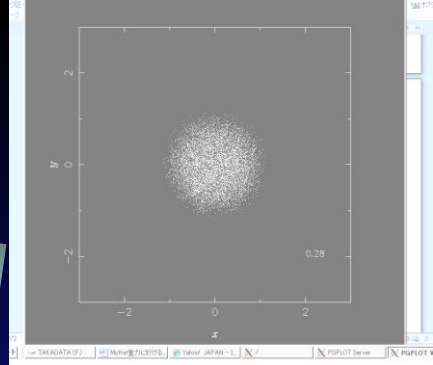


$$\begin{aligned}
S_G &= -\frac{1}{16\pi} \int \frac{1}{G} (R + 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \\
S_\phi &= -\int d^4x \left[\frac{1}{2} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 \phi_\mu \phi^\mu + V_\phi(\phi) \right] \sqrt{-g} d^4x, \\
S_s &= -\int d^4x \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left(\frac{\nabla_\mu G \nabla_\nu G}{G^2} + \frac{\nabla_\mu \mu \nabla_\nu \mu}{\mu^2} - \nabla_\mu \omega \nabla_\nu \omega \right) + \frac{V_G(G)}{G^2} + \frac{V_\mu(\mu)}{\mu^2} + V_\omega(\omega) \right] \sqrt{-g} d^4x.
\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_i = -G_N \sum_j \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) m_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} \left\{ 1 + \alpha (1 - (1 + \mu |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) e^{-\mu(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}) \right\}$$



修正重力による銀河の力学進化

モフアット重力の N体計算を用いた検証



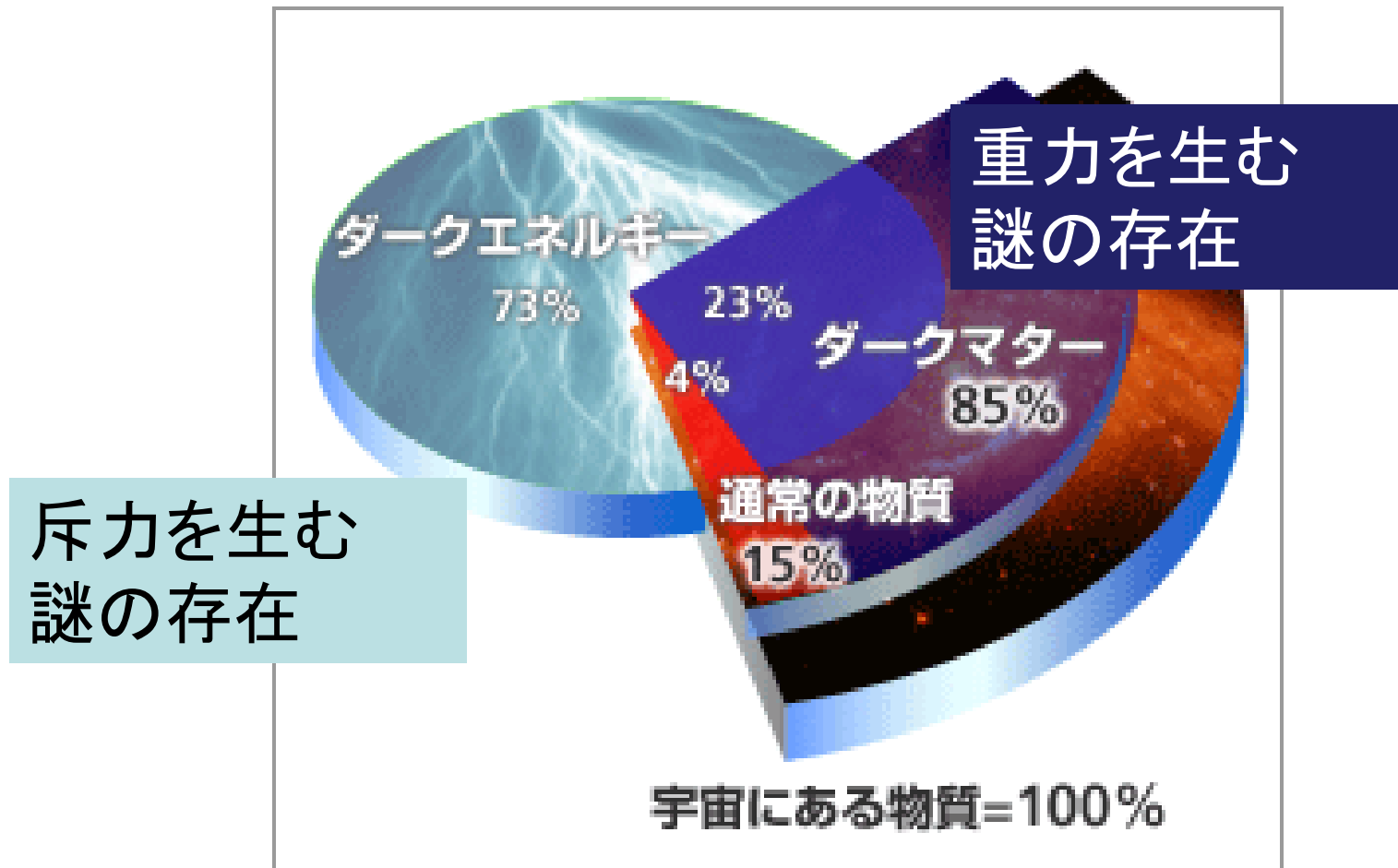
YAMAGUCHI UNIVERSITY
山口大学

山口大学大学院理工学研究科自然科学基盤系専攻
素粒子理論・宇宙論研究室 博士後期課程2年

鈴木 隆之

現代宇宙論の大きなテーマ

宇宙の96%は謎の存在



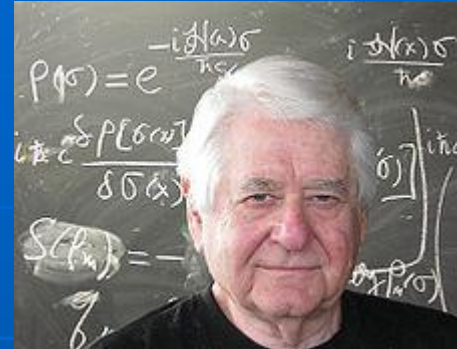
謎の“モノ”
が存在するのではなく

法則を変えれば万事
解決するのではないのか？

スカラー・テンソル・ベクトル重力理論 (Moffat 2005)

The Scalar-Tensor-Vector-Gravity (STVG)の作用

$$S = S_G + S_\phi + S_S + S_M.$$



$$S_G = -\frac{1}{16\pi} \int \frac{1}{G} (R + 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x,$$

$$S_\phi = -\int \omega \left[\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 \phi_\mu \phi^\mu + V_\phi(\phi) \right] \sqrt{-g} d^4x,$$

$$S_S = -\int \frac{1}{G} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left(\frac{\nabla_\mu G \nabla_\nu G}{G^2} + \frac{\nabla_\mu \mu \nabla_\nu \mu}{\mu^2} - \nabla_\mu \omega \nabla_\nu \omega \right) + \frac{V_G(G)}{G^2} + \frac{V_\mu(\mu)}{\mu^2} + V_\omega(\omega) \right] \sqrt{-g} d^4x.$$

- $g_{\mu\nu}(x)$: 計量テンソル Λ : 宇宙項
- $\phi_\mu(x)$: 質量のあるベクトル場 → 物質場と直接結合をもつ
- $G(x)$: スカラー場 (重力定数に相当) → 変化する G
- $\omega(x)$: スカラー場 (ベクトル場と物質の結合を決定)
- $\mu(x)$: スカラー場 (ベクトル場の質量に相当)
- $B_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi_\nu - \partial_\nu \phi_\mu$
- $V_\phi(\phi), V_G(G), V_\omega(\omega), V_\mu(\mu)$ 自己相互作用ポテンシャル

$$J^\nu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta \phi_\nu}.$$

MOGの重力加速方程式

- MOGの測地線方程式

$$m\left(\frac{du^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu u^\alpha u^\beta\right) = -\alpha \kappa \omega m B^\mu{}_\nu u^\nu.$$

- 弱場における重力加速度方程式

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G_N M}{r^2} \left[1 + \alpha - \alpha(1 + \mu r) e^{-\mu r}\right],$$

$$\alpha = \frac{M}{(\sqrt{M} + E)^2} \left(\frac{G_\infty}{G_N} - 1\right), \quad \mu = \frac{D}{\sqrt{M}}, \quad \begin{aligned} D &\cong 6250 M_\odot^{1/2} \text{kpc}^{-1}, \\ E &\cong 25000 M_\odot^{1/2}, \\ G_\infty &\cong 20 G_N, \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G_{\text{eff}} M}{r^2}, \quad G_{\text{eff}} = G_N \left[1 + \alpha - \alpha(1 + \mu r) e^{-\mu r}\right].$$

key point : ベクトル場は

物質と直接結合→ 測地線方程式にベクトル場起因の外力項

質量をもつ→ 有効到達距離をもつ第五の力 湯川型 $\exp(-r)$

中心質量～銀河質量程度 $10^{10}M_{\odot}$ の場合

$= (1+\alpha) \times$ 逆二乗則の引力
強い重力のみが残る

$$G_{\text{eff}} = G_N \left[1 + \alpha - \alpha(1 + \mu r) e^{-\mu r} \right].$$

