawa and Ida 1988）。いま、初期に $\tilde{e} = \tilde{i} = 0$ であるから、散乱の結果、必然的に $\Delta\tilde{e}^2 > 0$ となる（平面問題なので $\tilde{i}$ はゼロのまま）。従って、 E が保存するためには $\Delta\tilde{b}^2 > 0$ 、即ち $|\tilde{b}|$ は必然的に大きくなる。

図 2.

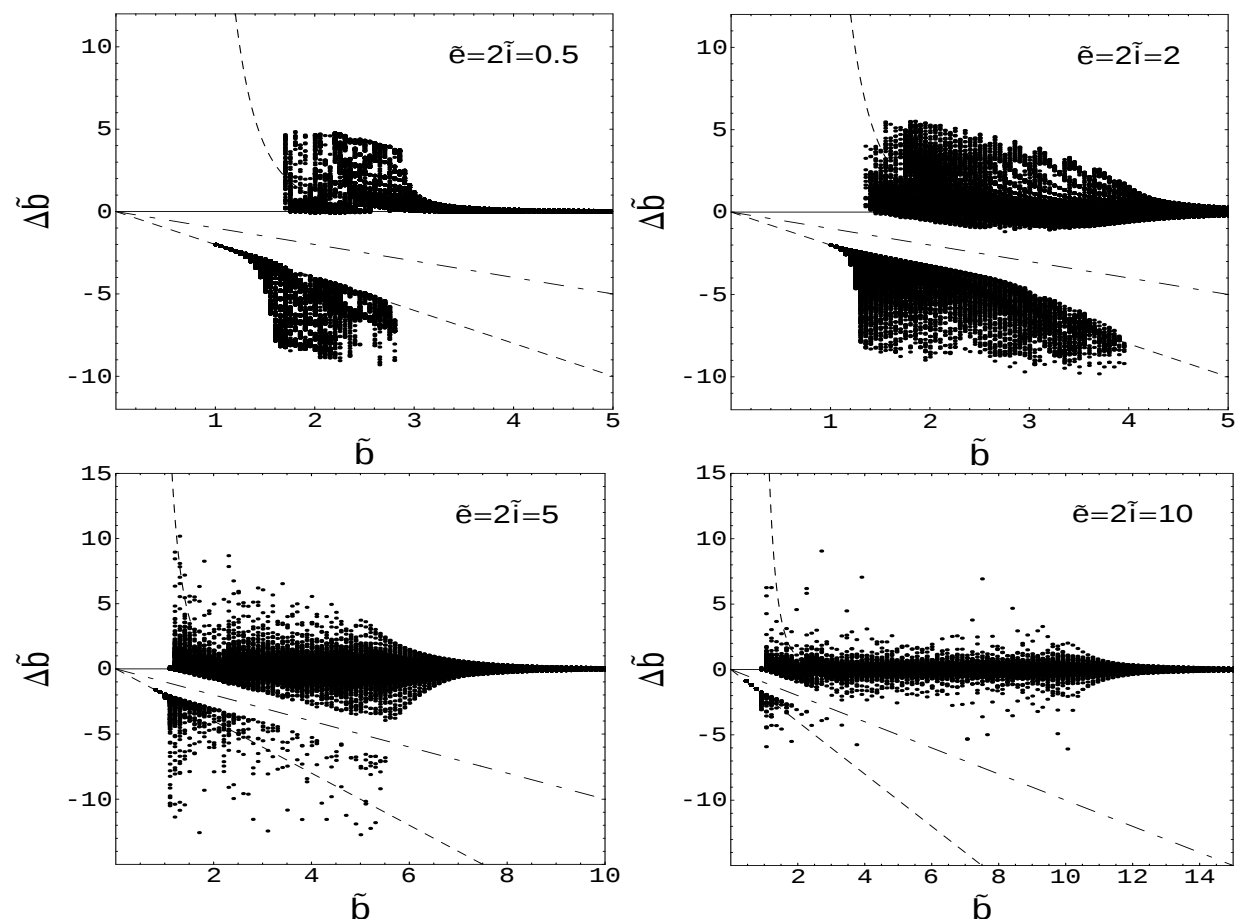
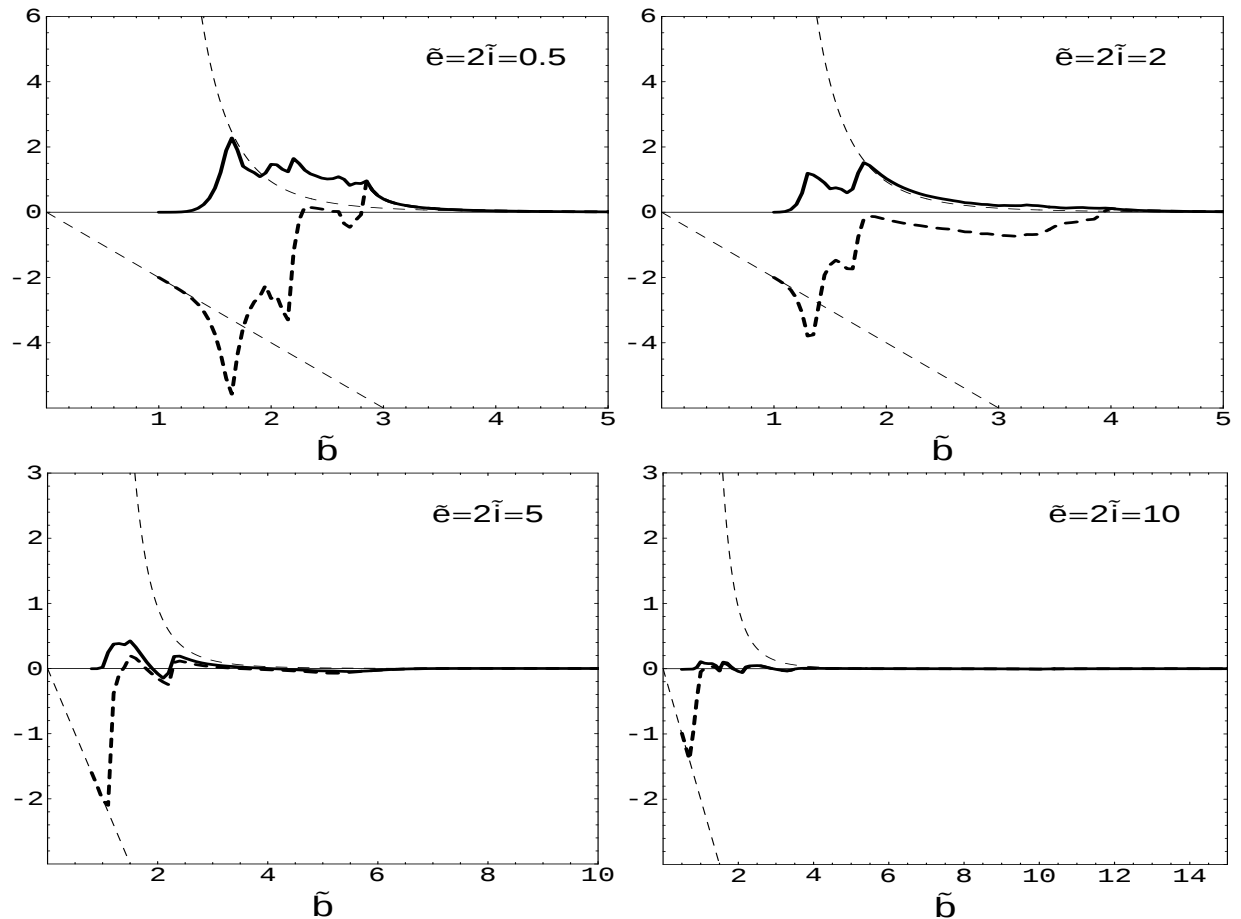


