

太陽ダイナモの高解像度MHDシミュレーション

政田洋平 (神戸大学 大学院システム情報学研究科計算科学専攻)

利用カテゴリ XT4B ・ 汎用 PC

今年度は以下の3つの課題に取り組み今後の太陽ダイナモ研究の発展に繋がる成果を得た。

1. マルチグリッド法のインヤン格子ダイナモコードへの実装 (主に汎用PCを利用)。
2. 太陽内部構造のダイナモコードへの組み込みとグローバル対流計算のテスト (XT4を利用)。
3. 高精度局所計算モデルを用いた太陽内部対流の研究 (XT4を利用)。

上記3つの課題で得られた成果について以下にまとめる。

■課題1： マルチグリッド法のインヤンコードへの応用。

1. 導入：太陽ダイナモシミュレーションの問題点

MHD方程式を陽的に離散化する際、時間刻み幅に対する上限を与えるのが、CFL条件である：

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} > C_s .$$

ここで C_s は音速、 Δt は計算の時間刻み幅、 Δx は計算格子の幅である。これはシミュレーションにおいて「情報が伝播する速さ」を「実際の現象で波や物理量が伝搬する速さ」よりも早くしなければならないという制約からくる条件である。この条件を破ると数値発散が生じ、物理的に意味のない解しか得られない。

太陽ダイナモのシミュレーション研究のボトルネックになっているのがこのCFL条件である。太陽内部のプラズマの運動速度は音速に比べて桁違いに小さい(3-4桁)ことが知られている。CFL条件は(MHD)流体シミュレーションの時間刻み幅を音速で制限するため、音速よりも極めて速度の遅いプラズマの運動にともなう物理現象の時間発展を物理的に意味のある時刻まで追うためには膨大な数の時間積分が必要になる。現状では、どんなに高性能な計算機を持ってしても、圧縮性MHD方程式の下では「現実的な」太陽ダイナモ計算は実現不可能である。太陽ダイナモのシミュレーション研究を推進するためには、プラズマの運動と音波の間に存在する数桁の速度の隔たりを解消する必要がある。

音速とプラズマの運動速度の間に横たわる速度のギャップを解消するための一つの手法が『低マッハ数近似』である。これは、音速 C_s に比べてプラズマの運動速度 V が十分に小さいという仮定のもと、マッハ数 $M=V/C_s$ の高次の項を落とすことで、ダイナミクスに対する音波の寄与が無視できる形にMHD方程式を近似する手法である。低マッハ数近似を施したMHD方程式を使用することで、系の時間発展を音速ではなくプラズマの運動速度で決まるCFL条件で解くことができるようになる。低マッハ数近似流体方程式は以下のように記述される：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{f}) - \nabla \pi + \rho \mathbf{g} , \\ \frac{\partial \rho h}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} h) &= \nabla \cdot \kappa \nabla T , \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \left[\frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial p}{\partial T} (\nabla \cdot \kappa \nabla T) \right] \equiv S .\end{aligned}$$

ここで π は、圧力 p をマッハ数で展開したときの、マッハ数の2乗に比例した摂動量である。つまり、

$$p(x, t) = p_0(t) + M p_1(t) + M^2 \pi(x, t) .$$

である。低マッハ数近似を施した『低マッハ数近似MHD方程式』を安定かつ高精度に解く計算コードを開発することが、太陽ダイナモのシミュレーション研究にとって必要不可欠である。

今年度は、上式の中に現れる速度場のポアソン方程式を高速に解くためのマルチグリッドソルバーを開発し、インヤン格子を用いたMHDシミュレーションコードへの実装を試みた。

2. 磁場ポテンシャルとインヤン格子

まず、マルチグリッド法のインヤン格子への適用実験を行った。インヤン格子を使ったマルチグリッド法の応用例として太陽や地球など磁場を持つ星の表面から無限遠に向かって伸びるポテンシャル磁場の解を反復解法を使って求めた。

星の外側の磁場 $\mathbf{B}$ ($r > 1$) は星の内部の磁場と連続的になめらかに接続しなければならないため、以下の条件を満たす必要がある：

$$\nabla \times \mathbf{B}_v = 0, \quad (r > 1) ,$$

B を磁場ポテンシャル ψ で表すと、

$$B = -\nabla\psi, \quad (r > 1),$$

となるので、 $\nabla \cdot B = 0$ より、ラプラス方程式

$$\nabla^2\psi = \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi = 0,$$

が得られる ($r > 1$)。ここで以下の変数変換を行う：

$$\zeta = 1/r,$$

この変換によって上記ラプラス方程式は以下のような ψ の2階偏微分方程式に書き換えられる [5]：

$$\left[\zeta^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi = 0, \quad (0 \leq \zeta \leq 1).$$

これにより、球面から無限遠までの問題を、単位球内部の有限範囲内の問題に焼き直すことが出来る。原点 $\zeta=0$ での値は、ポテンシャルが無限遠で0になるように $\psi(\zeta=0)=0$ を与える [5]。今回はこの単位球での2階偏微分方程式を、単純な球座標格子ではなく、インヤン格子を用いて解く。

インヤン格子とは、球座標キメラ格子で、イン格子とヤン格子と呼ばれる2つの格子が互いに部分的な重なりを許しながら球全体を覆う形となる [4]。この格子を用いることで通常の緯度経度格子法において問題となる座標特異点と、格子間隔の極端な不均一性という二つの問題を解消することができる。

具体的には、普通の球座標では高緯度部分において、グリッド間隔が極端に小さくなり、グリッドが密集してしまう。そのためCFL条件の空間刻み幅が小さくなり、それに伴って時間刻み幅に対する条件が厳しくなってしまう。一方、インヤン格子ではグリッドが密集する高緯度部分が無く、その部分はもう片方の格子の低緯度部分で補われているため、グリッドが極端に密集するという球座標特有の問題点が解消される。

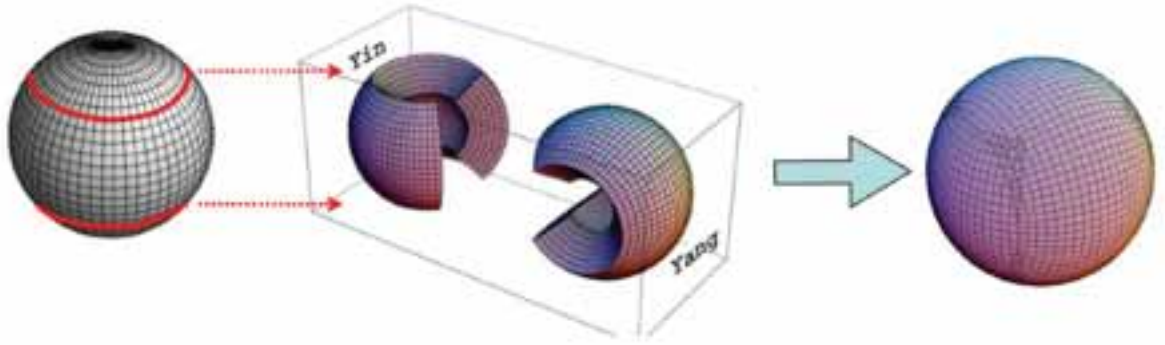


図1. Yin-Yang Grid adopted for our Multigrid Solar Dynamo Simulation Code. Yin-Yang Grid is proposed by Kageyama and Sato 2004.