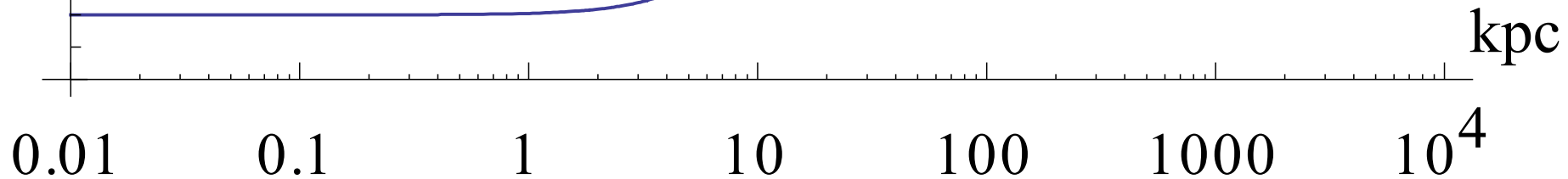
実効重力定数は $1/\mu$
($=\lambda$ ベクトル場の有効到達距離)
当たりで階段状に変化、その後は一定

Moffatらの主張:

この「強い重力」の効果を
我々は「ダークマター」と
認識しているのではないのか

我々が近傍宇宙でニュートン重力と
思っているものの正体

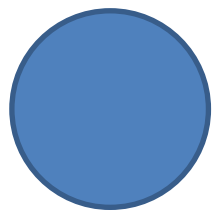
$= (1+\alpha) \times$ 逆二乗則の引力 –
湯川型の斥力



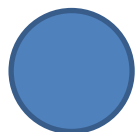
中心天体の質量に応じて、典型スケールとMaxGが変化する！！

$$\mu = \frac{D}{\sqrt{M}}, \quad D \cong 6250 M_{\odot}^{1/2} \text{ kpc}^{-1}$$

中心天体質量



$10^{13} M_{\odot}$



$10^{10} M_{\odot}$

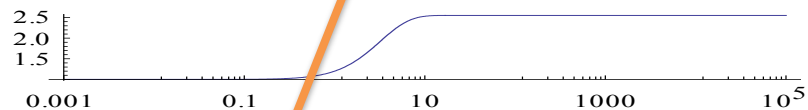
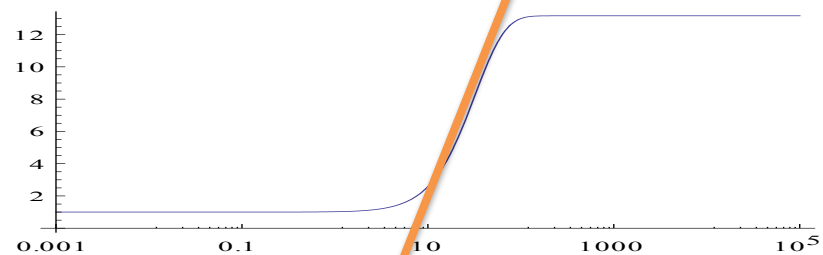
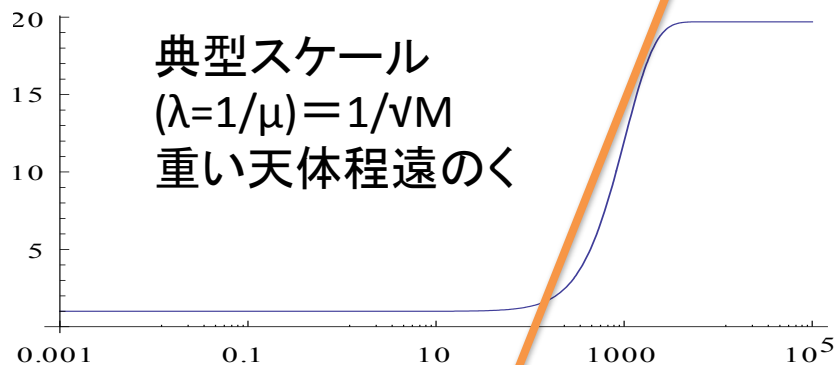


$10^9 M_{\odot}$

Gの変化

$$G_{\text{eff}} = G_N \left[1 + \alpha - \alpha(1 + \mu r) e^{-\mu r} \right]$$

典型スケール
($\lambda = 1/\mu$) = $1/\sqrt{M}$
重い天体程遠のく



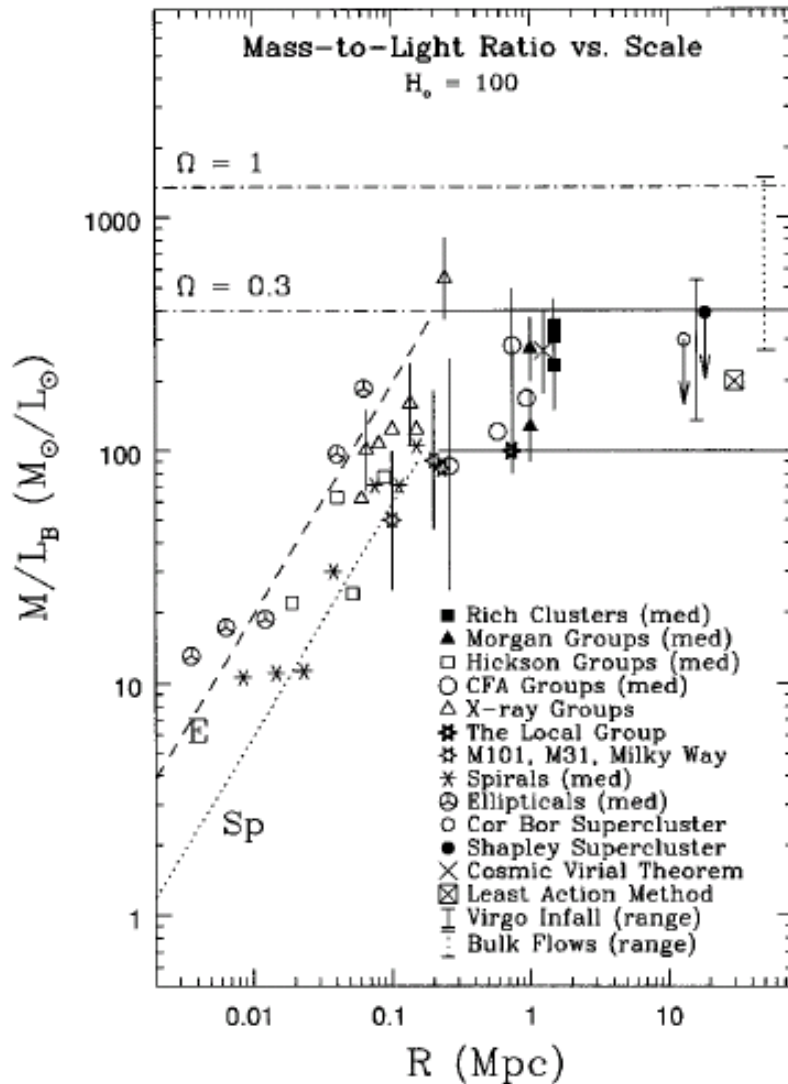
Max $G(1+\alpha)$

大
(但し、 $20 G_N$ で頭打ち)