図 1 は平面かつ円軌道の場合であったが、図 2 に $\tilde{e} \neq 0$ ($\tilde{e} = 2\tilde{i}$) の場合の結果を示す。 $\tilde{e}$ 、 $\tilde{i}$ が小さい場合には、 $\tilde{e} = \tilde{i} = 0$ の場合と同様に、ほとんどの散乱で $\Delta|\tilde{b}| > 0$ （即ち、

$\Delta\tilde{b} = 0$ より上または $\Delta\tilde{b} = -2\tilde{b}$ より下) となる (図 2(a))。 $\tilde{e} = 2$ の場合、 $\tilde{e} = 0.5$ の場合と似ているが、 $\Delta|\tilde{b}| < 0$ となる散乱 (即ち、 $\Delta\tilde{b} = 0$ と $\Delta\tilde{b} = -2\tilde{b}$ に挟まれた領域に入るもの) もかなり見られる (図 2(b))。これは散乱前に $\tilde{e} = 2$ という離心率を持っていたため、 $\Delta\tilde{e}^2 < 0$ となるような散乱も多く起きるからである。 $\tilde{e} = 0.5$ と 2 の両方とも、一点鎖線 ($\Delta\tilde{b} = -\tilde{b}$) の上下の両方に点が分布しており、散乱後のテスト粒子の軌道長半径は衛星の外側にとどまるものもあれば内側に移動するものもあることを示している。それに対して $\tilde{e} = 5$ の場合、 $\Delta\tilde{b} = -\tilde{b}$ より下、即ち散乱後に $b' < 0$ となる軌道は急激に減少し、ほとんどの軌道が $b' > 0$ となる (図 2(c))。この傾向は $\tilde{e} = 10$ になるとより顕著になり、同時に、散乱による $\tilde{b}$ の変化は $\tilde{e}$ が小さい時に比べて小さくなる。図 2(a)-(d) で共通して言えるのは、 $\tilde{b} < \tilde{e}$ では close encounter が起きて $\tilde{b}$ が大きく変化するのに対し、 $\tilde{b} > \tilde{e}$ の "distant encounter" の領域では、 $\tilde{b}$ の変化は小さくなる、ということである。

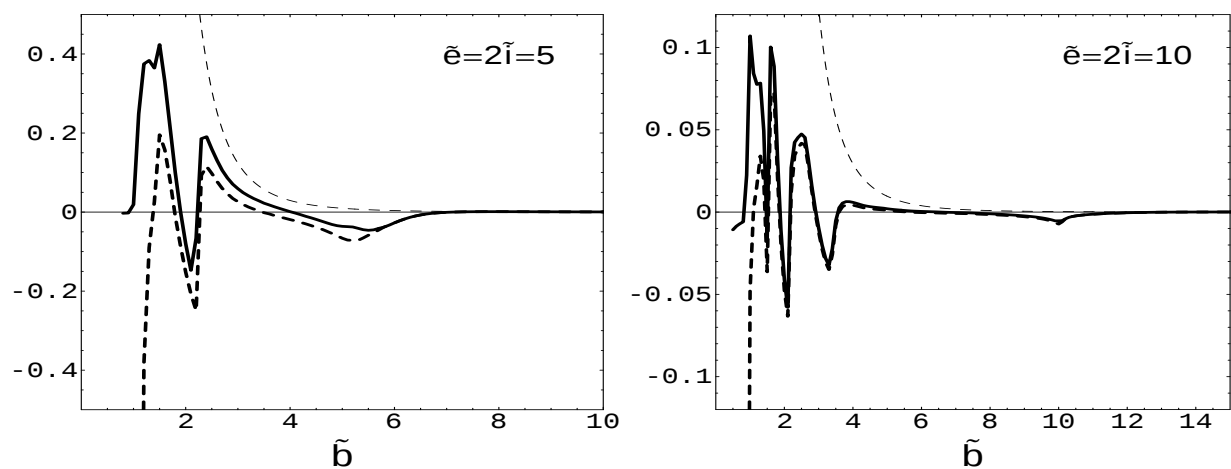
図 3.



各 $\tilde{b}$ についての $\Delta\tilde{b}$ あるいは $\Delta|\tilde{b}|$ を平均し、 $\tilde{b}$ の関数として表したのが図 3 である (図 4 は、 $\tilde{e} = 5$ および 10 についての拡大図)。太い実線は $\langle \Delta|\tilde{b}| \rangle$ 、太い破線は $\langle \Delta\tilde{b} \rangle$ 、そして細い破線は図 1、2 と同様、distant encounter に対する解析解を表している。まず全般的な傾向として、 $\tilde{b} < \tilde{e}$ の close encounter の領域では $\langle \Delta\tilde{b} \rangle < 0$ となるのに対して $\tilde{b} > \tilde{e}$ の

