# 相対論的磁気リコネクションと輻射による影響

高橋博之

工藤哲洋、政田洋平、松本仁
大須賀健、関口雄一郎、井上剛志、富田賢吾

# contents

1.相対論的MHDリコネクション

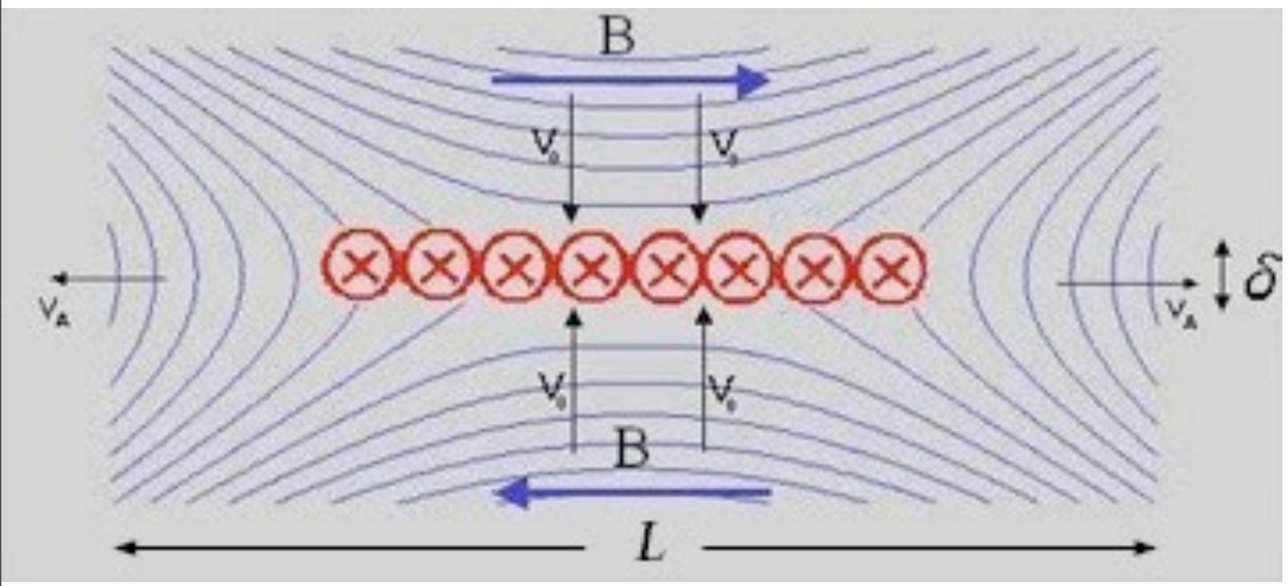
　～理論と数値計算～

2.一様輻射場中における磁気リコネクションの数値実験

# 非相対論的磁気リコネクションモデル

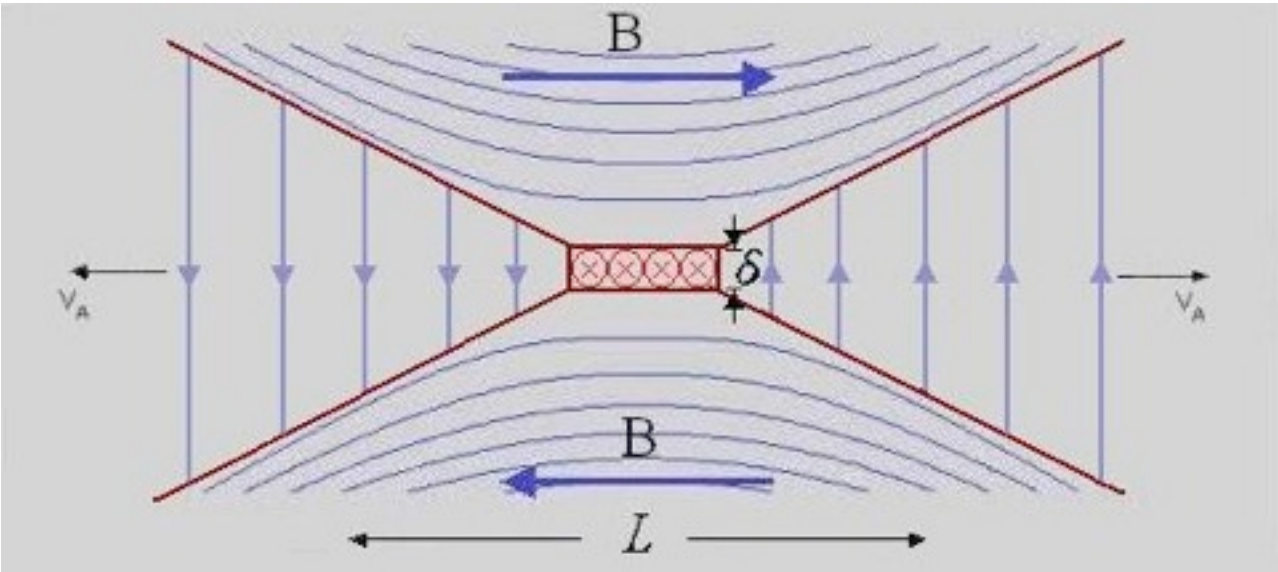
Sweet-Parkerモデル

Sweet '58, Parker'57




Petschekモデル

Petschek '64




http://www.psfc.mit.edu

磁気エネルギーは拡散領域内で
**オーム散逸**によって散逸

アルヴェーン速度まで加速

エネルギー変換効率　$\mathcal{R} \simeq R_M^{-0.5}$

遅いエネルギー変換

拡散領域は局所的に存在している磁気エネルギー
は主に**MHD slow shock**で解放

アルヴェーン速度まで加速

エネルギー変換効率　$\mathcal{R} \simeq (\log R_M)^{-1}$

速いエネルギー変換

# アウトフローダ速度とリコネクションレート

リコネクションレート

エネルギー変換の速さを示す指標

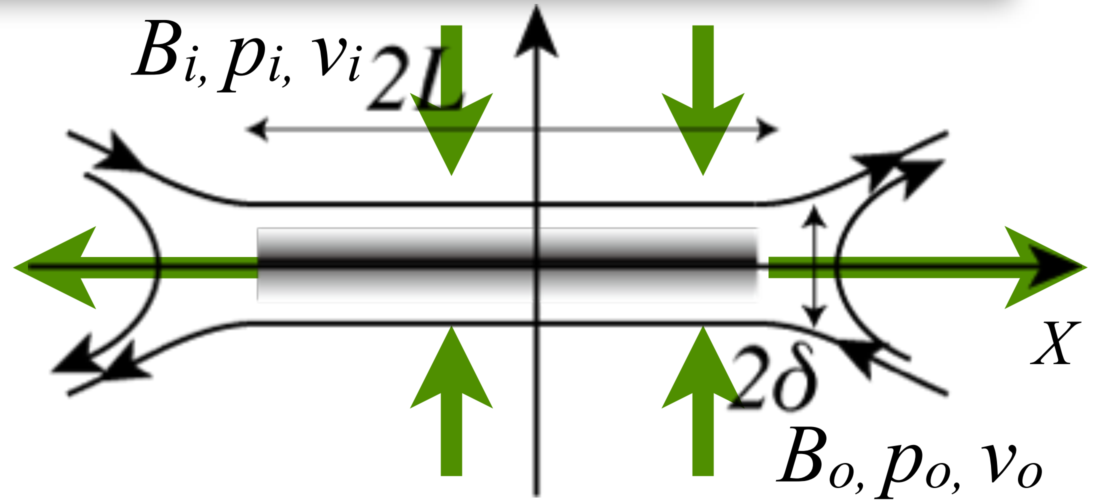
インフロー速度で定義

✦質量保存の式より

$$\rho_i v_i \gamma_i L = \rho_o v_o \gamma_o \delta$$

$$\frac{v_i}{v_o} = \frac{\rho_o}{\rho_i}\frac{\delta}{L}\frac{\gamma_o}{\gamma_i} \qquad (1)$$

=(圧縮率) x (出口の広さ) x (ローレンツ収縮)




---

✦**非相対論的**(磁気エネルギー<<静止質量エネルギー)の時は

磁気エネルギーの半分〜大半は運動エネルギーに行くと思うと

$$\rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho v_o^2 \sim \frac{B^2}{8\pi} \quad \rightarrow \quad v_o \simeq V_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}} \qquad (2)$$

$$\frac{v_i}{v_o} \simeq \frac{v_i}{V_A} \simeq \begin{cases} R_M^{-0.5} & \text{Sweet-Parker} \\ (\log R_M)^{-1} & \text{Petscheck} \end{cases}$$