イン格子とヤン格子それぞれの境界上の点は、それぞれ互いの格子の中に入り込んでいる。そのため境界上の点は、互いの格子を用いて相互補間を行うことで計算を進める [5]。つまり、マルチグリッド法でグリッドレベルを移動する前に、イン格子とヤン格子で相互補間を行う必要があり、これは本研究で解決すべき1つの問題点である。以下では、インヤン格子にマルチグリッド法を適用して上式を反復法によって解き、星のポテンシャル磁場を求める。

2.1. 結果：数値解と厳密解の比較

2.1a. 双極子磁場、四重極磁場

まず最も簡単な例として、双極子・四重極型の磁場ポテンシャルを求める。双極子・四重極型の磁場ポテンシャルは解析的に

$$\psi_{\text{exact}}(r, \theta, \phi) = c \frac{\cos \theta}{r^2}, \quad \psi_{\text{exact}}(r, \theta, \phi) = c \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2r^3},$$

で与えられる。ここで c は比例定数であり、今回は $c=1$ を用いている。この磁場ポテンシャルの厳密解を用いて球面境界上 ($r=1$) の値を与え、数値解 ψ と厳密解 ψ_{exact} を比較する。今回の計算で使用した格子数は $(r, \theta, \phi) = 65 \times 99 \times 291$ である。図2と図3は磁場ポテンシャルの数値解と厳密解の $\phi=0$ での断面図である。数値解の断面図では計算領域を灰色で塗りつぶしている。これより半径が1以上の領域のみ計算されていることがわかる。2つの図の比較から、数値計算によって得られた磁場は双極子磁場の厳密解と高い精度で一致していることがわかる。

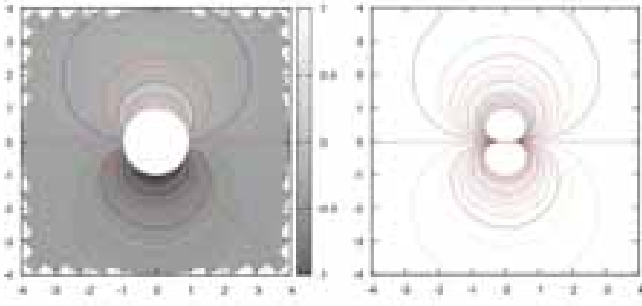


図2. Numerical v.s., Analytic Solutions for Dipole.

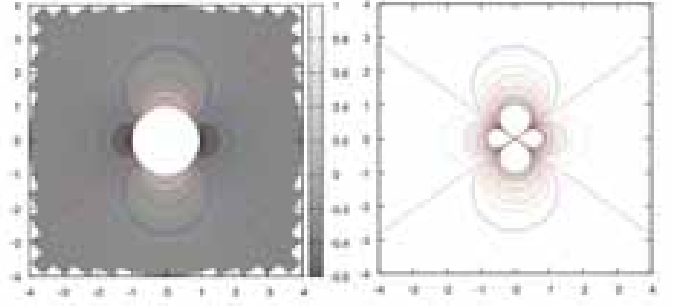


図3. Numerical v.s., Analytic Solutions for Quadrupole.

2.1b 天体への応用（地球、天王星、海王星）

双極子と四重極子型の磁場ポテンシャルの数値実験で、マルチグリッド法をインヤン格子に適用しても反復計算により高い精度で解が得られることがわかった。応用として、実際の天体（地球、天王星、海王星）の磁場構造を、インヤン格子上で反復計算にマルチグリッド法を適用して、数値的に再現する。

初期値には地球の磁場ポテンシャル値を与える。式は以下の形になる：

$$\psi(\theta, \phi, t) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n [g_n^m(t) \cos(m\phi) + h_n^m(t) \sin(m\phi)] S_n^m(\cos \theta) .$$

ここで g_n^m, h_n^m は観測データから与えられる振幅であり、今回用いた値は Macmillan & Maus (2005) を参照。また S_n^m は以下の式で定義されるシュミットの半規格化ルジャンドル陪関数：

$$S_n^m(x) = \begin{cases} (-1)^m \sqrt{\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(x) & (m > 0) \\ P_n(x) & (m = 0) , \end{cases}$$

ここで、

$$P_n^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) ,$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \left[\frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n \right] .$$

である。インヤン格子で離散化された星の表面に、観測から得られた磁場ポテンシャルを与え、無限遠で0に接続する磁場構造をマルチグリッド法で求めた結果を図4に示す。図2, 図3と同様 $\phi = 0$ での断面図の磁場ポテンシャルの等高線を表示している。双極型の磁場成分の寄与が強いが、中心部分は完全な双極型ではない。また、磁軸がわずかに斜めに傾いているのが見て取れる。

次に極めて複雑な磁場構造を持つことで知られる天王星と海王星の磁場をマルチグリッドインヤン格子で再現する。天王星、海王星の磁場ポテンシャルは先程と同様の式で表されるが、 g と h の値（観測量）が異なる。本研究で用いた $n=3$ までの値については Stanley & Bloxham (2006) 参照。反復計算の結果得られた天王星と海王星の磁場構造の可視化結果を図5に示す。いずれの磁場構造も、双極子構造からはかけ離れた多重極成分の重ね合わせから成っていることがわかる。

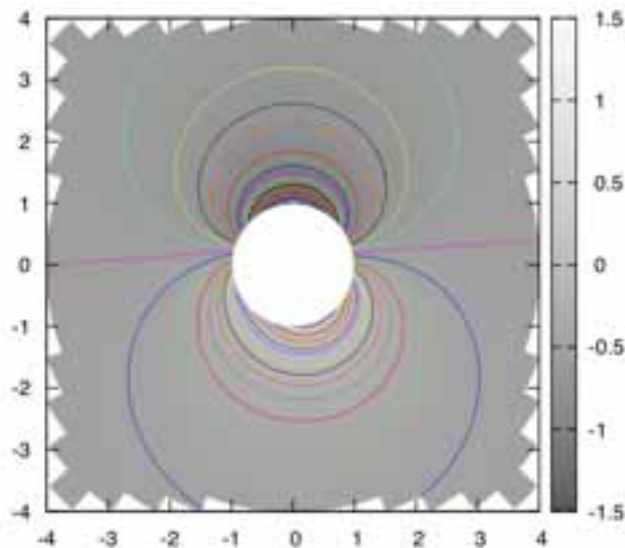


図4. Geomagnetic field obtained on Yin-Yang grid by using MultiGrid iteration.

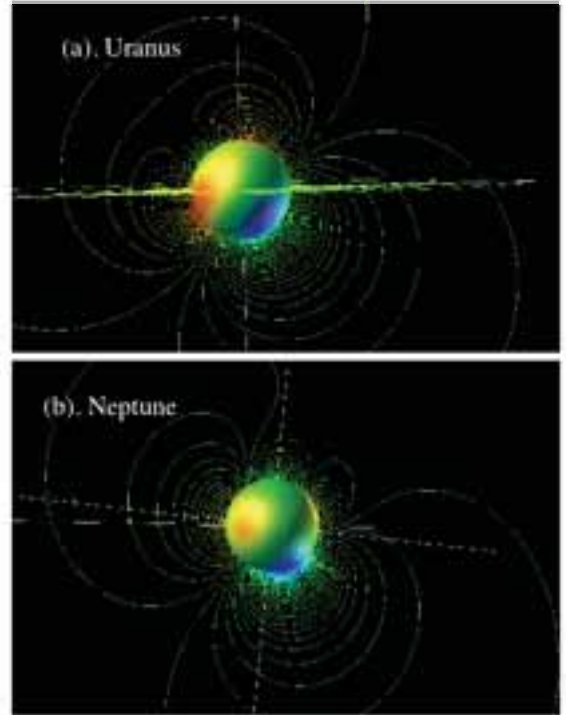


図5. AVS visualization of magnetic field for Uranus (upper panel) and Neptune (lower panel).

2.2. 計算性能の比較

表1と図6に双極子型-地球磁場をヤコビ法のみで計算した場合にかかった時間と、ヤコビ法にマルチグリッド法を適用して計算した場合にかかった時間を比較した。全ての磁場形状でマルチグリッド法を用いたほうが計算時間が短くなっていることがわかる。また計算対象によって減少率に差が現れている。その差は八重極型で最大で、ヤコビ法のみの場合と比べておおよそ29倍の加速を実現している。また、双極型、地球磁場型の計算では他の二つに比べるとあまり計算速度が向上していない。これは双極型の初期値($\propto \cos \theta$)が低周波な波であったため、最も粗いグリッドで計算しても、マルチグリッドを使った効果を最大に得られることが出来なかったためであると推測される。

	双極	四重極	八重極	地球磁場型
Jacobi	18110	11899	8636	19363
MultiGrid	3041	494	297	3203
Jacobi/MutiGrid	5.9552779	24.087045	29.077441	6.0452701

表1. The comparison of convergence performance [sec].