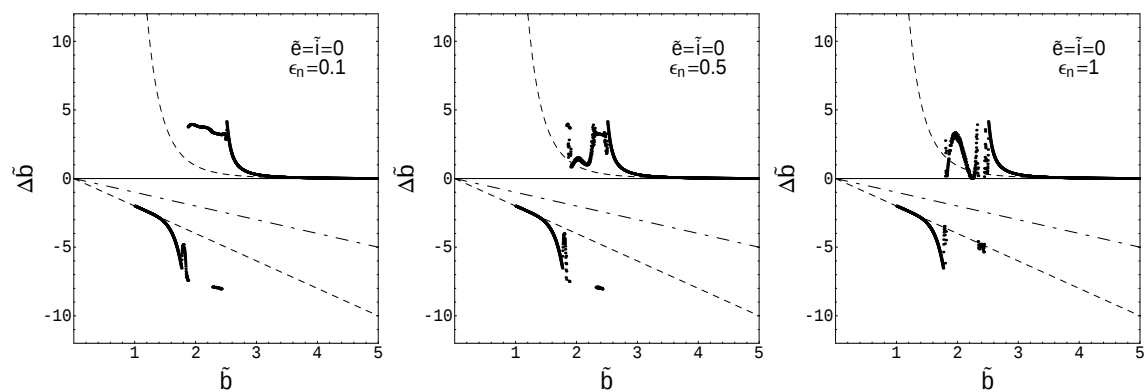
distant encounter の領域では $\langle \Delta \tilde{b} \rangle > 0$ となることが確認できる (Ida et al. 2000)。一方、 $\langle \Delta |\tilde{b}| \rangle$ の値を見ると、 $\tilde{e} < 2$ ではほぼ全領域で $\langle \Delta |\tilde{b}| \rangle > 0$ 、即ち散乱により衛星と粒子の軌道長半径の差は拡大し、gap を形成する傾向にあることがわかる。この傾向は $\tilde{e}$ がさらに大きくかつ $\tilde{b} \leq \tilde{e}/2$ 程度のときにも見られるが、 $\tilde{e}$ が小さいときに比べると $\langle \Delta |\tilde{b}| \rangle$ の値は小さくなる (図3)。そして $\tilde{e}$ が大きいとき $\tilde{e}/2 \leq \tilde{b} \leq \tilde{e}$ の close encounter の領域では $\langle \Delta \tilde{b} \rangle$ 、 $\langle \Delta |\tilde{b}| \rangle$ とも負となり、 $\tilde{b} > \tilde{e}$ の distant encounter 領域になるとまた正に転じる。従って、 $\tilde{e}$ がある程度大きくなった場合には形成された gap を安定に維持できるのは $|\tilde{b}| > \tilde{e}$ のときであり、このことより gap の幅が $2ae$ 程度となることが予想される。

図 4.



以上では相互作用として重力散乱のみを考慮し、衝突は考慮しなかった。粒子同士の衝突を考慮した場合、close encounter 領域に対しては衝突による軌道変化が重要となり、これは反発係数 ϵ_n に依存する。図5は $\tilde{e} = \tilde{i} = 0$ の場合について、3種類の ϵ_n に対する結果を示している。一方、distant encounter の領域では、衝突は起きないので基本的には上の重力散乱のみの場合の結果と同じである。

図 5.



3. 粒子ディスクの粘性

次に、粒子同士の衝突及び重力散乱による粒子ディスクの粘性について述べる。自己重力粒子ディスクの粘性に関する従来の研究では粒子間重力を無視した扱いがほとんどで、衝突と重力散乱の両方をきちんと考慮した扱いは Takeda and Ida (2001) 及び Daisaka et al. (2001) によってなされた。さらに最近、Tanaka et al. (2002) は、より簡単な方法で自己重力粒子ディスクの粘性を求める方法を導出すると同時に、粒子の面数密度が小さい場合に三体軌道計算の結果を使って粘性を求める方法も導いた。

Tanaka et al. (2002) によると、面数密度が小さい場合、粘性は次式を使って求めることができる:

$$\nu = \frac{1}{24} \langle R_{VS} \rangle \frac{\Sigma}{m} (h_m a)^4 \Omega. \quad (7)$$

ここに、 Σ 、 m は粒子の面数密度ならびに質量、 $\langle R_{VS} \rangle$ は三体軌道計算によって求められる量で、個々の衝突及び重力散乱による b^2 の変化 (Δb^2) を粒子ランダム速度の Gauss 分布も考慮して平均したもの、そして h_m は次式で定義される:

$$h_m = \left(\frac{2m}{3M_c} \right)^{1/3}. \quad (8)$$

図 6.

