

相対論的散逸流体と相対論的散逸磁気流体の実用的解法の開発

高本 亮 (京都大学大学院理学研究科)

利用カテゴリ XT4B

成果の概要を記入してください。必要に応じてページを加えても構いませんが、pdf のファイルサイズ
の上限は 2MB とします。 Write up your research report in this area. Total file size should be less than 2
MB in PDF format.

現在X線やガンマ線の観測技術の発展により、パルサーを初めとしてガンマ線バーストやAGN
ジェットなど高エネルギーの現象に対して興味をもたれている。これらの現象は多くの場合、相対
論的な効果と磁場の効果の考慮が必要であり、実際世界中でそのような研究が精力的に行なわれて
いる。しかしこれらは多くの場合散逸のない理想流体として扱っており、散逸は適当な現象論的な
形で導入するか、もしくは全く考えないかのどちらかで、満足な形で取り扱っているとはいえない
という状態である。その結果、現状では自然現象を再現しているかどうかは正確には判別できな
い。また磁場の散逸を考慮できないことにより、電磁場のエネルギーを短時間に極めて効率よく解
放する宇宙物理では極めて重要な物理現象である磁気リコネクションを考慮することは不可能に
なってしまう。このようなことになっている原因は、相対論的な流体では非相対論の場合の
散逸をそのまま拡張すると非物理的な指数関数的な発散が存在し、うまく扱えないというところ
にある。この発散の問題を解決するため様々な理論と数値解法が提案されているが、これらは精度や
計算コストに問題があり、現在もほとんど使われてはいない。

私は上記の問題に対し、散逸流体・磁気散逸流体の両方について実用的な解法を開発した。上記
の通り相対論的な散逸を考慮する場合、共通して問題になるのは流体変数の特徴的時間に対してき
わめて短い特徴的時間の時間発展を精度よく解く必要があるということである。通常数値的に微分
方程式を解く場合には差分法を用いるが、単純に差分を行ってしまうときわめて短い特徴的時間よ
り短い時間幅を用いて計算しなければ不安定になってしまう。これまでいくつか相対論的な散逸を
扱う方法は提案されていたが、すべて時間幅を短くする方法を採用しており計算コストが非常に大
きく実用的ではなかった。私はこの問題に対して、短い時間で発展する部分を差分法ではなく数学
的な厳密解を用いて時間発展させることで解決した。厳密解は近似を用いないため差分法よりも精
度がよく、さらに私は安定性解析によりどのような時間幅で計算しても安定なことを示した。この
方法の開発により既存の数値計算法よりも精度がよく計算コストのかからない計算が可能になっ
た。またコードの多次元化も行い、実際に多次元計算を行い計算の収束性が成り立つことも確かめ
た。特に相対論的散逸磁気流体力学の数値計算の場合、多次元にした場合にMaxwell方程式の拘束
条件である $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を保ち続けることは難しかったが、私はCT法と呼ばれる拘束条件の破れを数値
的な打ち切り誤差未満に出来る方法を採用することで解決した。電場の時間発展を考慮した場合に
CT法を、不連続が存在する場合にも安定に用いることは難しかったが、私はこの問題を解決し
た。これにより既存の数値計算法よりも安定で精度の高い計算が可能になった。

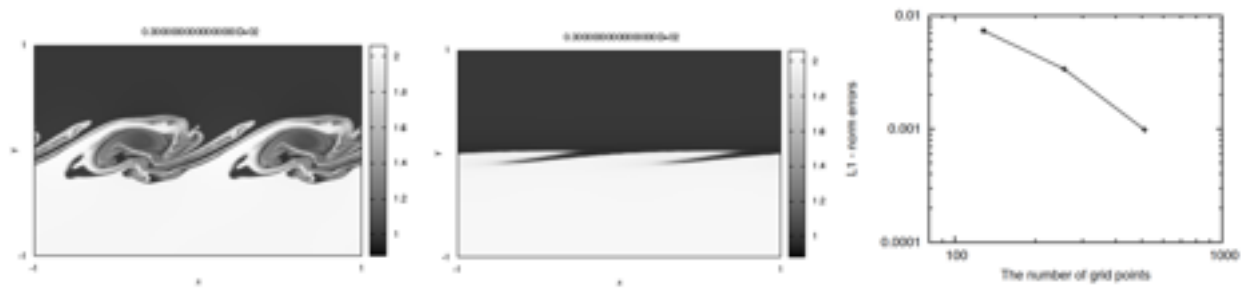
次の図はまず相対論的なshear viscosityを考慮して計算したKelvin-Helmholtz不安定性の計算結果で
ある。計算は初期条件として

$$(d, p, v_x) = (1, 3, 0.1) \quad y > 0$$

$$(2, 3, -0.1) \quad y < 0$$

とし、x方向に周期境界条件を課し、3 fluid crossing timeまで計算した。

最も左の図が理想流体の結果で、真ん中の図が $\eta = 0.005$ の計算結果である。これらの図より viscosity を考慮することにより細かい構造が消えていることが分かる。右の図はこの計算の convergence rate を計算した結果で、完全な 2 次精度は出ていないものの 1.5 次精度以上は出ていることが見て取れる。



また次の図はオーム散逸を考慮した相対論的磁気流体の数値計算結果である。右の 2 つの図は散逸を考慮した場合の Alfvén wave の分散関係を計算した結果であり、この図から計算は厳密性を再現していることがわかる。左の図は磁気ループを $v_x = 0.5$ で移流させた問題の 1 fluid crossing time 後の計算結果である。このように多次元にしても正確に計算出来ている。