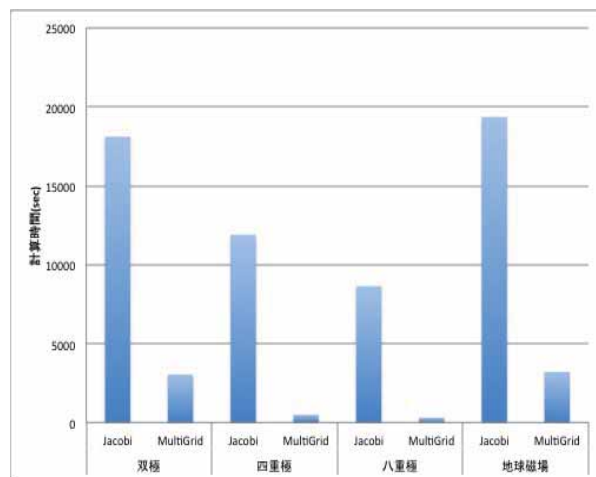


図6. The comparison of convergence performance.

3. 「課題1：マルチグリッド法のインヤンコードへの応用」の成果まとめ

太陽ダイナモシミュレーションのボトルネックになっているのが、CFL条件に由来する時間刻み幅の制限であり、現実的な時間積分回数で太陽ダイナモ現象を解像するためには、太陽内部の流体速度と音速の間にある3-4桁の速度のギャップを埋める必要がある。つまり、流体速度で決まる長い時間刻み幅で時間積分できるように新しいダイナモ計算コードの開発が不可欠である。

音波のダイナミクスへの寄与を除去する方程式として、低マッハ数近似MHD方程式が知られている。現在我々は、インヤン格子を用いて低マッハ数近似MHD方程式を解く、新しいダイナモシミュレーションコードの開発を進めている。本課題では、低マッハ数近似MHD方程式の中に現れる速度場のポアソン方程式を高速に解くためのマルチグリッドソルバーを開発し、インヤン格子への適用実験を行った。

今回行ったマルチグリッド法の適用実験では、星の表面から出て無限遠でゼロに漸近するポテンシャル磁場を記述するポアソン方程式を、インヤン格子上で数値的に解くことを試みた。本研究の結果、マルチグリッド法を用いたヤコビ法で解くことで、双極型、四重極型、そして観測的に得られた地球磁場や海王星、天王星の磁場を数値的に再現することに成功した。また、ヤコビ法のみでポテンシャル磁場を計算した場合と比べて、計算速度がおおよそ6~29倍に向上することを確認した。

■課題2:：太陽内部構造のダイナモコードへの組み込みとグローバル対流・ダイナモ計算のテスト

課題2では、太陽の対流・ダイナモ現象のグローバルシミュレーションを行うために、まず初期条件を計算コードに実装し、静水圧平衡および対流のテストを行った。太陽内部をポリトロプ気体でモデル化すると、静水圧平衡を満たす温度 T 、密度 ρ の分布は (Kopyla et al. 2008参照)

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{|g|}{\alpha c_v (\gamma - 1)(m + 1)}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{\rho g}{\alpha c_v (\gamma - 1)T} \left(\frac{m}{m + 1} \right),$$

ここで本研究でモデル化する領域は、**0.6太陽半径から0.7太陽半径までの放射層と、0.7太陽半径から1.0太陽半径までの対流層である**。上式の g は重力 γ は比熱比、 C_v は定積比熱、 m はポリトロプ指数であり、放射層では**3**、対流層では**1**に設定している。圧力 P の初期条件は、理想気体の状態方程式に上記の温度 T と密度 ρ を代入して求める。

上で求めた圧力 P 、密度 ρ 、温度 T の初期条件を図1に図示する。図1の赤線は温度分布、緑と青線はそれぞれ密度と圧力の分布である。また、図2(a)-(c)は Yin 格子上の物理量の初期分布を3次元的に可視化したものである。内側ほど温度、密度、圧力ともに高い分布になっている。

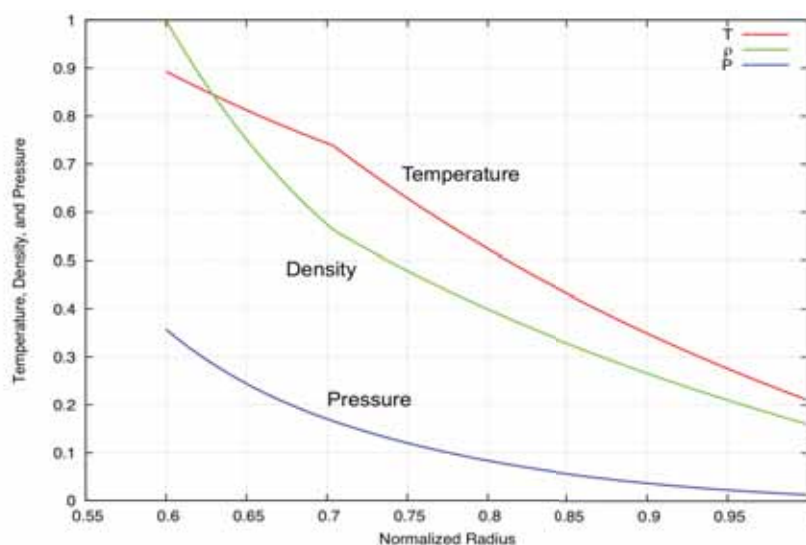


図1. Solar internal structure model we adopted.

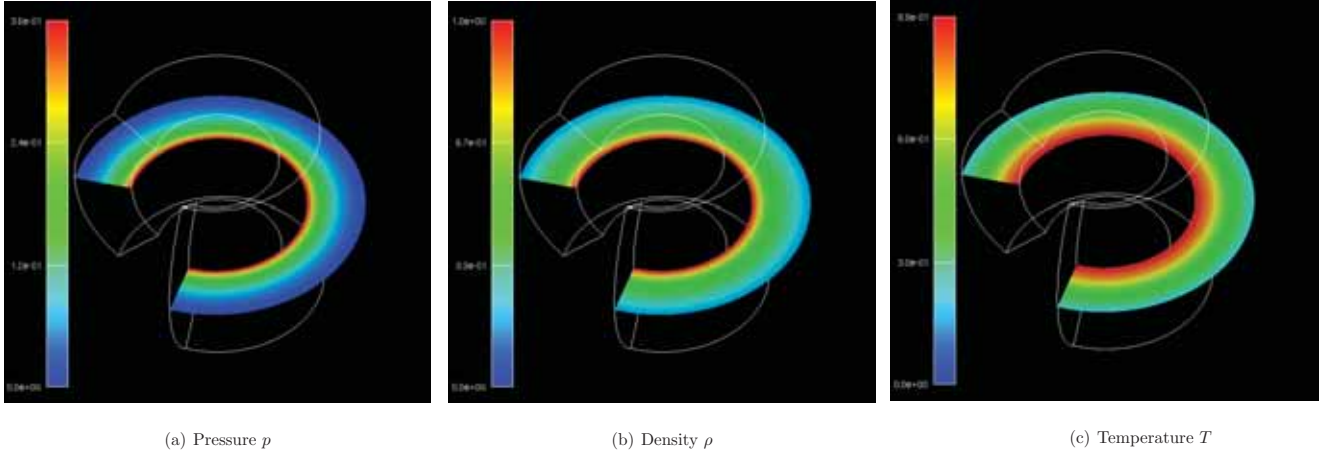


図2. Solar internal structure model we adopted (3D visualization).