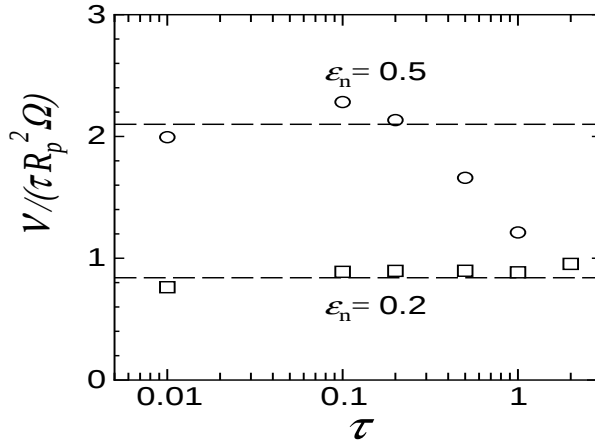


図 7.

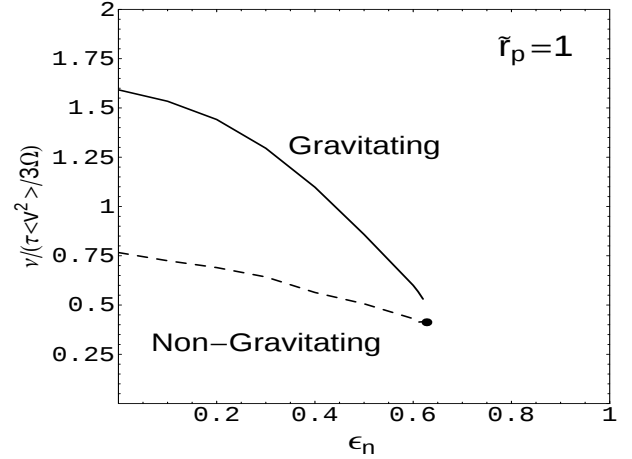
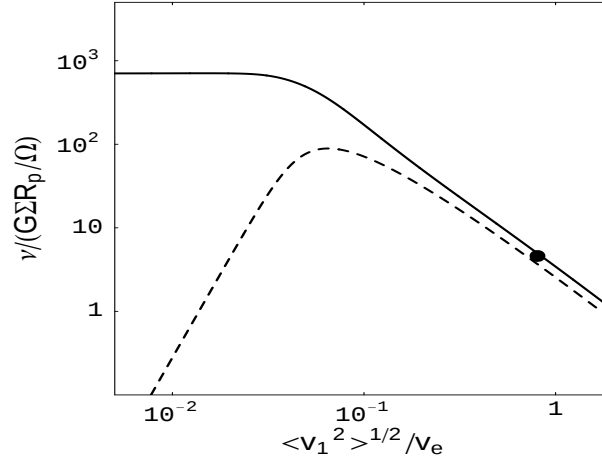


図 6 は、粒子重力を無視した場合について、(7) 式より求められた粘性 (破線) と N 体シミュレーションにより求められた粘性を比較したものである。これより、粒子重力を無視した場合には optical depth τ が 0.2 程度より小さければ三体軌道計算から粒子ディスクの粘性を求められることが確認できる。また図 7 は、三体軌道計算より求められる粘性 ν を $\tau \langle v^2 \rangle / 3\Omega$ で規格化したものを反発係数 ϵ_n の関数として表したものである ($\tilde{r}_p$ は粒子半径と Hill 半径の比)。粒子重力を考慮した場合 (実線) と無視した場合 (破線) の両方を

示している。これより、粒子間重力の効果は（平衡ランダム速度の値が小さくなる） ε_n が小さい場合により顕著であること、また ε_n が critical value (= 0.627) に近づくと両者の値は Ohtsuki (1999) の方法により解析的に求められる値 (0.413; 図7の黒丸) に近づくこと、等がわかる。

図 8.



次に図8は、粒子衝突を無視し、重力散乱だけを考慮して(7)式に基いて粘性を求めたもので、微惑星ディスクの粘性に対応する (Ohtsuki and Tanaka 2002)。1AU のところにある微惑星集団について $m = 9 \times 10^{24} \text{g}$ のときの粘性を $G\Sigma R_p/\Omega$ で規格化したものをランダム速度の関数としてプロットしている。実線は三体軌道計算から得られた結果であるが、これより、ランダム速度が小さく粒子の相対速度が Kepler shear によって決まるときには粘性はランダム速度に依らないのに対し、ランダム速度が大きいときにはランダム速度のほぼ2乗に反比例することがわかる。一方、太陽重力の効果は無視した二体近似のもとで粘性を求めた Stewart and Kaula (1980) の結果 (破線) 及び Hornung et al. (1985) の結果 (黒丸) も同時にプロットしてある。これより、ランダム速度が大きいときには、これら二体近似に基く結果も三体軌道計算に基く結果とほぼ一致するが、ランダム速度が小さいときには正しい結果を与えないことがわかる。