小

$10^6 M_{\odot}$ 以下の軽い天体では
全スケールでニュートン重力

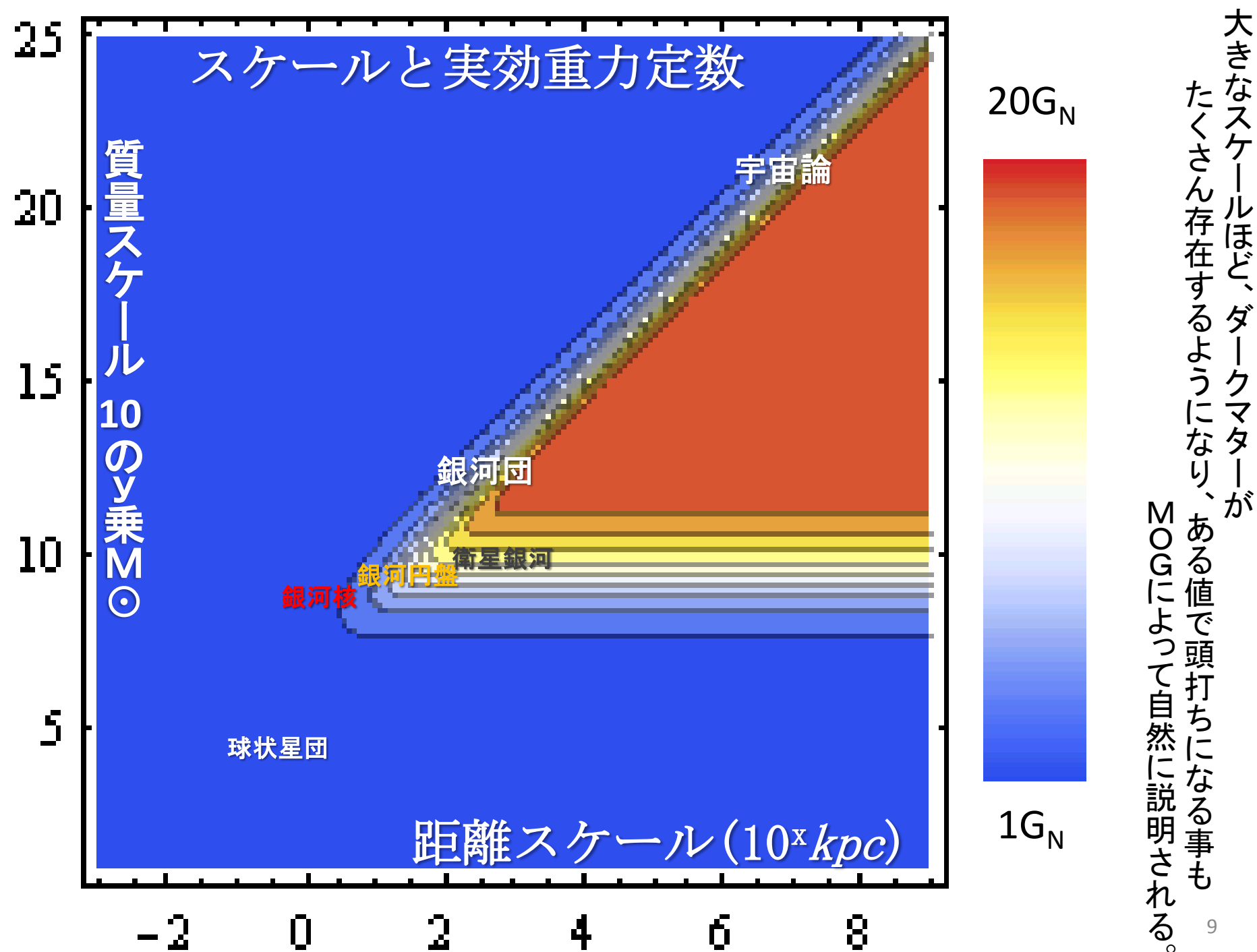
ダークマターと宇宙のスケール



一般的に、ダークマターは銀河よりも銀河団・・・と大きなスケールに於いて存在比を増加させる。

だが、あるスケール(0.2Mpc)よりも大きなスケールに於いては存在比は一定となる。

その値は宇宙論的に推定される $\Omega_m = 0.3$ とほぼ同等である。



現時点で

- Gravitational lensing data for galaxies and clusters of galaxies;
- The Bullet Cluster 1E0-657-56 and the merging clusters Abell 520 and MACS J0025.4 – 1222; (*Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **382**: 29–47,)
- CMB power spectrum data(WMAP); **arXiv:0710.0364**
- 摂動計算による構造形成予測とSDSSデータ; **arXiv:0710.0364**
- The accelerating expansion of the universe. (Type Ia supernova $z < 2$) **arXiv:0710.0364**

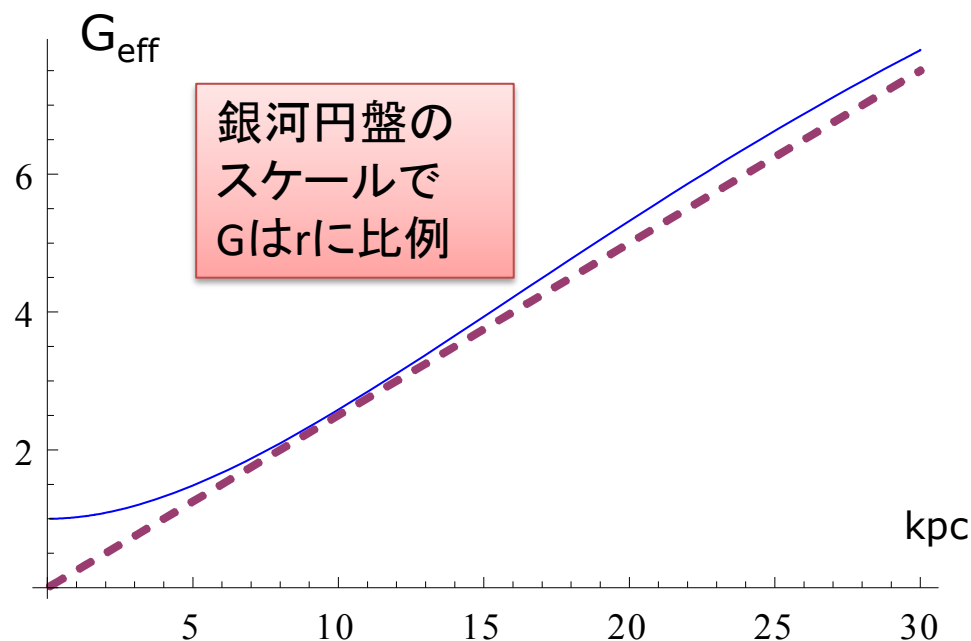
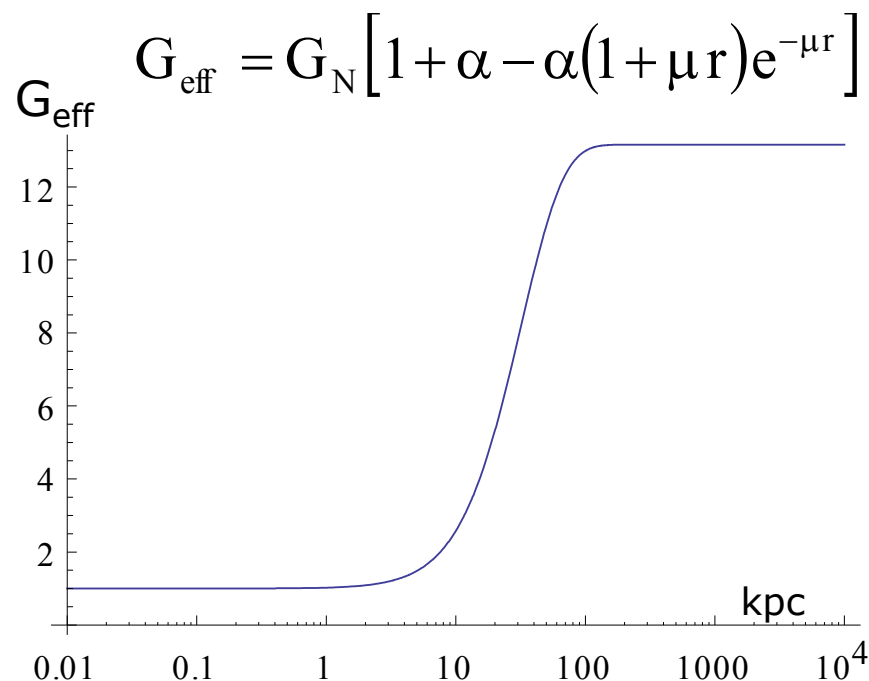
以上のデータとconsistentと主張