我々が採用したポルトロープモデルでは、太陽内部の温度分布は上述した温度勾配の式に従う。そのため表面温度 T_{top} を変化させることで、温度の絶対値を任意に決めることができる。今回の計算では、

$$\xi = \frac{c_v(\gamma - 1)T_{top}}{GM/R},$$

を使って T_{top} を設定した。ここで ξ は太陽表面の熱エネルギーと重力エネルギーの比で、無次元パラメータである。以下のテスト計算では $\xi=0.084$ を用いている。

表面温度を変えることで、温度分布は変化する。表面温度をfiducial modelの1倍、0.25倍、0.1倍、0.05倍、0.01倍と変化した時の、内部温度分布の応答を調べた結果を図3に示す。図から表面温度を小さく設定すると、0.9太陽半径を超えた辺りで温度勾配が急になることがわかる。現実の太陽内部は、以下のテスト計算で用いた表面温度 T_{top} の0.01倍に近い値になっていることが知られており、より現実的な温度分布を使ったシミュレーションを進めることも 今後の課題の一つである。

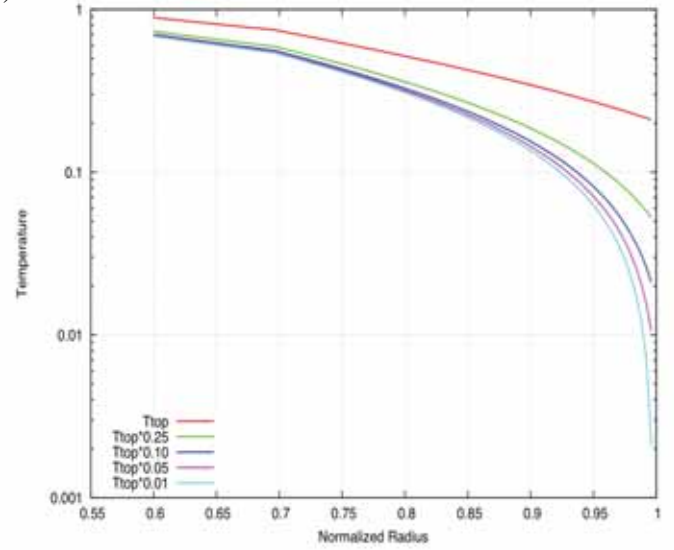


図3. Temperature distributions for different ξ parameters.

※テスト1: 静水圧平衡

太陽内部の対流を物理的に正しく解くためには、まず無摂動状態において（十分な時間）静水圧平衡が保たれている必要がある。静水圧平衡のテストを行うことで、本研究で採用した太陽の内部構造モデルや、境界条件等の計算設定が正しいことを確認できる。このテストでは半径方向のグリッド数を101、余緯度方向のグリッド数を51に設定している。また、計算ステップ数は20000ステップまでとした。

図4に温度の空間分布の時間進化を示す。図の(a)は0ステップ目、(b)は10000ステップ目、(c)は20000ステップ目の空間分布に対応している。図の比較から、物理量の空間分布が時間発展をしておらず、静水圧平衡な太陽内部の物理量分布が計算機上で実現していることがわかる。

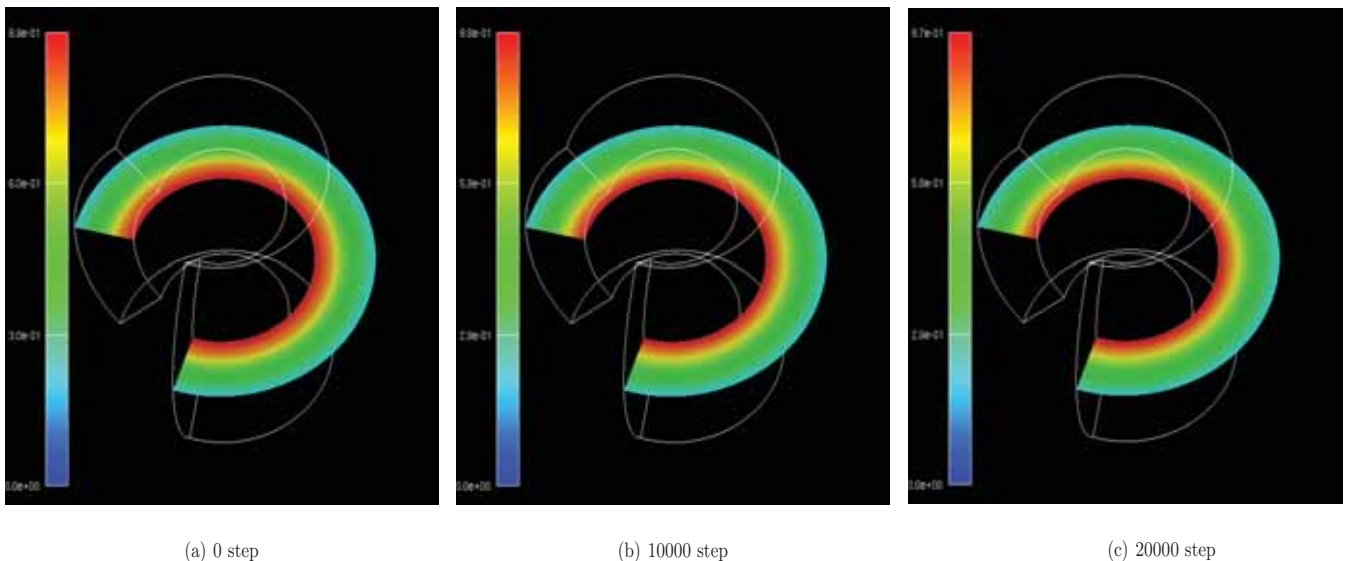


図4. Time evolution of the temperature distribution adopted in our numerical models.

※テスト2: 対流

次に、テスト1で確認した静水圧平衡状態に摂動を加え、太陽内部の対流の発現をテストした。本計算では圧力に摂動を加えることで対流を駆動している。グリッド数はテスト1と同様に、半径方向のグリッド数を101に、余緯度方向のグリッド数を51に設定し、時刻 $t=10$ までシミュレーションを行った。

図5に時刻 $t = 0, 2, 4, 6, 8, 10$ における速度場の3次元分布の可視化結果を示す。時間の経過とともに、対流層に相当する領域でセル状の対流構造が発達しているのがわかる。隣り合うセルの流れの向き(渦の向き)は逆転していて、 $t = 10$ の時の対流速度の絶対値は $O(10^{-2})$ になっている。これは混合距離理論から予言される対流速度とほぼ同等である。また、対流の形成にともない速度場が変化する一方、密度の分布はほとんど変わらない(図はここでは非掲載)。これは対流に起因した密度の変動が極めて小さく、背景の密度構造は大きな影響を受けないことを意味している。つまり対流が起きている状態でも、静水圧平衡をほぼ保った状態の内部構造が保たれている。図5の下段には、飽和状態における対流の速度ベクトル分布を示している。計算機上で極めて複雑な対流構造が形成・維持されていることがわかる。