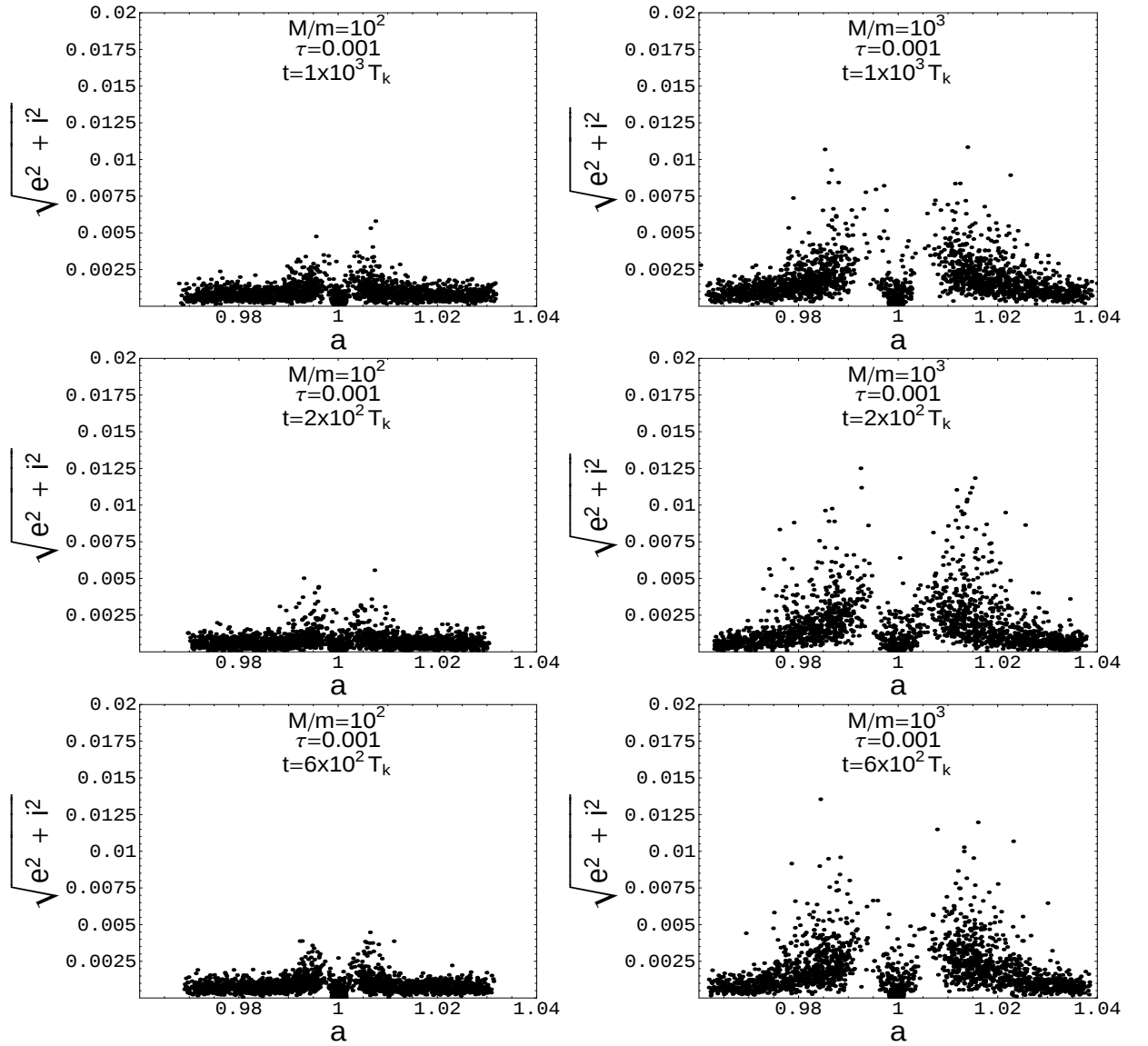
4. gap の形成

衛星の重力散乱により粒子を跳ね飛ばす効果が、粒子ディスクの粘性により粒子分布を一様化する効果を上回るとき、衛星のまわりに gap が形成される。形成された gap を維持するためには、衛星の distant encounter による粒子ディスクへの角運動量輸送が、粒子ディスクの粘性トルクを上回る必要がある。同様の考察により、ガスディスク中に置かれた惑星がガスを跳ね飛ばして gap を形成するための条件が求められる (Lin and Papaloizou 1993)。そこでは distant encounter による Δb の表式を使って、惑星からガスディスクに与えられる角運動量輸送率を求めているが、gap の内端は $b_{\text{gap}} = R_H$ (即ち $\tilde{b}_{\text{gap}} = 1$) で