但し、全てMoffat自身の研究に基づく

どうして、MOGなら銀河のダークマターなしに平らな回転曲線が説明できるか？

銀河質量 $\sim 10^{10} M_{\odot}$

→linear plot



ケプラー運動の公転速度

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$G \propto r$ なら、 v は定数

100個程度の銀河の観測される回転曲線と一致する。

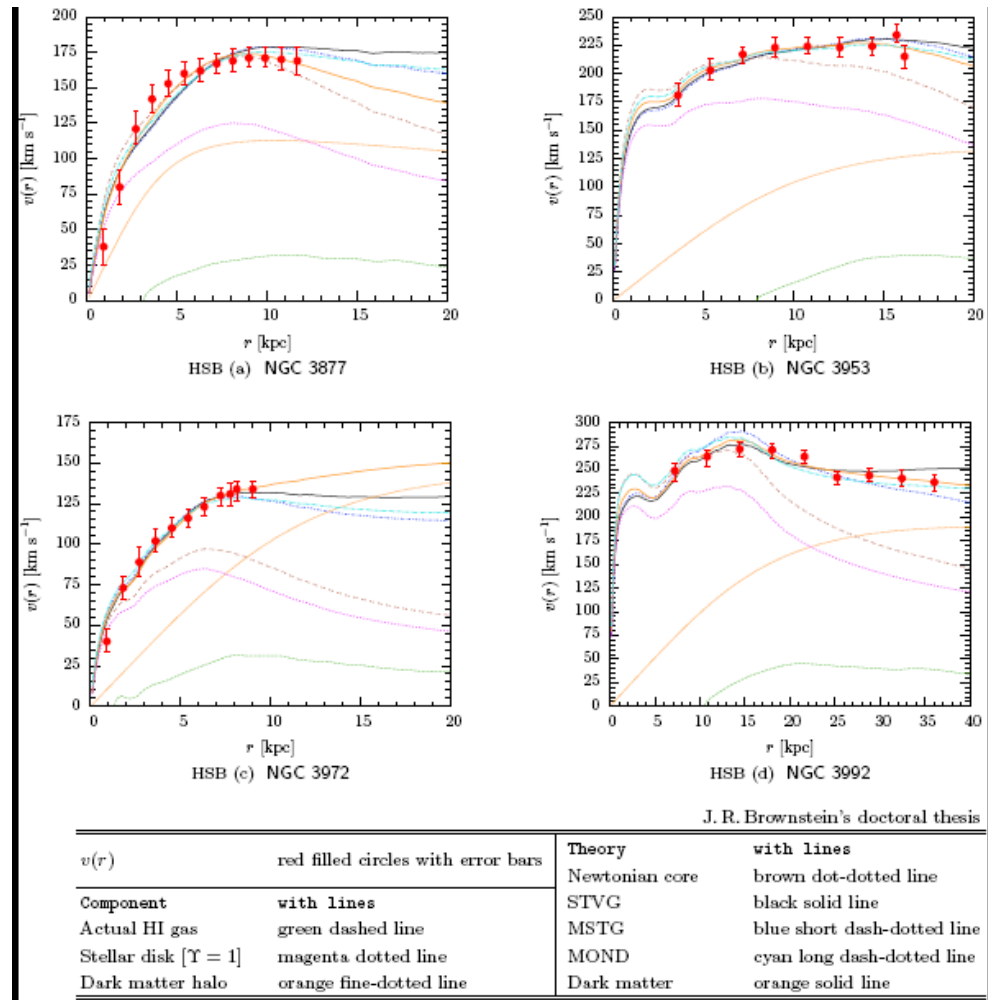
Moffat says —

- A fitting routine has been applied to fit a large number of galaxy rotation curves (**101 galaxies**), using photometric data (58 galaxies) and a core model (43 galaxies) (*Astrophys. J.* **636**: 721–741

J. R. Brownstein and JWM, 2005; J. R. Brownstein, 2009).

- The fits to the data are remarkably good for STVG.

For the photometric data, only one parameter, the mass-to-light ratio M/L , is used.



但しこれらは、「静」力学的な観点からの議論に留まり、

「動」的な実際の銀河の力学進化をシミュレーションで検証したい

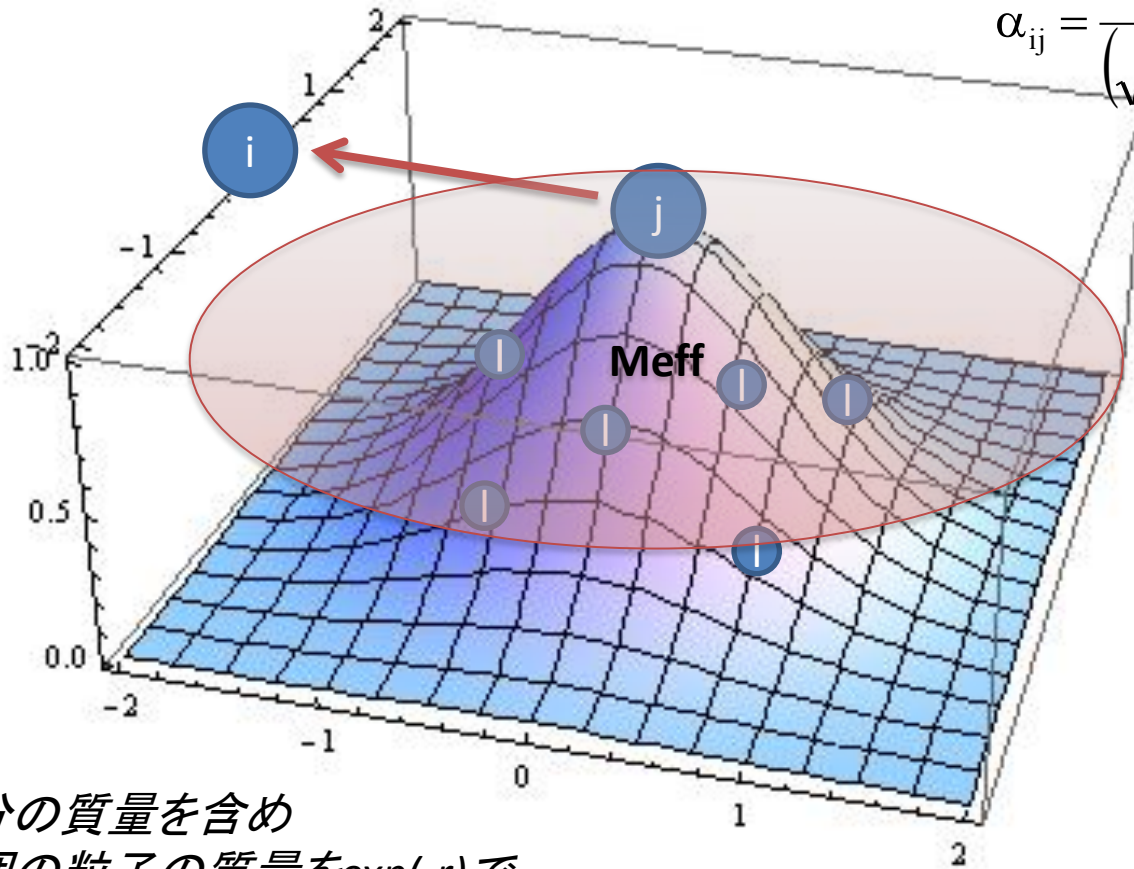
→本研究の目的

本研究の紹介へ

MOGでN体計算するには

- j粒子からi粒子への力

$$a_i = -G_N \sum_j \frac{(r_j - r_i)m_j}{|r_j - r_i|^3} \left\{ 1 + \alpha_{ij} (1 - (1 + \mu|r_j - r_i|)e^{-\mu_{ij}(|r_j - r_i|)}) \right\}$$
$$\alpha_{ij} = \frac{M_{\text{eff}}}{(\sqrt{M_{\text{eff}}} + E)^2} \left(\frac{G_\infty}{G_N} - 1 \right), \mu_{ij} = \frac{D}{\sqrt{M_{\text{eff}}}}$$



$$M_{\text{eff}} = \sum_l m_l \exp\left(-\xi \frac{|r_l - r_j|}{|r_j - r_i|}\right)$$

MNRAS 397 (2009) 1885-1992.

「The bending of light and
lensing in modified gravity」

Authors: [J. W. Moffat](#), [V. T. Toth](#)

自分の質量を含め
周囲の粒子の質量を $\exp(-r)$ で
軽み付けをして足し上げる

二体間の力を計算するために、全粒子の情報がその都度必要 → **N^3 の計算量**

本研究での計算手法

$$a_i = -G_N \sum_j \frac{(r_j - r_i)m_i}{|r_j - r_i|^3} \left\{ 1 + \alpha_{ij} (1 - (1 + \mu_{ij}|r_j - r_i|)e^{-\mu_{ij}(|r_j - r_i|)}) \right\}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{19M_{\text{eff}}}{(\sqrt{M_{\text{eff}}} + E)^2}, \mu_{ij} = \frac{D}{\sqrt{M_{\text{eff}}}}$$

$$M_{\text{eff}} = \sum_l m_l \exp\left(-\xi \frac{|r_l - r_j|}{|r_j - r_i|}\right)$$

$$D = 6250M_{\odot}^{1/2}\text{kpc}^{-1}; M = 25000M_{\odot}^{1/2}$$

- 本研究では上記のSTVG加速度方程式に基づき
二粒子間の重力を全て計算する

- 粒子数 2048 (N^3 の計算量を必要とするため大規模計算はできない)