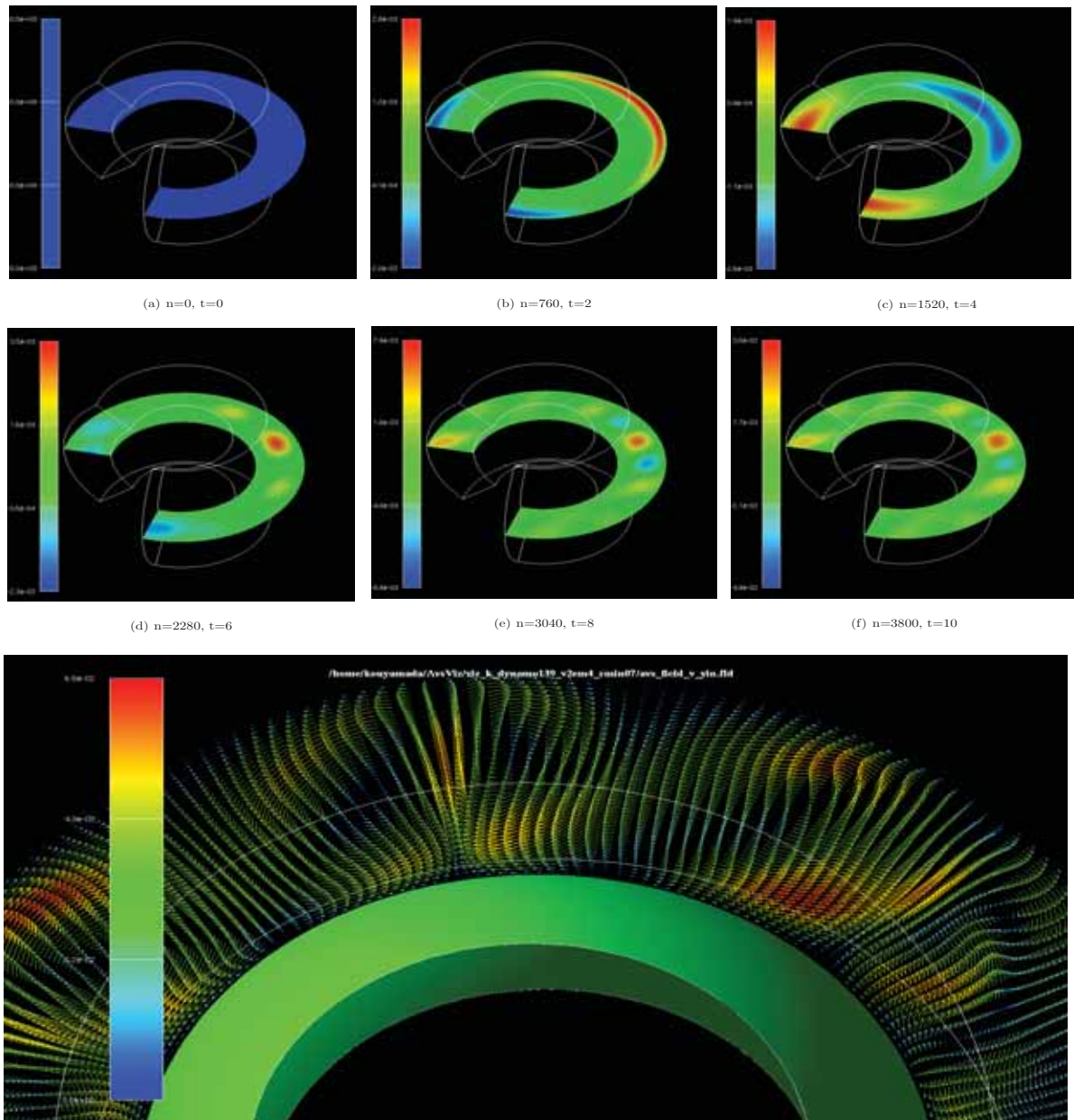


図5. Time evolution of the velocity distribution in the solar interior on Yin Grid. Convection is derived and maintained.

「課題2：太陽内部構造のダイナモコードへの組み込みとグローバル対流計算のテスト」の成果のまとめ

本課題では、近似的にポリトロブ構造で記述される太陽内部構造のモデルをインヤン格子を用いたダイナモ計算コードに組み込み、静水圧平衡および対流のテスト計算を行った。まず静水圧平衡のテストでは、長時間安定に平衡状態が保たれることを確認した。また、対流のテスト計算では、太陽内部対流の発現から、定常状態に至るまでの時間発展を追尾することに成功した。得られた対流速度は、混合距離理論から予言されるものと「ほぼ」同等であり、これはシミュレーション結果として得られた対流が物理的に正しいことを支持するものである。現在、本課題で有効性を検証したインヤン格子を用いた対流・ダイナモ計算コードで、より現実的な太陽内部のダイナモシミュレーション研究を進めている。

■課題3：高精度局所計算モデルを用いた太陽内部対流の研究。

ダイナモを駆動する『太陽対流層』と『地球外核』は同じ回転球殻MHD系である。その一方、地球磁場は非周期的な逆転を示すのに対し、太陽磁場は11年周期で反転することが知られている。両者の違いを生む一つの要因として注目されているのが、太陽の対流層底部（対流層-放射層境界）に存在する対流安定な速度勾配層（=タコクライン層）である。この層では磁気浮力が抑制されるため、 Ω 効果による安定かつコヒーレントな磁場増幅が起こると信じられている（Parker 1993; Dikpati & Gilman 1998）。また、太陽の内部回転分布の形成・維持にとっても、タコクライン境界層が重要な役割を果たしていることが示唆されている（Rempel 2005; Miesch et al. 2006; Masada 2011）。タコクライン層のMHD現象を理解し、太陽ダイナモの本質に迫るために、我々は以下の2つのアプローチで研究を進めている：

- (a). 放射層から対流層までを首尾一貫して解く、グローバルな太陽ダイナモ研究。
- (b). 放射層と対流層をモデル化し、局所高解像度モデルを用いて詳しい物理を調べる研究。

(a)のアプローチは、上述した課題1と課題2に関するものである。ここでは(b)のアプローチについて、研究成果をまとめる。

(1). 計算モデルの構築

対流層と放射層の境界で生じるMHD物理現象を詳しく解像・調査するためには、グローバルな計算モデルでは空間分解能が不十分であり、局所モデルが有用である。局所計算を行うためのモデルは、Brandenburg et al. (1996), Kopyla et al. (2004), (2008)を参考にして構築した（図1参照）。太陽内部の局所領域を切り出し、計算領域内に放射層、対流層、冷却層の3層をポリトロップ構造でモデル化する。モデル大気の内エネルギー（温度）と密度は、以下の式で記述される：

$$\begin{aligned} e(z_0 \leq z \leq z_1) &= e_0, \\ e(z_1 < z \leq z_2) &= e_1 + \frac{g(z-z_1)}{(\gamma-1)(m_2+1)}, \\ e(z_2 < z \leq z_3) &= e_2 + \frac{g(z-z_2)}{(\gamma-1)(m_3+1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho(z_0 \leq z \leq z_1) &= \rho_0 \exp\left\{\frac{g(z-z_0)}{(\gamma-1)e_0}\right\}, \\ \rho(z_1 < z \leq z_2) &= \rho_1 \left[1 + \frac{g(z-z_1)}{(\gamma-1)(m_2+1)e_1}\right]^{m_2}, \\ \rho(z_2 < z \leq z_3) &= \rho_2 \left[1 + \frac{g(z-z_2)}{(\gamma-1)(m_3+1)e_2}\right]^{m_3}. \end{aligned}$$

ここで e は内部エネルギー、 ρ は密度である。 m はポリトロップ指数で、冷却層（対流安定）と対流層では $m=1$ 、放射層（対流安定）では $m=3$ の構造を採用する。重力加速度 g は一定値を用いる。速度の境界条件は、滑り無し境界、放射層の底では温度勾配一定、対流層表面では温度一定の境界条件を課す。磁場は開放境界条件を課す。右図は静水圧平衡のテスト結果である。 z 方向の密度分布を表し、線種の違いは時刻の違いである。静水圧平衡が十分長い時間保たれていることがわかる。