与えられるとしている。しかし図 1、3、5 に示したように、粒子ディスクの場合、distant encounter の表式を $b = R_H$ ($\tilde{b} = 1$) にまで適用すると、 Δb を大幅に overestimate してしまうことになる。

そこで、 $b_{gap} = R_H$ とするかわりに §2 の考察にも基いて、 $b_{gap} \simeq ea$ (e は粒子の離心率) で与えられるとする (Ida et al. 2000)。例えば、惑星-微惑星系について上の仮定のもとで Lin and Papaloizou (1993) と同様の計算を行ない微惑星ディスクの粘性として §3 の結果を使うと、gap 形成条件として Ida and Makino (1993) の N 体シミュレーション結果をほぼ説明できる結果を得る。

図 9.



Ida and Makino (1993) が調べたのは粒子間衝突を無視した、惑星-微惑星ディスク系での gap 形成過程であった。それに対し、図 9 は、粒子間重力及び衝突を考慮した場合であり、衛星-リング系に相当する ($M_c = \text{土星質量}$ 、 $M = \text{衛星質量}$ 、 $m = 3.4 \times 10^{19} \text{g}$ 、 $\varepsilon_n = 0.3$ 、距離は $a = 8.3 \times 10^9 \text{cm}$ を単位としており、計算は GRAPE4 による)。この場合、gap は $M/m = 10^2$ のときにはできないが 10^3 になると形成される。図 10 は $M/m = 10^3$ の場合について粒子分布の時間変化をプロットしたものであり、gap が形成されていく過程を示している。また図 11 は粒子分布をいくつかの M/m についてプロットしたものである。これより、 M が小さい場合には衛星軌道付近では $N = 0$ とはならず、完全な gap は形成されないことがわかる。今後、さらに幅広いパラメータ範囲でのシミュレーションを実行し、上に述べた粘性等の結果とを組み合わせ、gap 形成条件等を詳しく調べる予定である。

図 10.