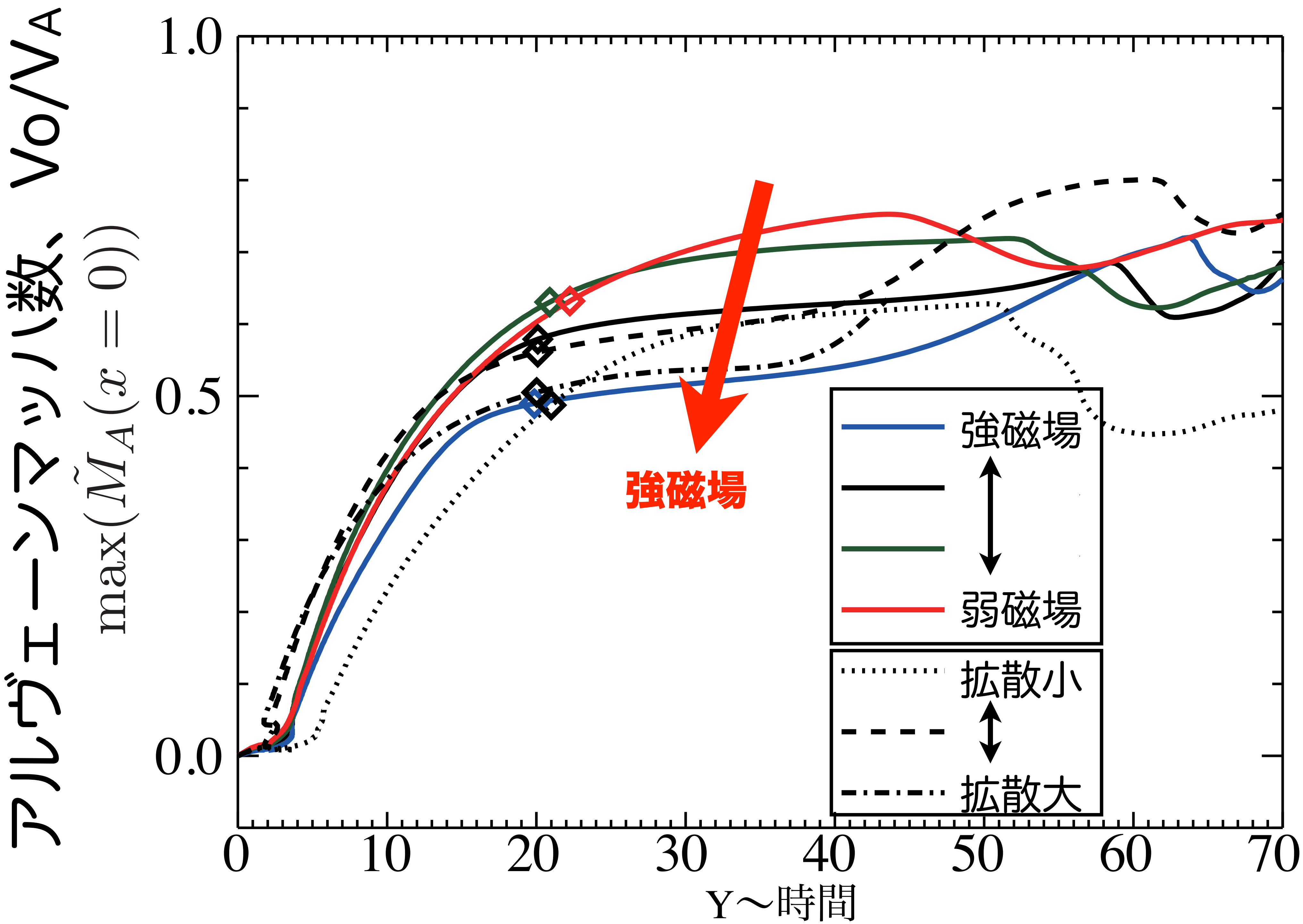
✦**相対論的**(磁気エネルギー>>静止質量エネルギー)の時は

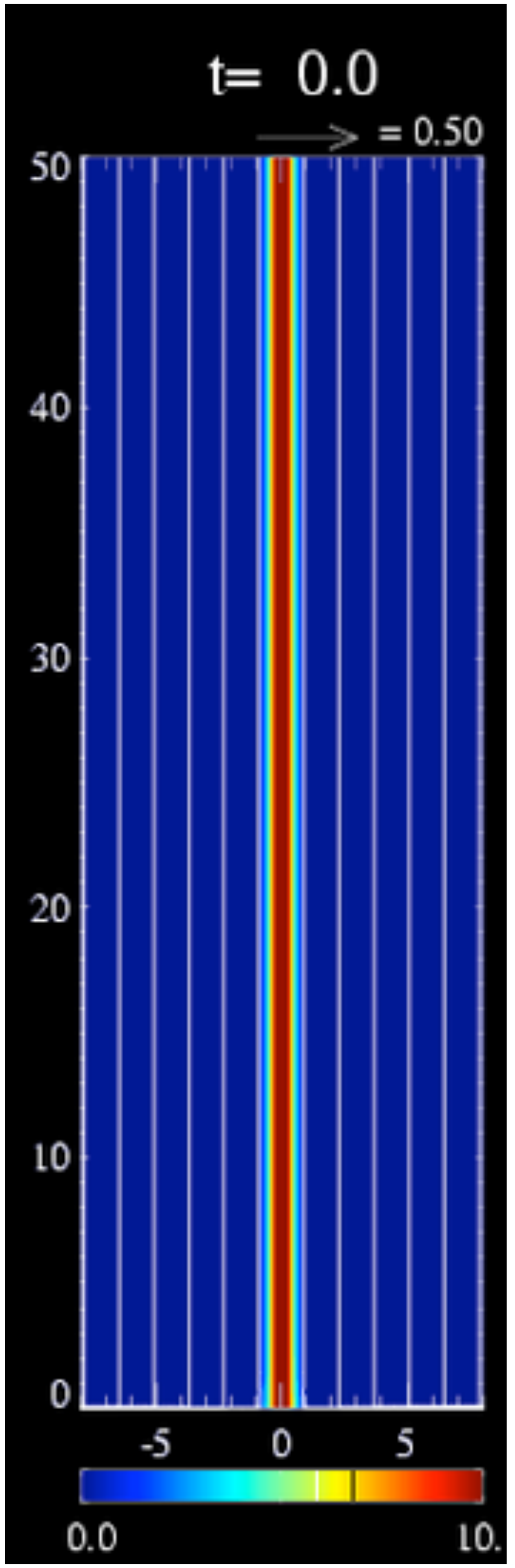
→(2)よりアウトフロー速度は磁場強度に比例して増加

→式(1)よりローレンツ収縮の効果が効く？