本研究の初期パラメータ

- ▶ ディスクのみをN体計算
 - ガスや星形成は入れない(pure N -body)
- ▶ 6Gry(~60億年)の力学進化を計算

□ 単位系

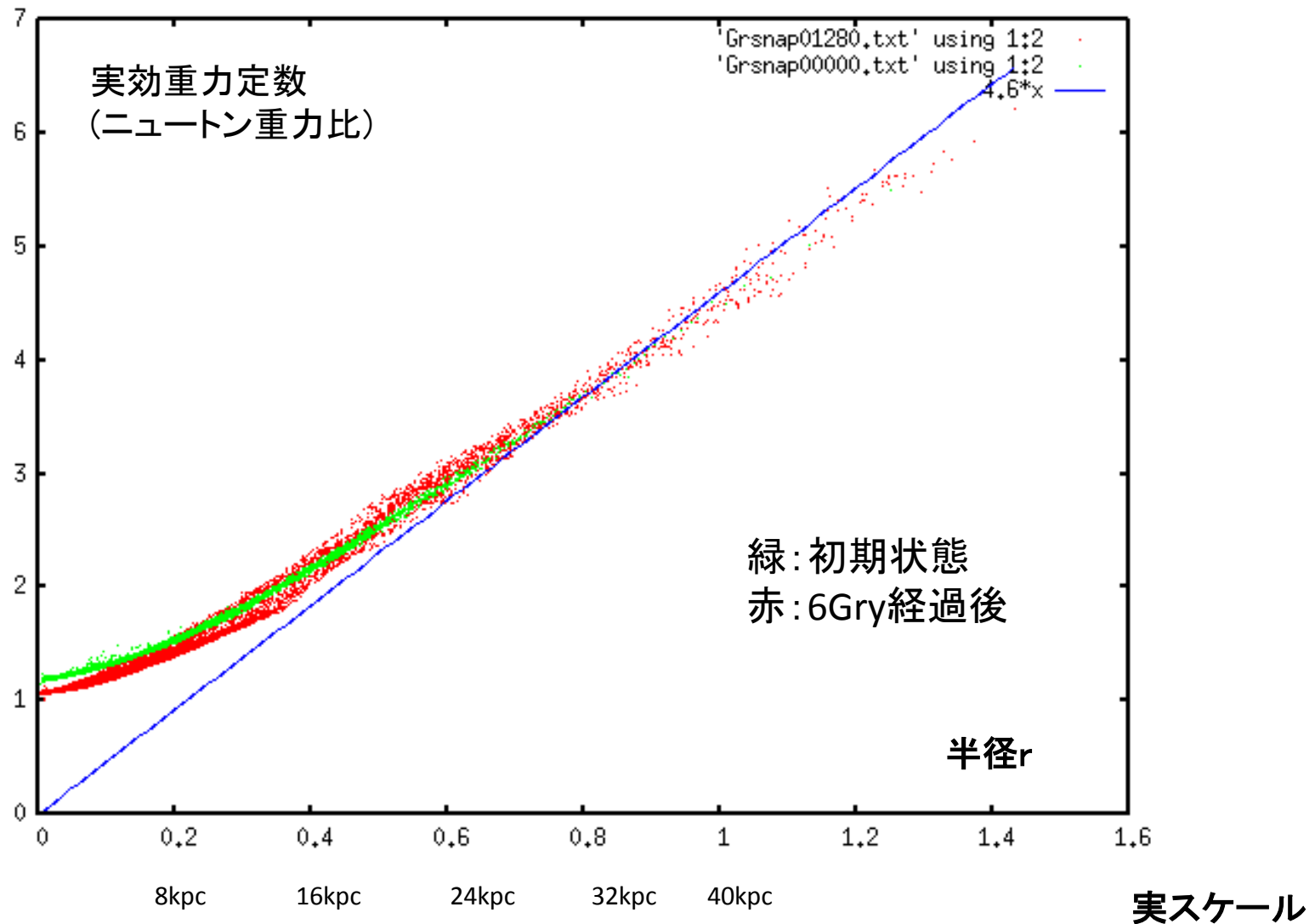
1R	40kpc
1M	$4 \times 10^{10} M_{\odot}$
1T	0.6Gry
1V	65km/s

▶ ディスク

- Exponential disk $\rho(r) = \exp(-r/R_d)$
- $R_d = 4.0 \text{ kpc}$
- $Z_d = 0.4 \text{ kpc}$
- $M_d = 4 \times 10^{10} M_{\odot}$
- $\epsilon = 1.25 \text{ kpc}$
- $N = 2048$

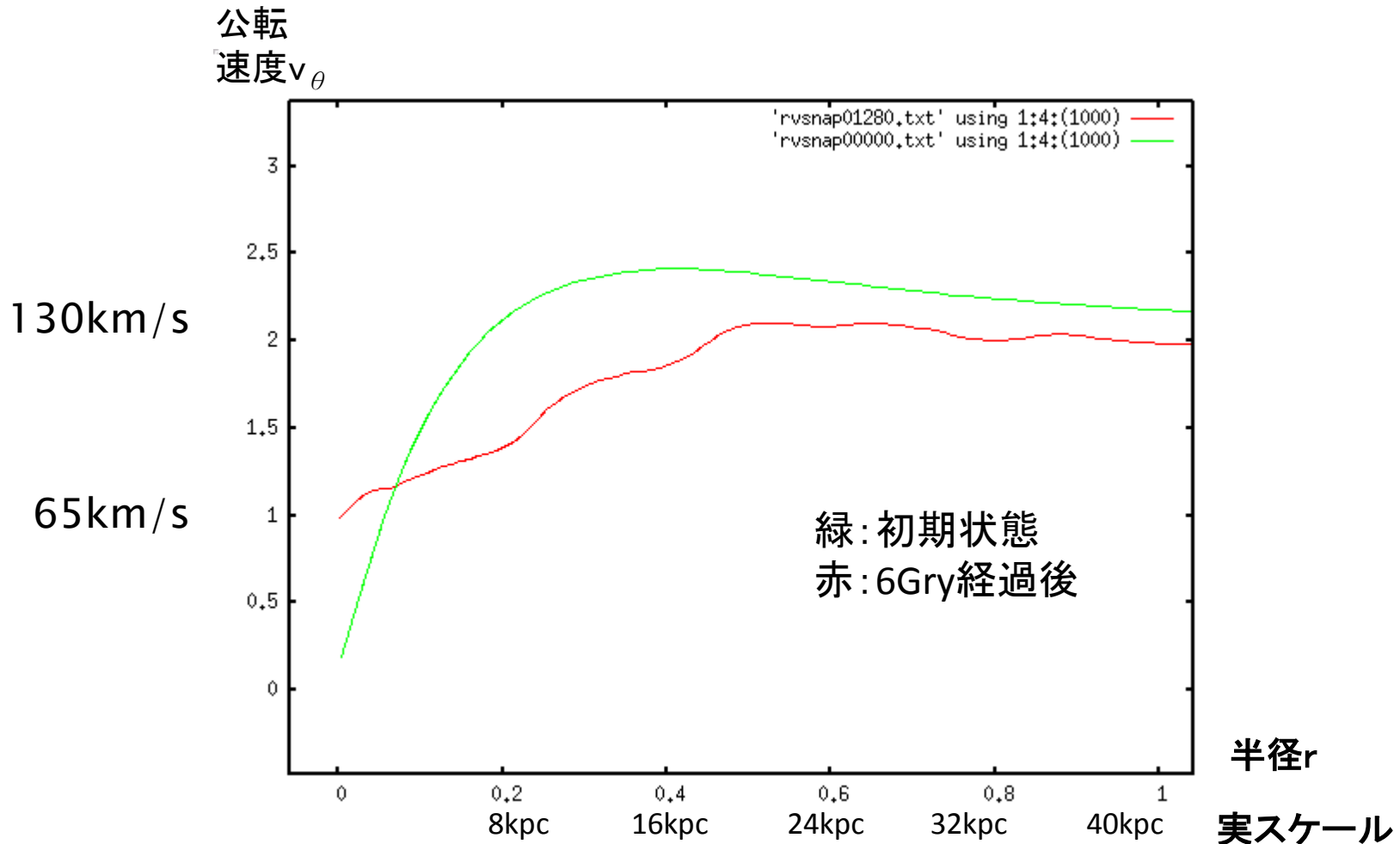
計算機: 汎用PC@CfCA

実効重力定数



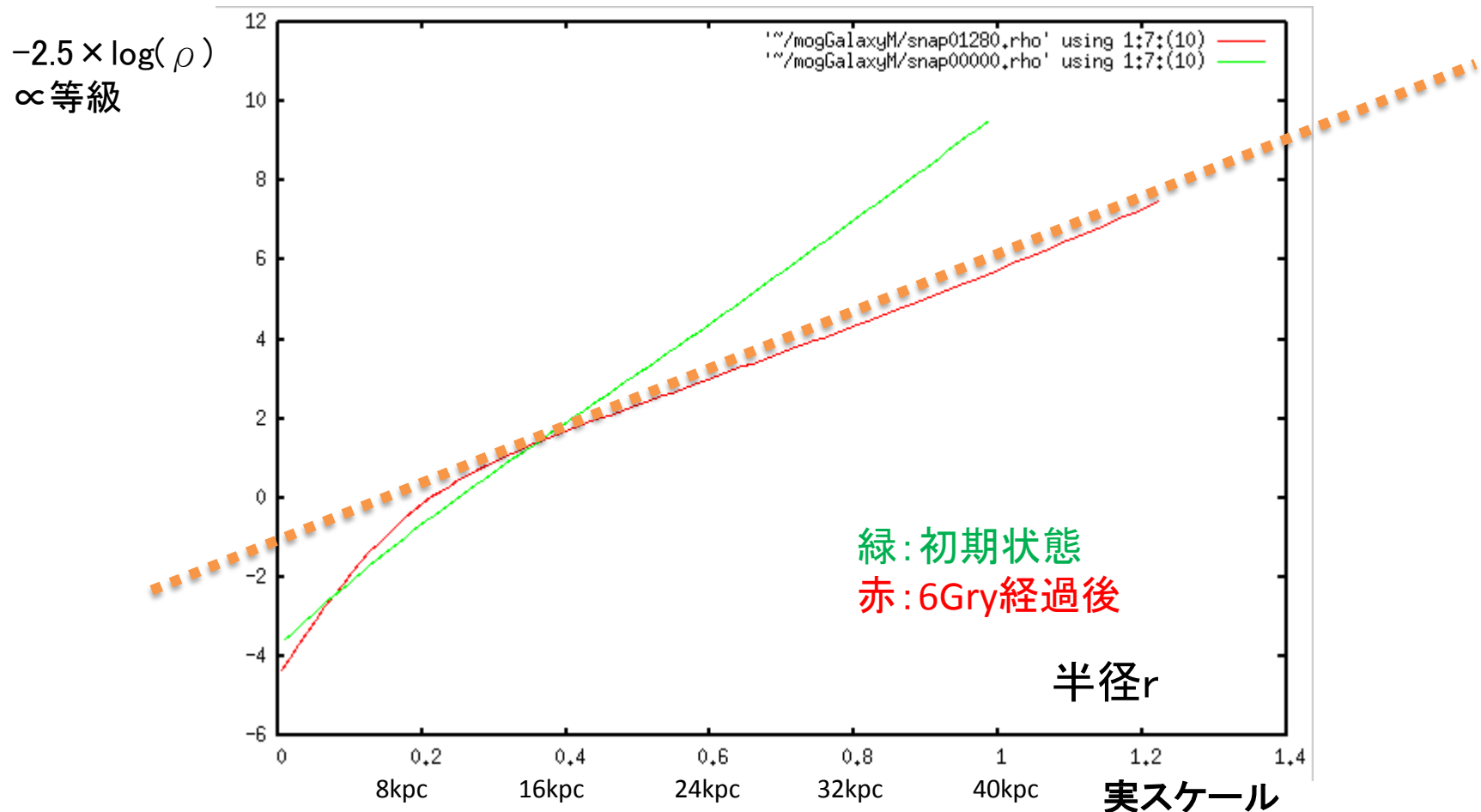
実効重力定数が外縁部で $G \propto r \rightarrow$ 平坦な回転曲線