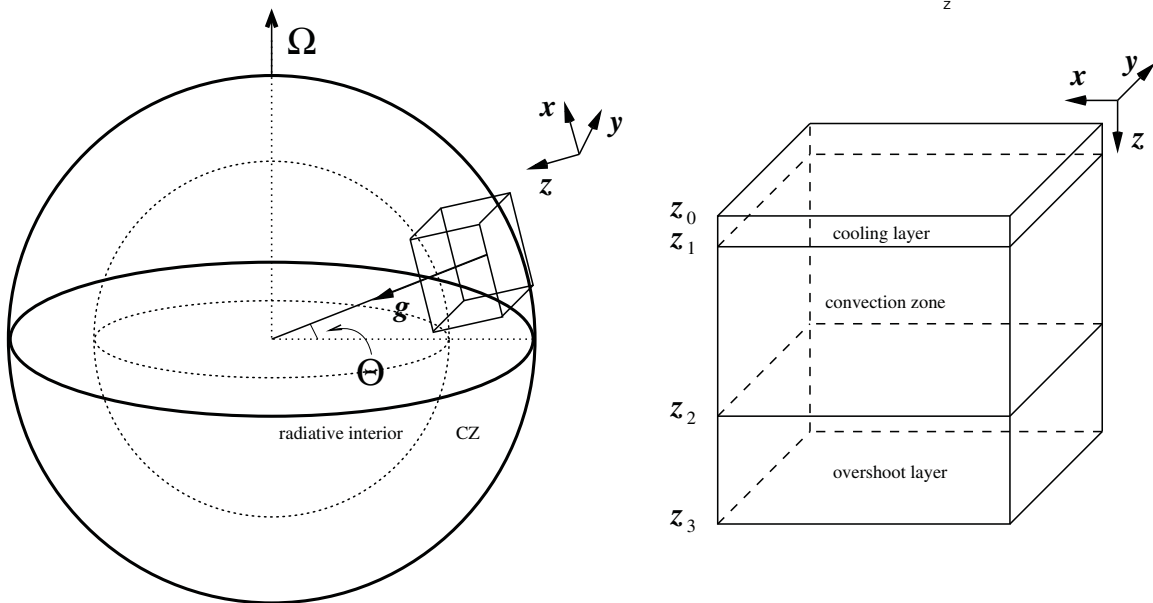
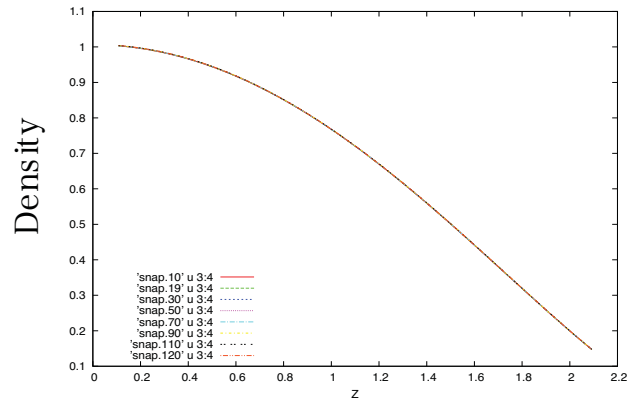


図1. Computational model which consists of cooling layer, convection zone and radiative zone, we adopted.

(2) 2次元の対流テスト：

まず2次元の対流計算を行った。グリッド数は $N_x=32$, $N_z=64$ である。対流層のみに摂動を与えることで対流が発現する。図2が運動エネルギー（対流エネルギー）の時間発展である。時間は自由落下時間で規格化されている。初期の指数関数的成長フェーズの後、対流が準定常な飽和状態に達していることがわかる。

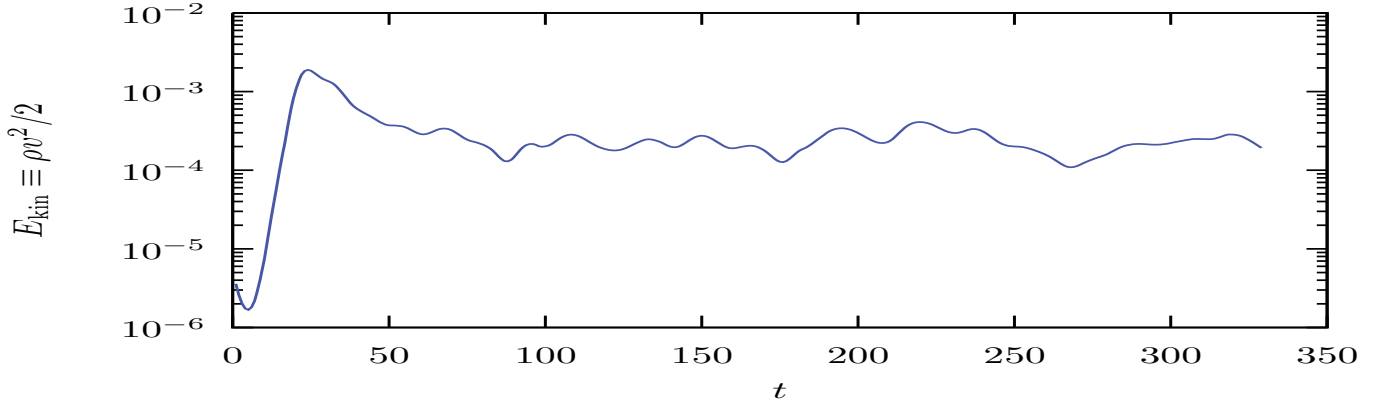


図2. Time evolution of convective energy for the 2D local model with $N_x=32$, $N_z=64$.

時刻 $t=0, 20, 40, 60, 70, 130, 240, 290, 310$ での速度の z 成分の空間分布（子午面分布）を描かせると図3のようになる。対流層に与えた白色摂動が成長し、セル状の対流構造が発達する。 $t=50$ でほぼ定常状態に到達していることが図からもわかる。各図の下部は対流安定な放射層に相当するが、その上部まで対流がしみ出していることがわかる。これは、よく知られた対流のpenetrationと呼ばれる現象であり、penetrationまで含めた太陽対流層の対流の性質が、本研究で用いた計算コードでよく再現されていることがわかる。また、対流が発達するのに十分な時間、計算コードが安定であることも確かめられた。