# Sweet-Parker型リコネクションの場合

X=0で一番速いアウトフロー速度を持つ場所の軌跡をプロット



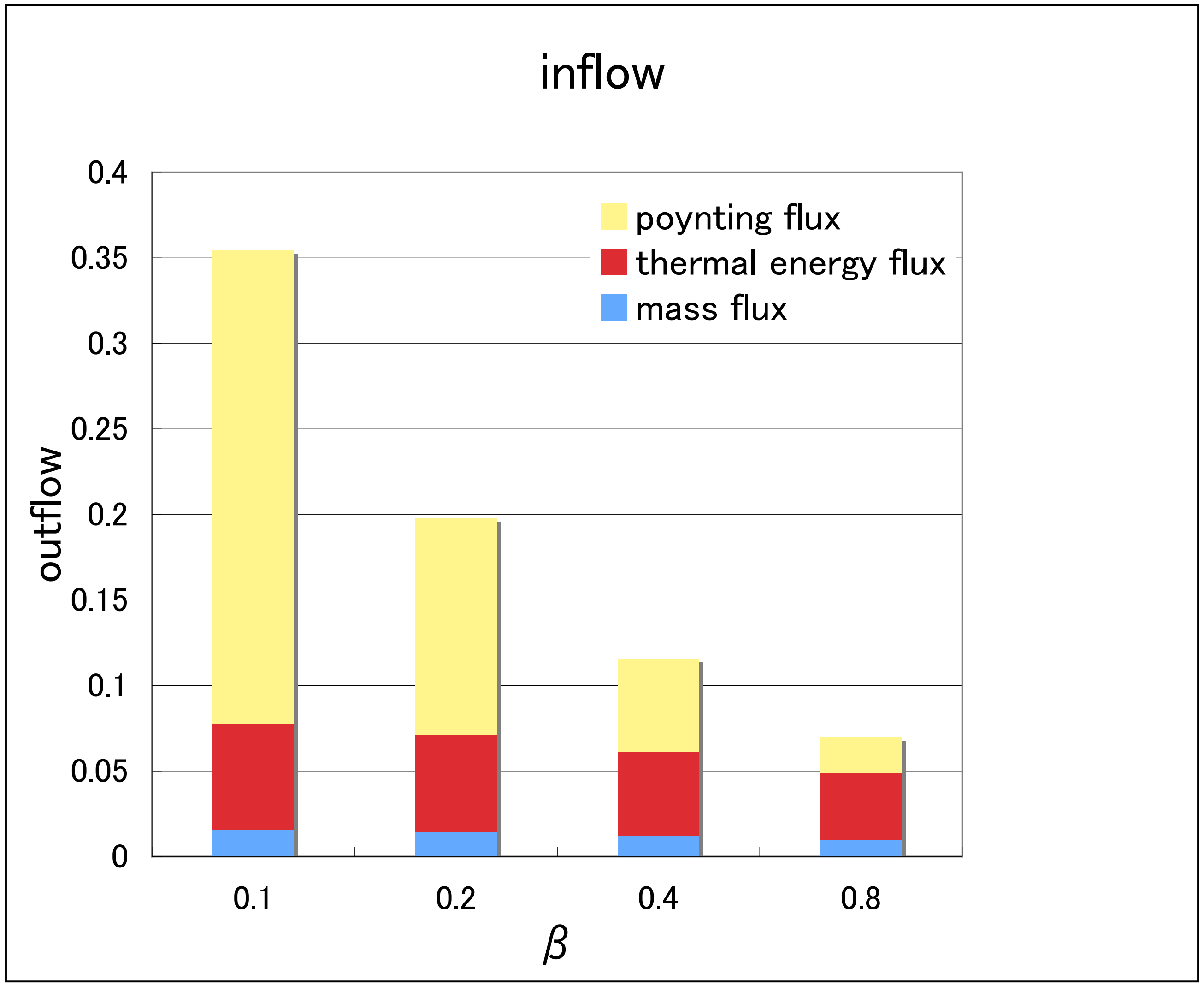

**準相対論的アウトフロー速度**

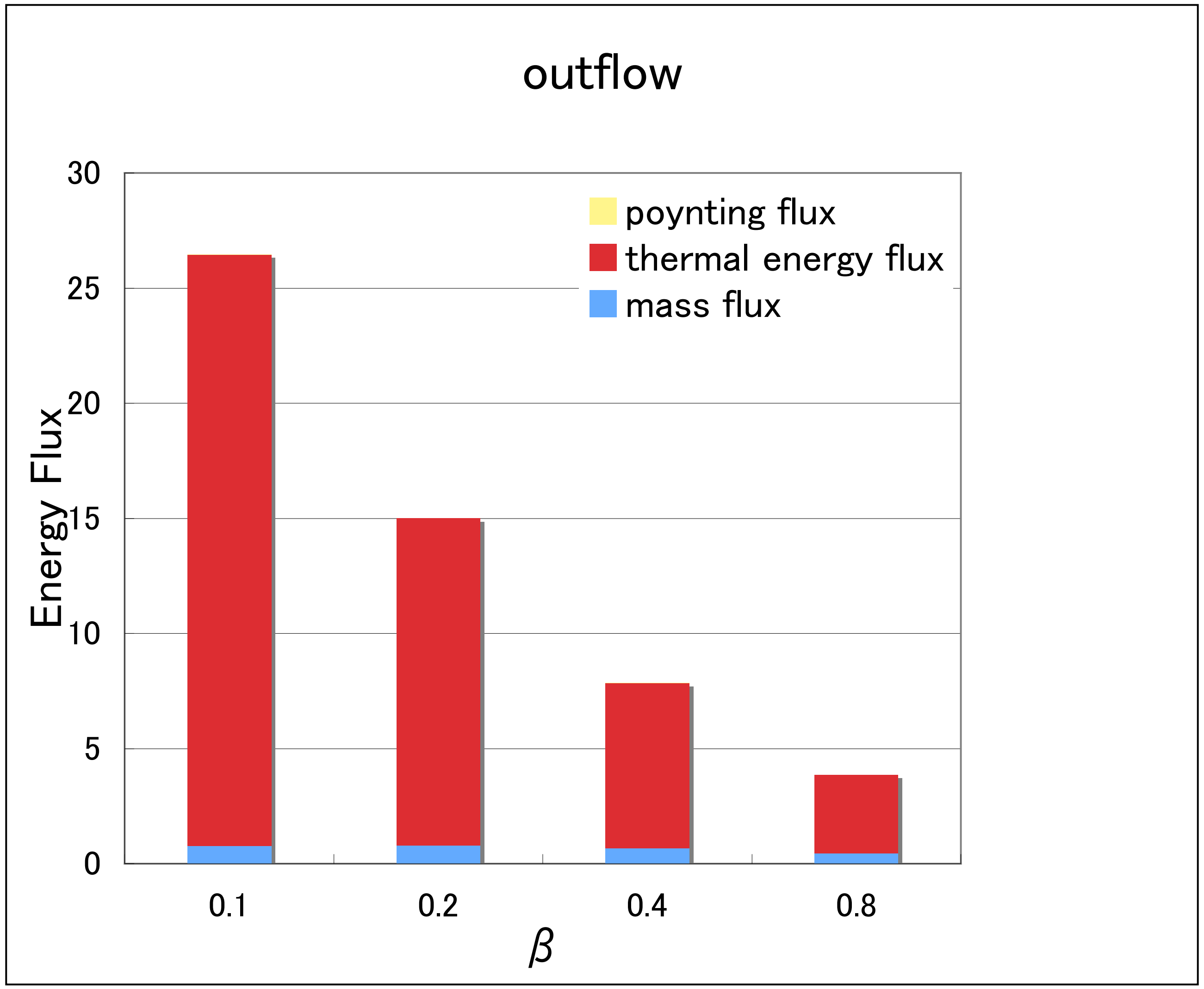
**磁場が強い(自由エネルギー大)ほどアルヴェーンマッハ数が小さい！！**

HRT+'11

**アルヴェーンマッハ数は拡散の大きさにはそれほどよらない**

# エネルギーの構成




Bernoulli constant

$$h = \left[1 + \frac{4p}{\rho c^2} + \frac{B^2}{4\pi \rho c^2 \gamma^2}\right]\gamma$$