回転曲線の時間発展

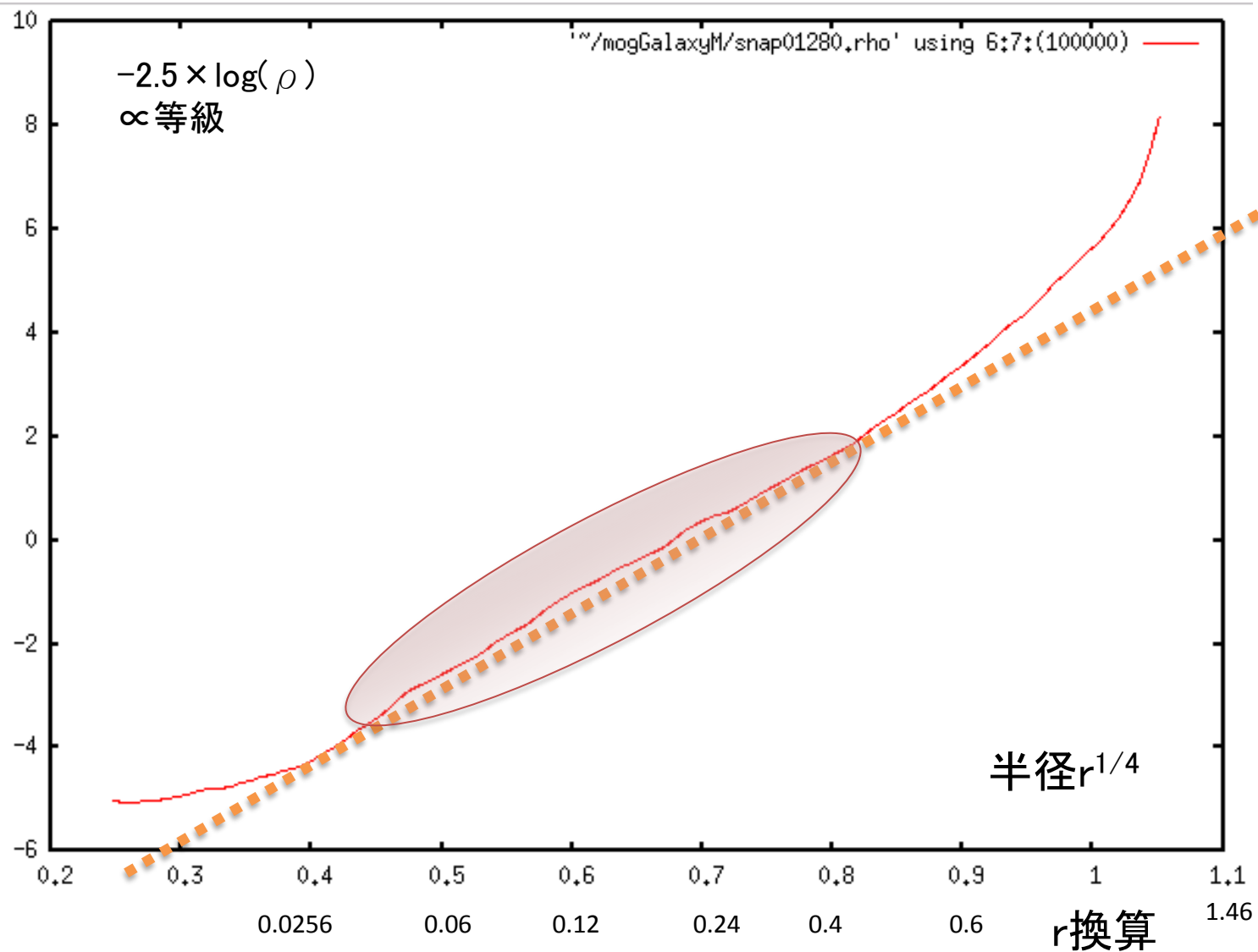


速度は落ちるが、平坦な回転曲線を維持

輝度分布の時間発展



外縁部では指数則を維持、しかし
内側では指数則からのずれが生じてしまう..

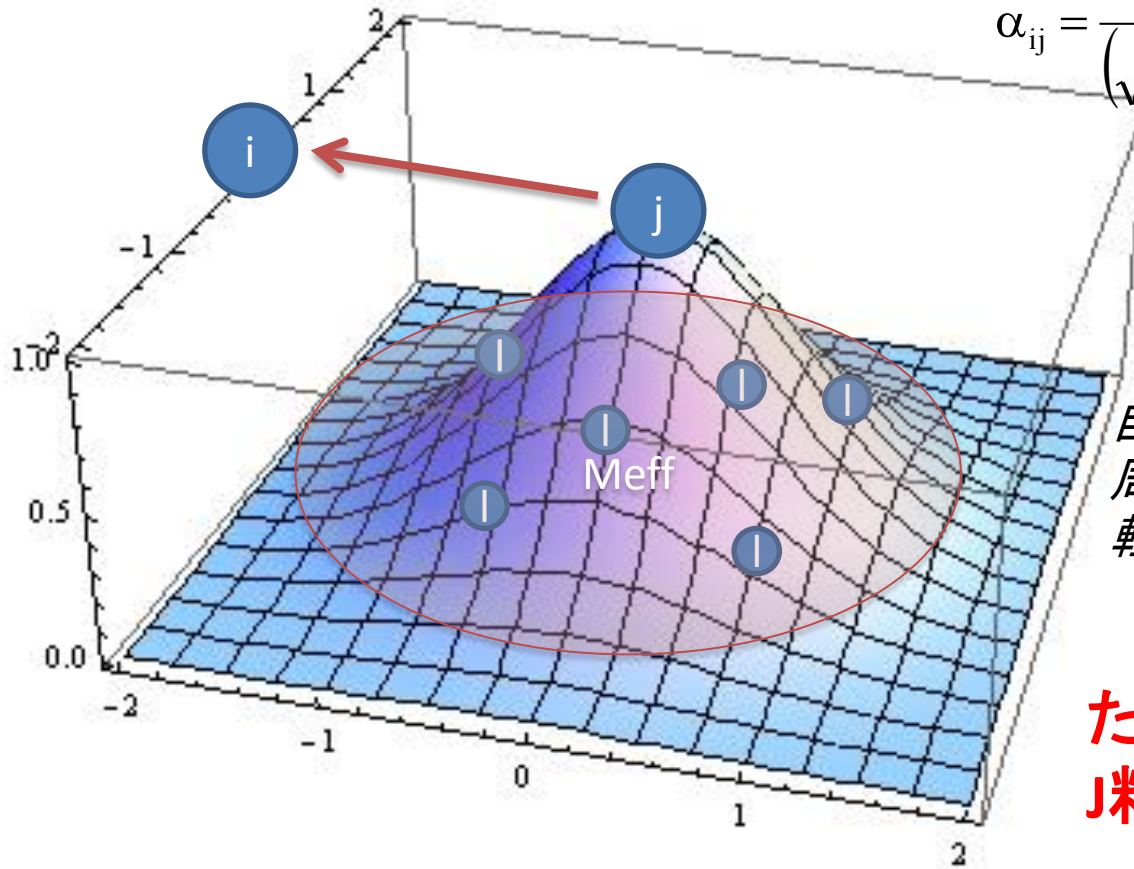


中心部ではde Vaucouleurs則になっている。

再掲: MOGでのN体計算

- j粒子からi粒子への力

$$a_i = -G_N \sum_j \frac{(r_j - r_i) m_j}{|r_j - r_i|^3} \left\{ 1 + \alpha_{ij} (1 - (1 + \mu |r_j - r_i|) e^{-\mu_{ij} |r_j - r_i|}) \right\}$$
$$\alpha_{ij} = \frac{M_{\text{eff}}}{(\sqrt{M_{\text{eff}}} + E)^2} \left(\frac{G_\infty}{G_N} - 1 \right), \mu_{ij} = \frac{D}{\sqrt{M_{\text{eff}}}}$$



$$M_{\text{eff}} = \sum_l m_l \exp\left(-\xi \frac{|r_l - r_j|}{|r_j - r_i|}\right)$$