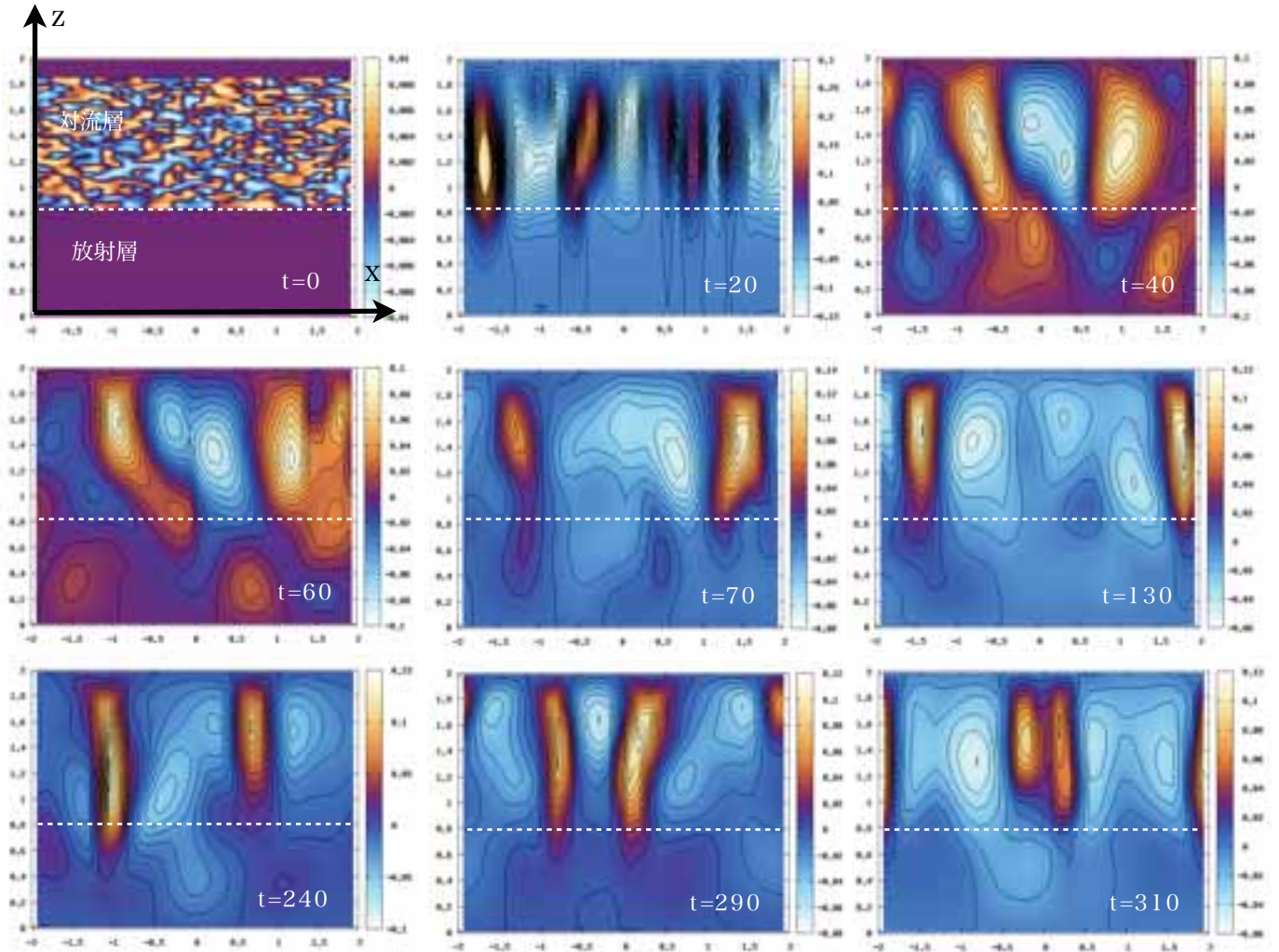


図3. Time evolution of the vertical convective velocity V_z on the meridian cutting plane.

(3) 3次元の対流テスト：2次元計算との比較と対流構造

次に、3次元対流のシミュレーション ($N=64^3$) を行い、2次元モデルの結果と比較した。図4は対流エネルギーの時間発展を示しており、黄線が3次元モデル、青線が2次元モデルで得られた結果である。初期の対流エネルギーの指数関数的フェーズはほぼ似た発展を示すが、飽和した後、準定常状態での対流エネルギーは、2次元と3次元のモデルで大きく異なることがわかる (3次元モデルの方が飽和値が大きい)。また、2次元モデルでは準定常状態で激しい振動が起こるのに対し、3次元モデルは比較的穏やかに発展する。この図から、太陽内部の対流を調べる上で3次元計算が極めて重要であることがわかる。

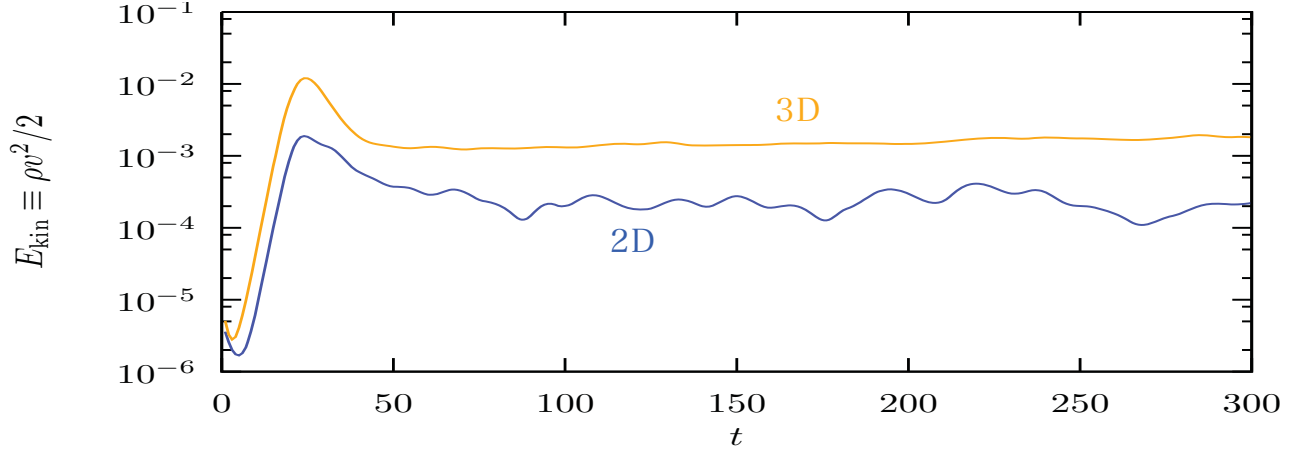


図4. Time evolution of convective energy for the 2D (blue) and 3D (yellow) local models.

図5は対流層表面 (x - y 断面@ $z=0.1$) での z 方向の対流速度分布の時間発展をカラーコントアで表示したものである ($t=0,20,40,60,80,100$)。ただし、この図は、 $N_x \times N_y \times N_z = 128 \times 128 \times 256$ の計算モデルで得られた結果を示している。黄色が下降流、青色が上昇流を表している。2次元のモデルと同様、 $t=50$ でほぼ飽和状態に達している。飽和状態に達した後の対流構造は、細いdownflow laneと広いupflow regionからなるネットワーク (網目) 状である。本計算の結果得られた対流構造は過去の研究からも良く知られたものであり、我々のシミュレーションおよび計算に使用している計算コードの有効性を支持する結果だと言える。

図6は我々の局所対流計算の3次元可視化結果である (格子数は $128 \times 128 \times 256$)。narrowなdownflow laneとbroadなupflow region、網目状の対流構造がわかる。また、対流安定層への対流のしみ出し (penetration) がはっきりと見て取れる。