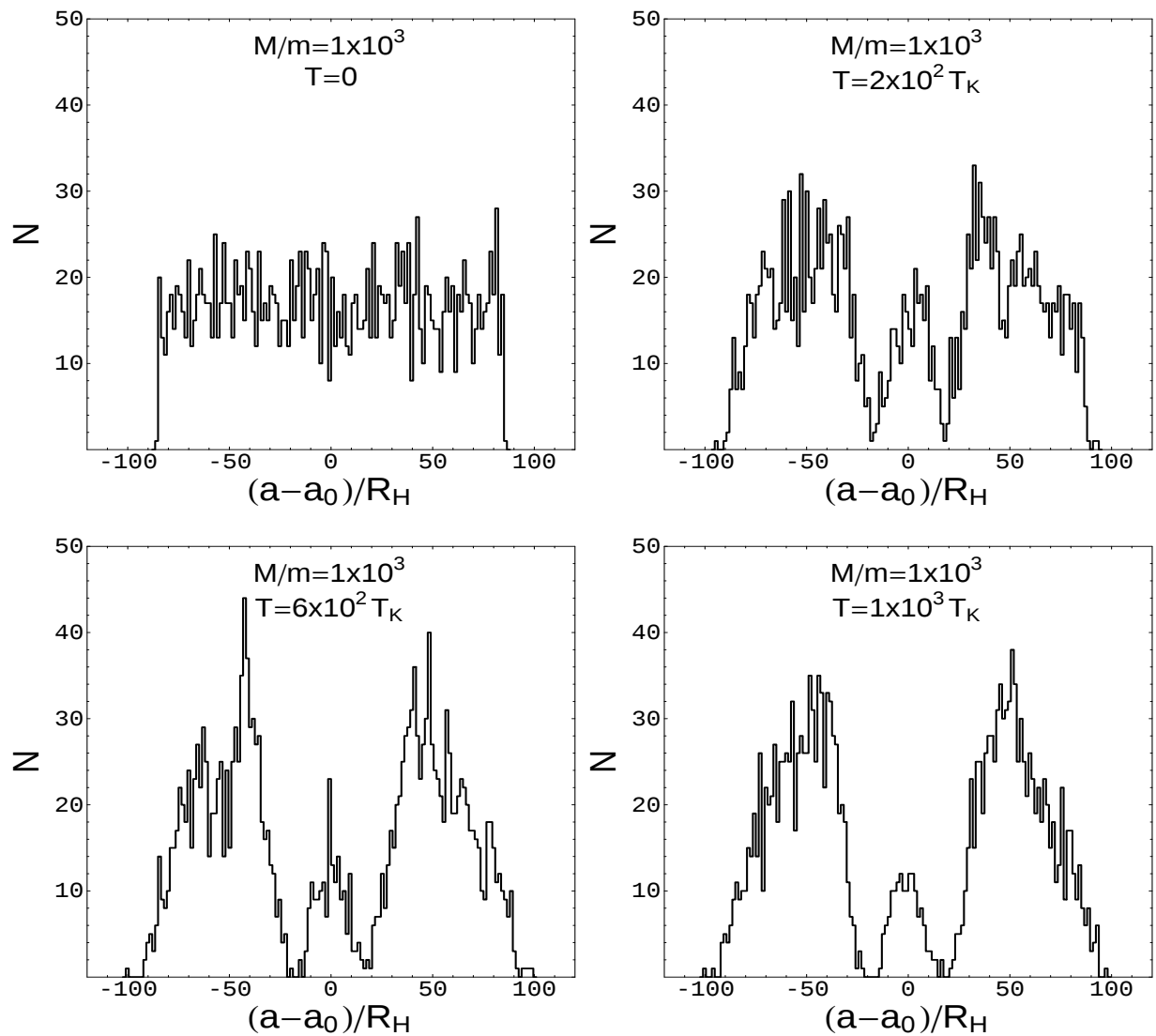
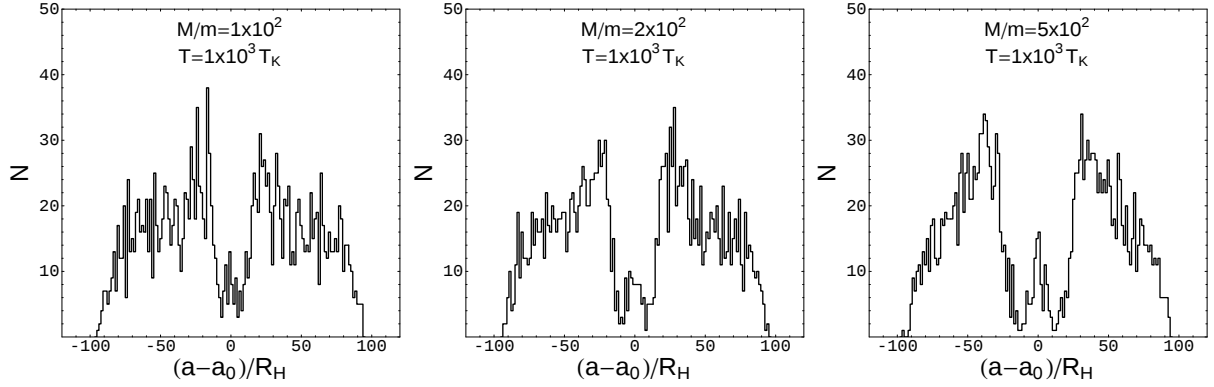


図 11.



REFERENCES

- Daisaka, H., H. Tanaka, and S. Ida 2001. *Icarus*, in press.
- Hasegawa, M. and K. Nakazawa 1990. *Astron. Astrophys.* 227, 619.
- Hornung, P., R. Pellat, and P. Barge 1985. *Icarus* 64, 295.
- Ida, S., G. Bryden, D.N.C. Lin, and H. Tanaka 2000. *Astrophys. J.* 534, 428.
- Ida, S. and J. Makino 1993. *Icarus* 106, 210.
- Lin, D.N.C and J.C.B. Papaloizou 1993. In *Protostars and Planets III* (Eds., E.H. Levy and J.I. Lunine; Univ. of Arizona Press), 749.
- Nakazawa, K. and S. Ida 1988. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 96, 167.
- Ohtsuki, K. 1999. *Icarus* 137, 152.
- Ohtsuki, K. and H. Tanaka 2002. In preparation.
- Stewart, G.R. and W.M. Kaula 1980. *Icarus* 44, 154.
- Takeda, T. and S. Ida 2001. *Astrophys. J.* 560, 514.
- Tanaka, H., K. Ohtsuki, and H. Daisaka 2002. *Icarus*, submitted.