自分の質量を含め
周囲の粒子の質量を $\exp(-r)$ で
軽み付けをして足し上げる

ただし、必要なのは
j粒子との距離の絶対値

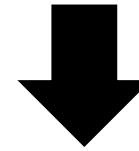
二体間の力を計算するために、全粒子の情報がその都度必要 → **N^3 の計算量**

Mass Shellを用いた近似で計算量の節約が可能

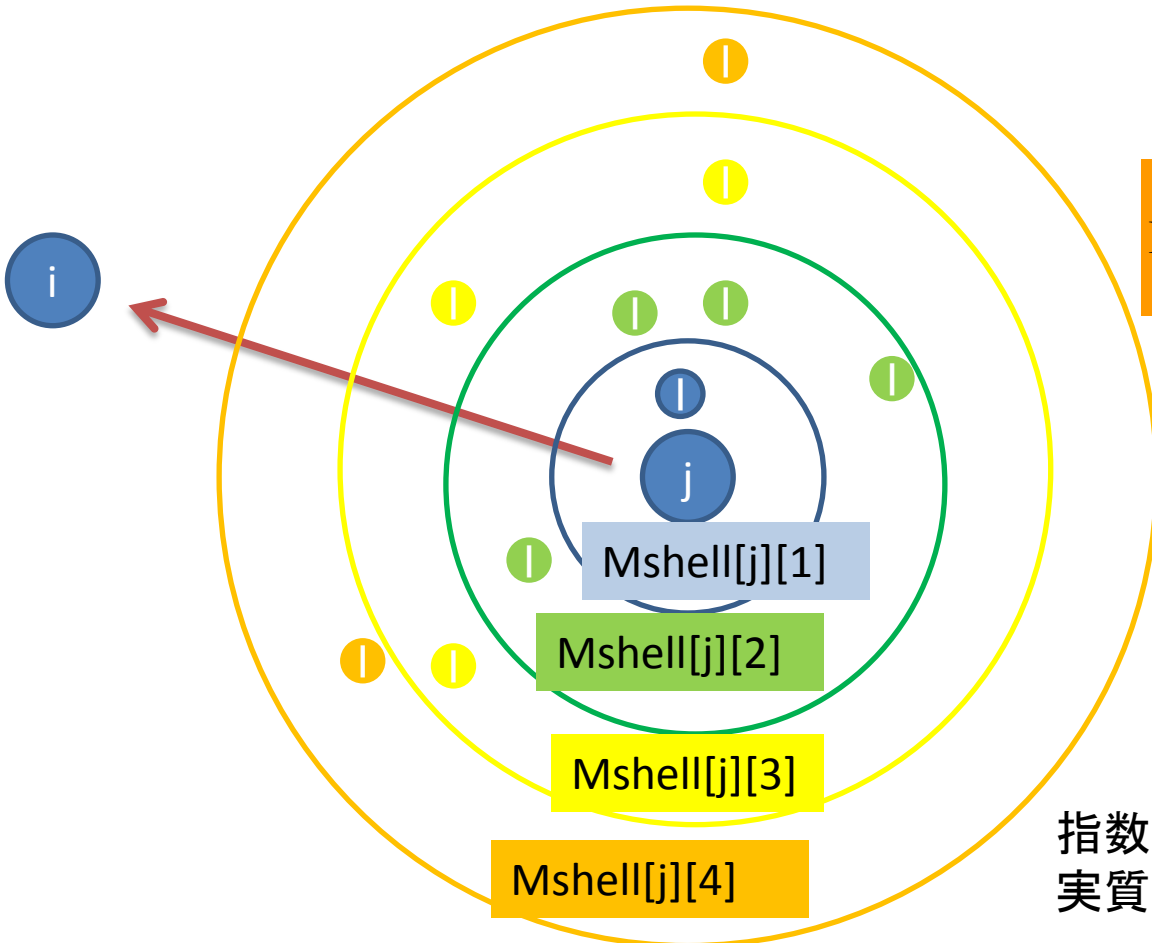
$$a_i = -G_N \sum_j \frac{(r_j - r_i)m_i}{|r_j - r_i|^3} \left\{ 1 + \alpha_{ij} (1 - (1 + \mu_{ij}|r_j - r_i|)e^{-\mu_{ij}(|r_j - r_i|)}) \right\}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{19M_{\text{eff}}}{(\sqrt{M_{\text{eff}}} + E)^2}, \mu_{ij} = \frac{D}{\sqrt{M_{\text{eff}}}}$$

$$M_{\text{eff}} = \sum_l m_l \exp\left(-\xi \frac{|r_l - r_i|}{|r_j - r_i|}\right)$$



$$M_{\text{eff}} = \sum_{\text{Nshell}} M_{\text{shell}}[\text{rshell}] \exp\left(-\xi \frac{|r_l - r_j|}{|\text{rshell}|}\right)$$