磁気エネルギーの大半は熱に変換

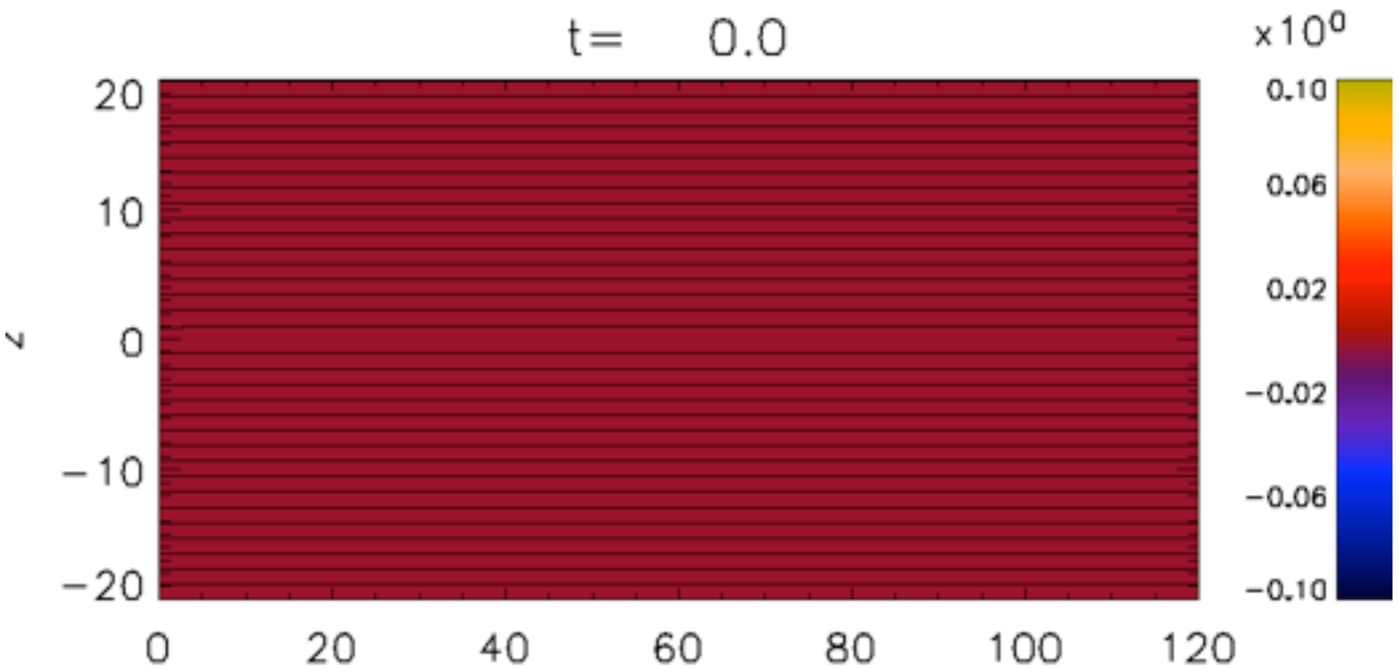
**プラズマの重さ（慣性）は熱エネルギーが担っているので加速できない**

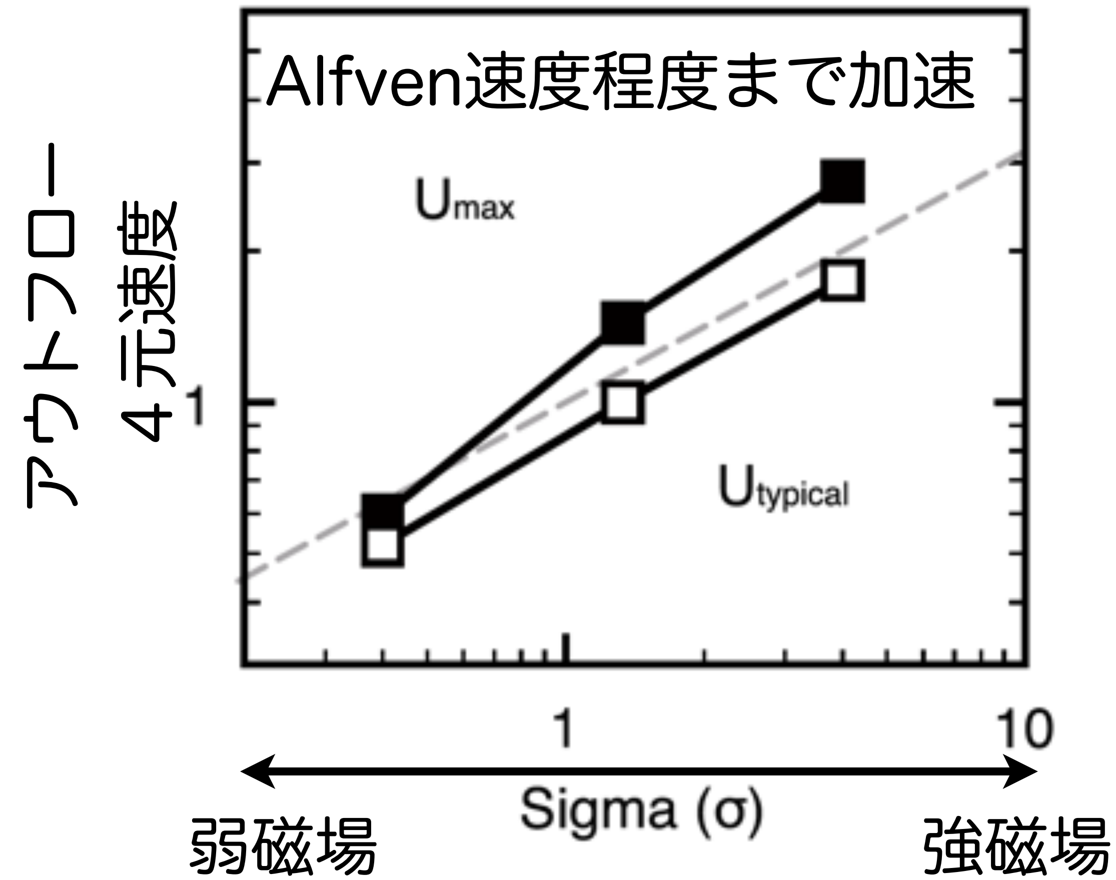
**リコネクションレートが増大することもない**

# Petschek型リコネクション

局所抵抗を仮定した相対論的抵抗性MHD数値実験

銭谷'10




遅い衝撃波を伴う磁気リコネクション

- アウトフロー速度~アルヴェーン速度
- 相対論的状況ではリコネクションレートの増大がみられる（渡辺'06)
- 磁気エネルギーのかなりの量は熱エネルギーへ（銭谷'09）