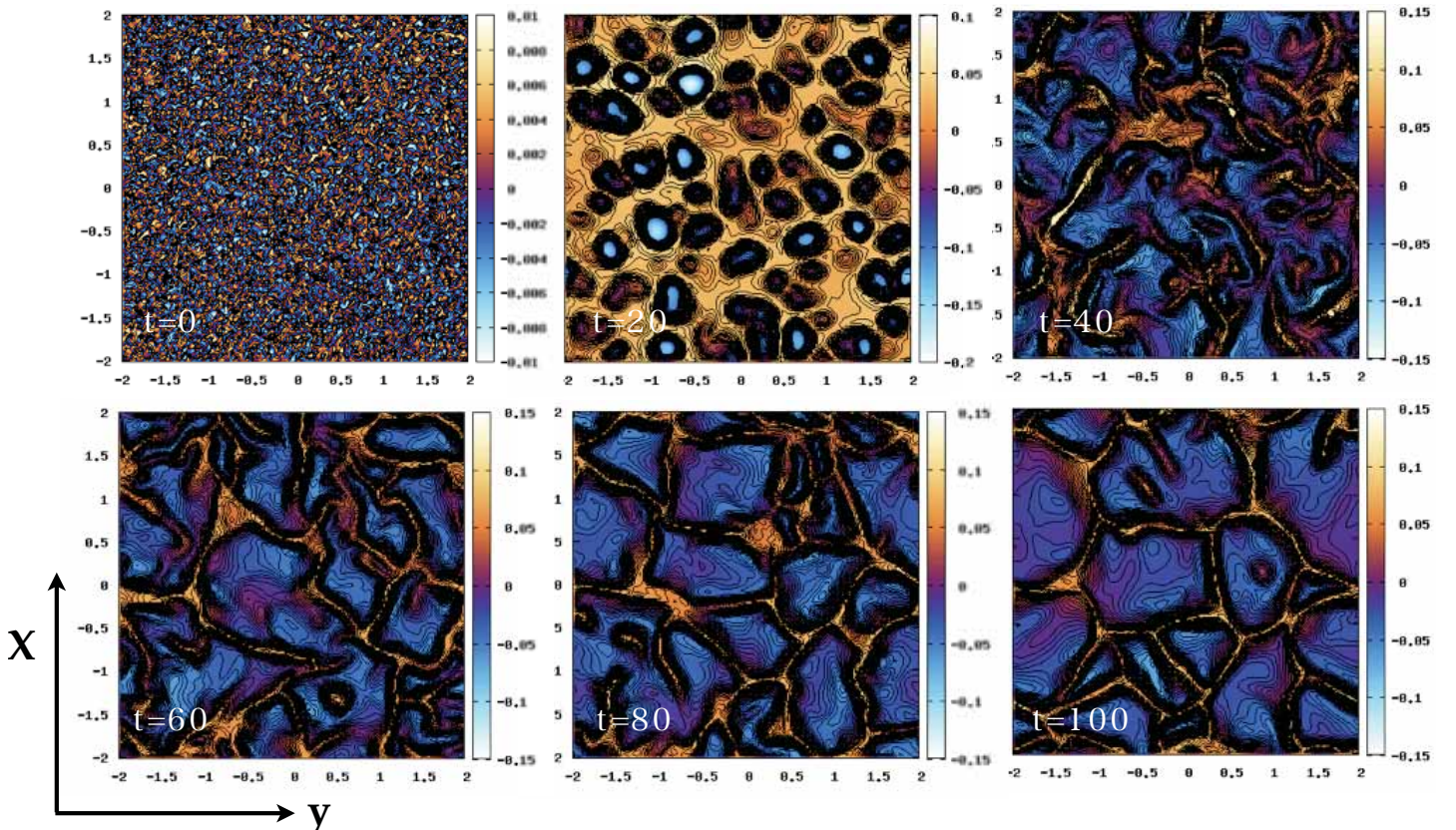


図5. Time evolution of V_z distribution on the x - y cutting plane at $z = 0.1$.

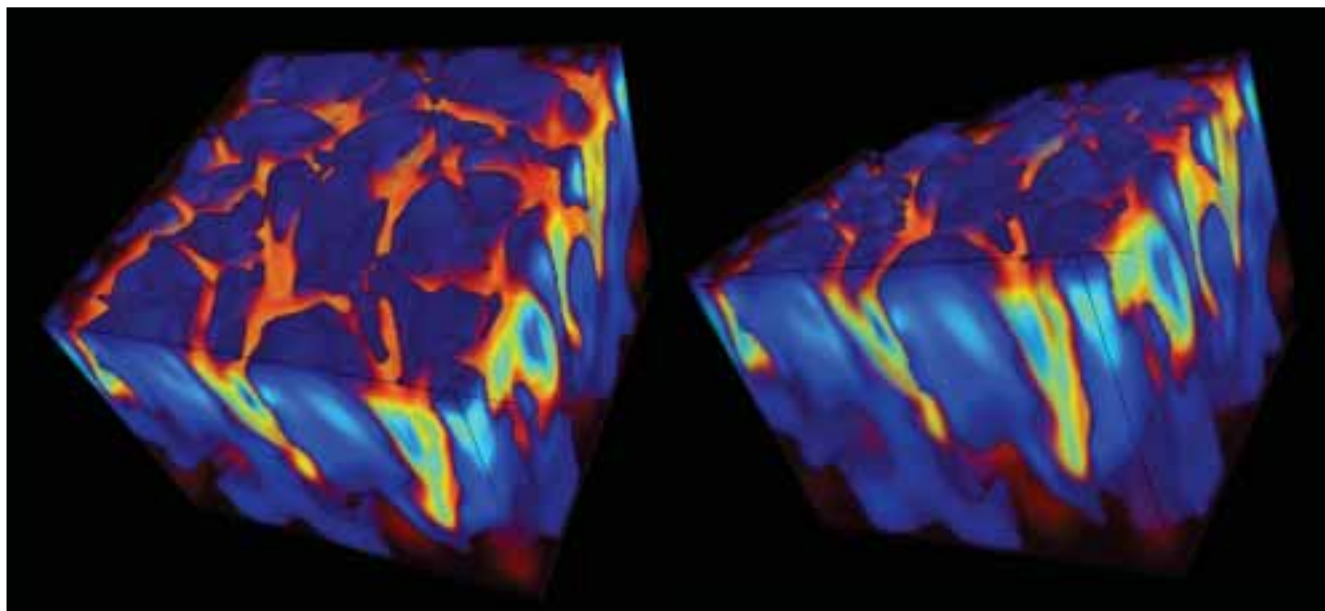


図6. 3D visualization of the convective structure for our local convection model with the grid points 128x128x256.

(4) 3次元の対流テスト：Convergence Test

最後にConvergenceのテストを行った。図7は異なるグリッド数のモデルの、対流エネルギーの時間発展である。黄色線、水色線と青色線を比較すると、計算結果がほぼ64x64x64のグリッドでconvergeしていることがわかる。回転（コリオリ力）を加える対流構造が変化するためconvergenceの性質も変化すると期待されるが、回転を加えないモデルでは、643程度のシミュレーションでも物理的に悪くない結果が得られることがわかった。

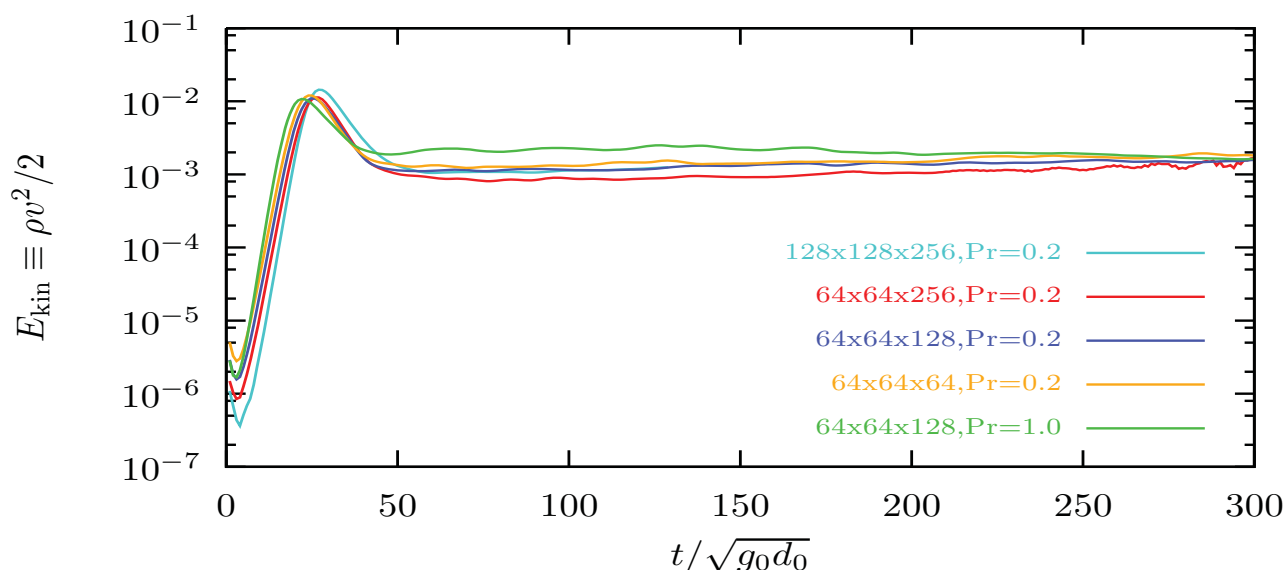


図6. Convergence test for the models with different grid points.

「課題3：高精度局所計算モデルを用いた太陽内部対流の研究」の成果のまとめ

本課題では、対流層と放射層の境界で生じるMHD物理現象を詳しく解像・調査するために、局所対流計算モデルを構築し、2次元と3次元の対流計算のテストを行った。太陽内部の局所領域を切り出し、計算領域内に放射層、対流層、冷却層の3層をポリトロープ構造で近似したモデルを採用した (Brandenburg et al. 1996, Kapyla et al. 2004, 2008)。2次元計算の結果、対流の発現と非線形飽和、準定常状態での対流のしみ出し (penetration) などが、我々が使用している初期設定と計算コードで正しく再現されることがわかった。また、3次元計算の結果、対流エネルギーの飽和値が2次元計算と比べて1桁近く大きくなることを明らかにした。3次元の対流構造は、過去の研究結果と同様、narrowなdownflow laneとbroadなupflow regionからなるネットワーク状になることを確認した。本課題でその有用性を確認した局所計算モデルを用いて、今後は対流安定層の速度シアとコリオリ力を考慮に入れたMHDダイナモ計算を行っていく予定である。