N^3 の計算量



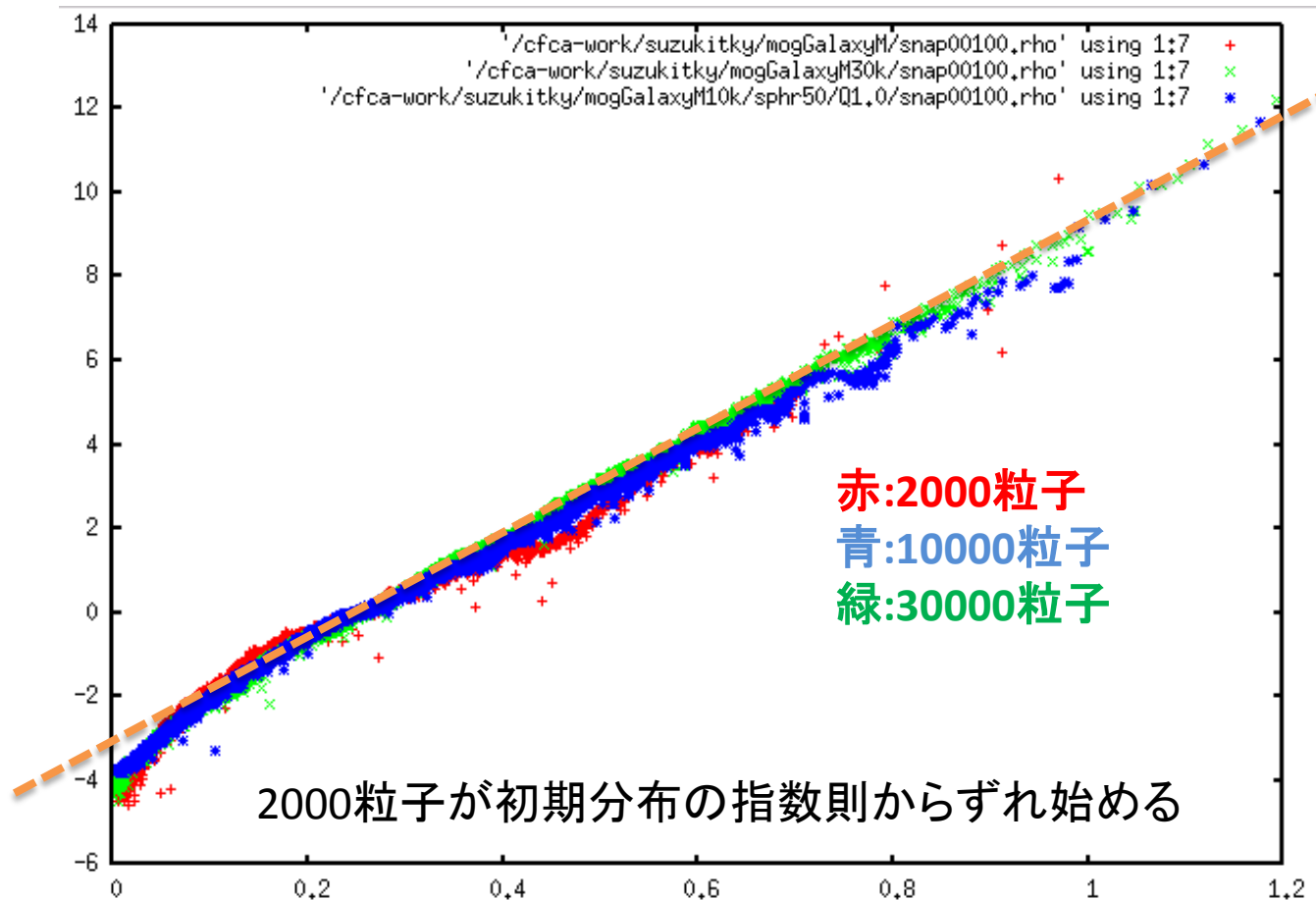
$N_{\text{shell}} \times N^2$

指数則のため遠方の粒子は
実質カットオフ→ N はそう多くなくて良い

近似を使い粒子数を増やすと

- mass shell を用いた近似で、 $N=10000, 30000$ を計算
 - 引き続き平坦な回転曲線は維持される。
 - 問題の輝度分布は……

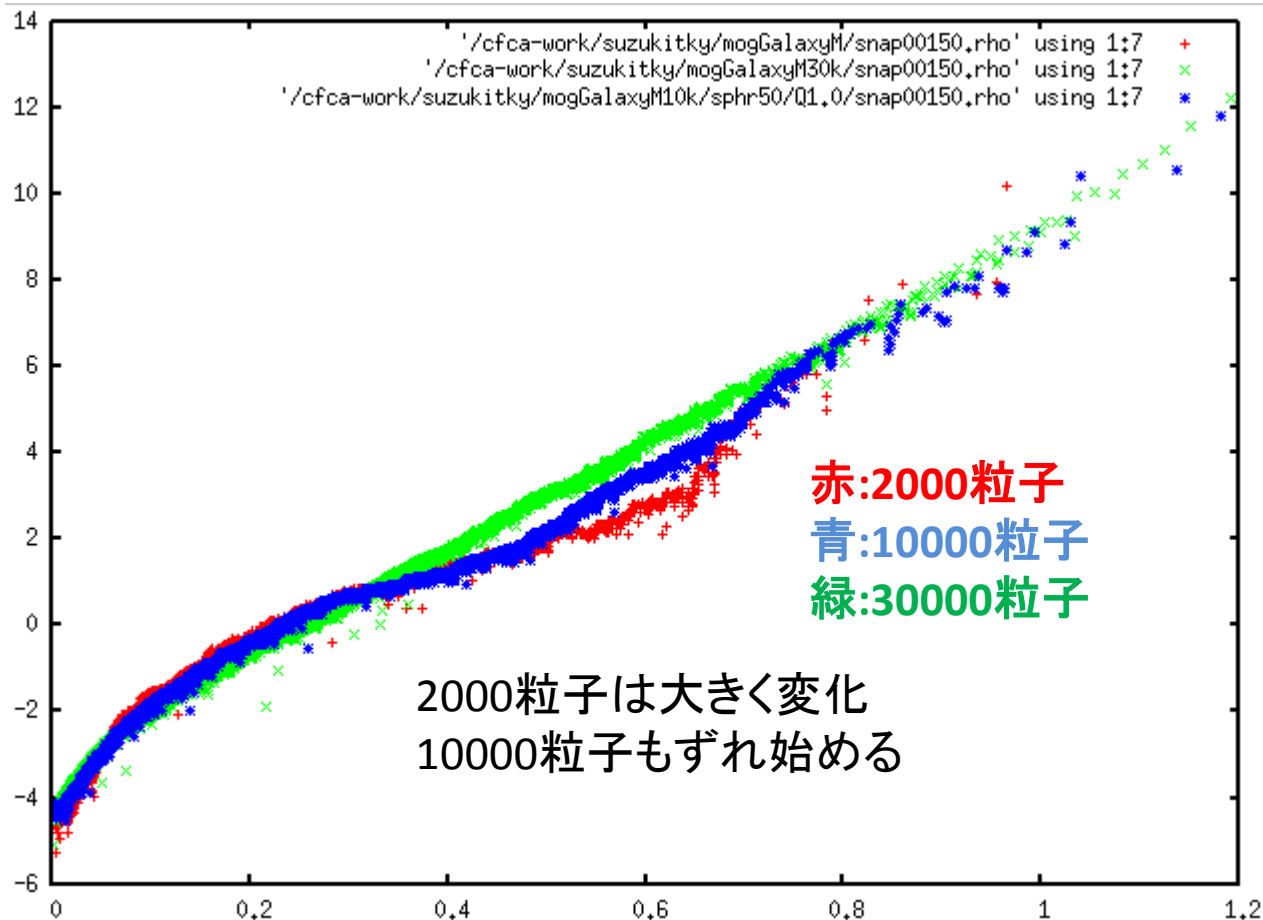
0.46Gry経過



近似を使い粒子数を増やすと

- mass shell を用いた近似で、 $N=10000, 30000$ を計算
 - 引き続き平坦な回転曲線は維持される。
 - 問題の輝度分布は……

0.7Gry経過



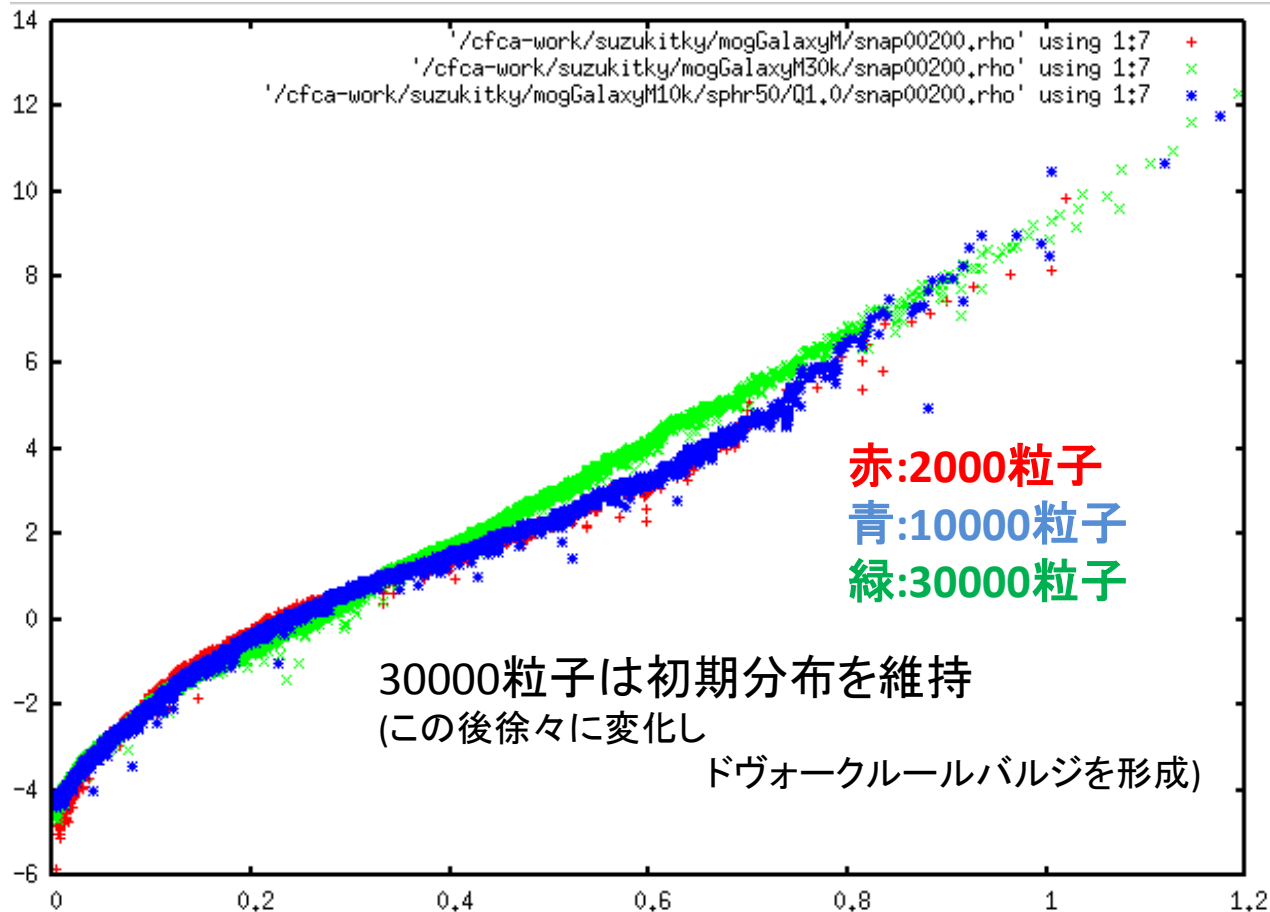
近似を使い粒子数を増やすと

- mass shell を用いた近似で、 $N=10000, 30000$ を計算

➤ 引き続き平坦な回転曲線は維持される。

➤ 問題の輝度分布は……

0.92Gry経過



指数則の破れは粒子数を増やすことで遅らせる事が可能

まとめと考察・今後の課題

- ◆ ダークエネルギーとダークマターを統一的に説明できるとされるモファットの重力理論
 - あらゆるスケールのダークマターを実効重力定数の変化で説明する
 - すでに、様々な観測との比較が行われ、よい一致を見ている
 - 本研究はモファットの理論をN体計算の視点から検証する事
- ◆ モファット重力による渦巻き銀河のN体シミュレーション
 - 銀河系と同じパラメータの円盤銀河を初期条件にN体シミュレーションをMOGの弱場方程式で実施、6Gyrの時間発展を追う(計算量大のため粒子数は限られる)
 - 平坦な回転曲線は6Gyrに互り維持 ○
 - 中心の輝度分布は指数則からドヴォークルール則へ△(外周部分は安定○)
 - バルジ(一般にドヴォークルール則)を含めた系で安定が成立するならOK？
 - 指数則のpseudo bulgeやバルジを殆ど持たない銀河を考えると
exponential disk 単体での安定性はやはり必要
 - Mass shellを用いた近似計算(計算量の節減→粒子数を増やせる)
 - ドヴォークルールバルジの形成は粒子数の増加で抑えられるかもしれない ○？
- ◆ 再検討すべき点・今後の課題
 - 粒子数をさらに増やした時に、指数則は宇宙年齢程度の安定性を確保できるか
 - 物理的意味の考察