Sweet-Parker型でもPetschek型でも高温プラズマが生成される

→(黒体放射を仮定すると)輻射エネルギーは温度の４乗に比例

**→輻射の影響を考える必要がある**

# 吸収、散乱過程

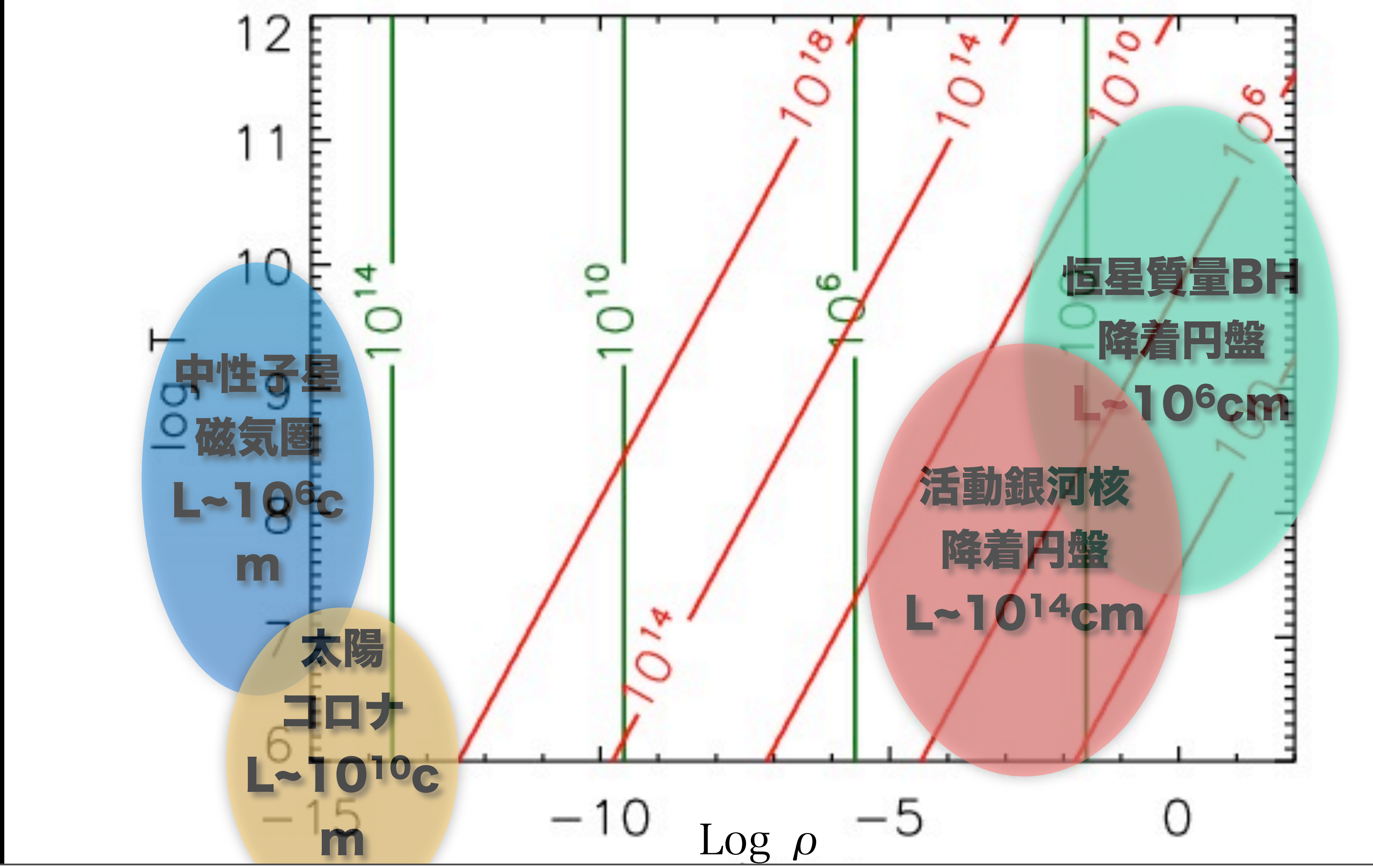
簡単のため、電子散乱と自由ー自由吸収を考える

**電子散乱** $l_{es} = 1/(\rho\sigma) = 2.5 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{1 \text{ gcm}^{-3}}\right)^{-1}$

**自由-自由吸収** $l_{ff} = 1/(\rho\kappa) = 1.6 \times 10^5 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{1 \text{ gcm}^{-3}}\right)^{-2} \left(\frac{T}{10^8 \text{ K}}\right)^{3.5}$

**有効平均自由行程** $l_{eff} = \sqrt{l_{es} l_{ff}} = 6.3 \times 10^2 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{1 \text{ gcm}^{-3}}\right)^{-1.5} \left(\frac{T}{10^8 \text{ K}}\right)^{1.75}$

それぞれの平均自由行程



# 輻射の取扱：モーメント式

Intensityに対する輻射輸送方程式：
7個の独立変数で解くのは大変

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \boldsymbol{n} \cdot \nabla I = \chi(S - I)$$

輻射輸送方程式を振動数・立体角（運動量空間）で積分

◆**発展方程式：１次モーメントで打ち切る**

$$\partial_t E_r + \partial_j F_r^j = \rho\gamma\kappa(4\pi \mathrm{B} - cE_r') - \rho\gamma(\kappa+\sigma)\frac{v_j \cdot F_r'^j}{c}$$

$$\frac{1}{c^2}\partial_t F_r^i + \partial_j P_r^{ij} = \rho\gamma\kappa\frac{v^i}{c}\left(\frac{4\pi}{c}\mathrm{B} - E_r'\right) - \frac{\rho(\kappa+\sigma)}{\gamma+1}\frac{u^i}{c}\left(u_j F_r'^j\right) - \frac{\rho(\kappa+\sigma)}{c}F_r^i$$

$\kappa$ ：吸収係数、 $\sigma_s$：散乱係数、B: 黒体放射強度

注意：左辺の輻射場は実験室系、右辺の輻射場は共動座標系

| | |
|---|---|
| $E_r = \frac{1}{c}\int d\nu d\Omega\ I$ | 光のエネルギー密度 |
| $F_r^i = \int d\nu d\Omega\ In^i$ | 光の運動量密度 |
| $P_r^{ij} = \frac{1}{c}\int d\nu d\Omega\ In^i n^j$ | 光による応力 |

# 輻射の取扱：状態方程式

状態方程式を仮定する

＝エディントンテンソル$D^{ij}$を仮定する

$$P^{ij} = D^{ij}(E_r, \boldsymbol{F}_r)E_r$$

### ◆エディントン近似

輻射は等方的（e.g.,光学的に厚い場合）

$$P'^{ij} = \frac{\delta^{ij}}{3}E'_r$$

相対論的プラズマと等価

→光は常にc/√3の速度で伝わる

### ◆M-1 closure

輻射の非等方性を考慮 (Levermore '84)

$$P^{ij} = \left[\underbrace{\frac{1-\chi}{2}\delta^{ij}}_{\text{等方成分}} + \underbrace{\frac{3\chi-1}{2}n^i n^j}_{\text{非等方成分}}\right]E_r$$

$$\chi = \frac{3+4|\boldsymbol{f}|^2}{5+2\sqrt{4-3|\boldsymbol{f}|^2}}, \quad \boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{F}_r}{cE_r} \qquad \boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{F}_r}{|\boldsymbol{F}_r|}$$

**日陰問題**

原点付近に光学的に厚いクランプをおく

HRT & Ohsuga '11

**M-1では光は指向性を持って伝搬できる**

注）エディントンテンソルの値は必ず1より小さい

# 輻射の取扱：状態方程式

状態方程式を仮定する

＝エディントンテンソル$D^{ij}$を仮定する

$$P^{ij} = D^{ij}(E_r, \boldsymbol{F}_r)E_r$$

## ◆エディントン近似

輻射は等方的（e.g.,光学的に厚い場合）

$$P'^{ij} = \frac{\delta^{ij}}{3}E'_r$$

相対論的プラズマと等価

→光は常にc/√3の速度で伝わる

## ◆M-1 closure

輻射の非等方性を考慮 (Levermore '84)

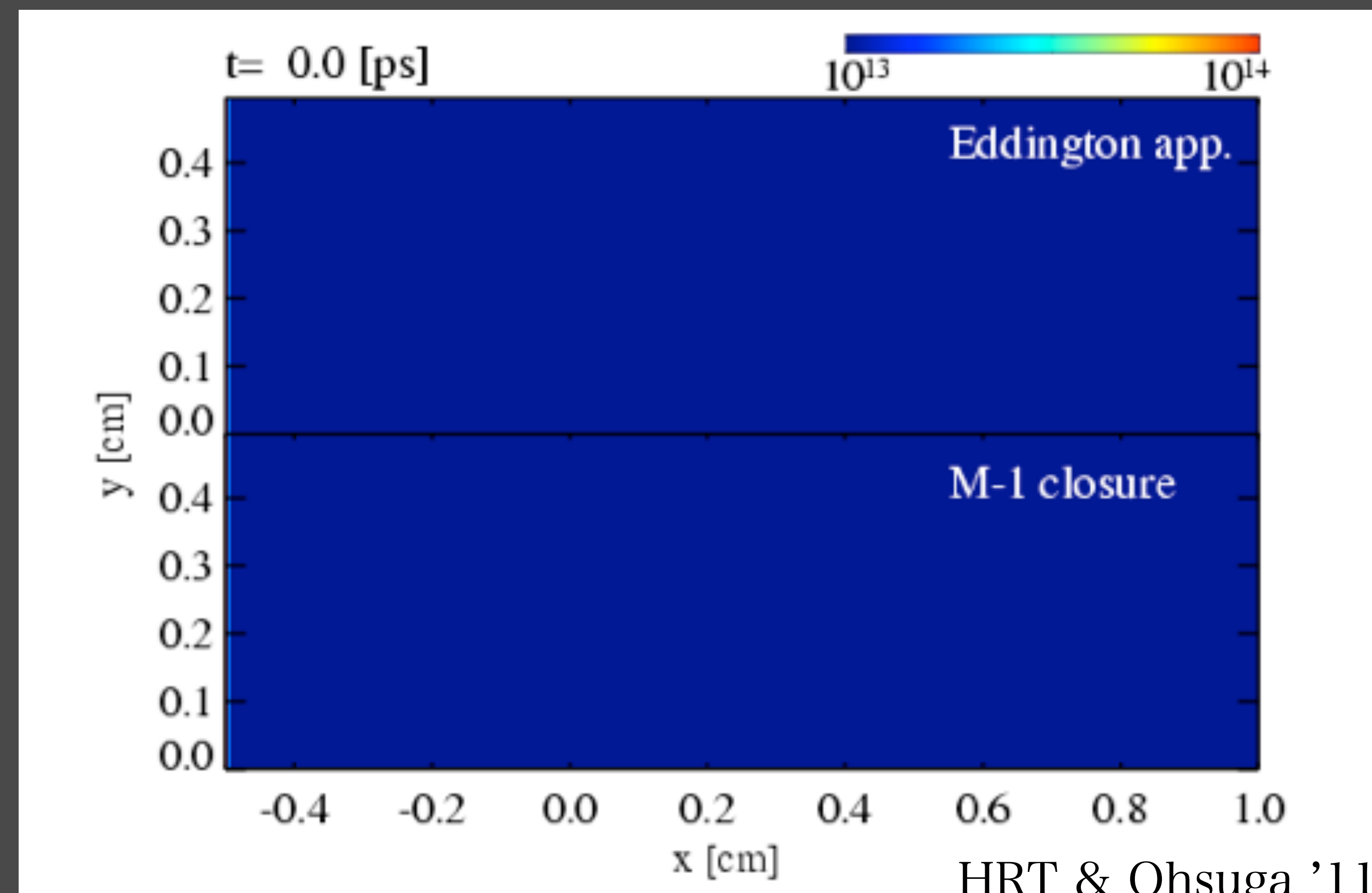
$$P^{ij} = \left[\underbrace{\frac{1-\chi}{2}\delta^{ij}}_{\text{等方成分}} + \underbrace{\frac{3\chi-1}{2}n^i n^j}_{\text{非等方成分}}\right]E_r$$

$$\chi = \frac{3+4|\boldsymbol{f}|^2}{5+2\sqrt{4-3|\boldsymbol{f}|^2}}, \quad \boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{F}_r}{cE_r} \qquad \boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{F}_r}{|\boldsymbol{F}_r|}$$

注）エディントンテンソルの値は必ず1より小さい

### 日陰問題

原点付近に光学的に厚いクランプをおく




**M-1では光は指向性を持って伝搬できる**

# R3MHD:相対論的抵抗性輻射磁気流体方程式

**質量保存**

$$\frac{\partial \rho\gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^\nu}(\rho\gamma v^\nu) = 0$$

**磁気流体のエネルギー保存**

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[E_{\mathrm{hydro}} + E_{\mathrm{EM}}\right] + \nabla\cdot\left[\boldsymbol{m}_{\mathrm{hydro}} + \boldsymbol{m}_{\mathrm{MHD}}\right] = G^0$$

**磁気流体の運動量保存**

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\boldsymbol{m}_{\mathrm{hydro}} + \boldsymbol{m}_{\mathrm{EM}}\right] + \nabla\cdot\left[\boldsymbol{P}_{\mathrm{hydro}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{MHD}}\right] = \boldsymbol{G}$$

**マックスウェル方程式**

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} + c\nabla\times\boldsymbol{E} = 0 \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{E} = 4\pi q$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - c\nabla\times\boldsymbol{B} = -4\pi\boldsymbol{j} \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$$

**15本の双曲型方程式**
**+状態方程式を**
**数値的に解く**

**輻射のモーメント方程式**

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{F}_r = -G^0$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{F}_r}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{P}_r = -\boldsymbol{G}$$

**代数関係式**

**流体:理想流体(ポリトロピック)**
**輻射:M-1クロージャー**
**電磁場:等方散逸のオームの法則**