

惑星系形成過程の大域的な N 体計算

石城陽太 (東京大学)

利用カテゴリ 利用カテゴリ XC-B

以下に成果の概要を記入してください。ページ数に上限はありませんが、最終的に提出される PDF のファイルサイズの上限は 2 MB です。

Summarize your achievement in this document. Though there is no page limitation, eventual size of the file must not exceed 2 MB in the PDF format.

1 Introduction

現在の惑星系形成論の標準的な理論では、惑星系は、中心星をとりまく円盤 (原始惑星系円盤) から形成したと考えられている。原始惑星系円盤の中で、固体物質が集積し、 $\sim km$ サイズの天体 (微惑星) が形成し、この微惑星がの集積により、地球型惑星や巨大惑星のコアが形成したと考えられている。微惑星から地球型惑星や巨大惑星のコアを形成する段階は、主に微惑星系の重力多体計算 (N 体計算) によって議論されてきた。微惑星の形成は重力相互作用や衝突を伴う非線形の力学的過程であるため、微惑星系の N 体計算は衝突系の N 体計算である。

多くの古典的な研究における N 体計算では、4 次エルミート法 (Makino 1991) を用いた直接計算手法が用いられる。これは、粒子間の重力相互作用を全て直接計算する手法である。HARP や GRAPE (Sugimoto et al. 1990, Makino et al. 1993, 2003) のような重力相互作用の計算を高速化するハードウェアが開発されている。しかし、これらの直接計算手法は計算速度が $O(N^2)$ で増加するのが問題点である。 N は系の粒子数である。

一方で、ツリー法 (Barnes & Hut 1986) は、重力相互作用の計算速度を $O(N \log N)$ に減少させることのできる N 体計算手法である。ツリー法を用いて開発された銀河の N 体計算コード PKDGRAV (Stadel 2001) は、惑星系形成の N 体計算にも用いられている (Richardson et al. 2000)。しかし、ツリー法は近接相互作用を高精度に計算するのは難しく、惑星系のような衝突系の N 体計算を長時間行なうのは難しいのが問題点である。

particle-particle particle-tree (P^3T) 法 (Oshino et al. 2011) は、4 次エルミート法とツリー法を組み合わせた計算手法であり、理想的には、計算速度は $O(N \log N)$ である。PENTACLE (Iwasawa et al. 2017) は P^3T 法を用いた N 体計算手法である。自己無撞着な N 体計算手法は様々なものが開発されているが、 $\sim 10^5$ - 10^6 年の計算をすれば計算可能な粒子数は最大でも $\sim 10^4$ - 10^5 程度である。しかし、 P^3T 法を用いることで、 $\sim 10^6$ 程度の計算も可能となる。PENTACLE で用いられる従来の P^3T 法は、系内の粒子について質量比が大きくなると計算速度が低下するという問題がある。

本研究では、 P^3T 法を用いた新しい N 体計算コード GPLUM の開発を行う。系内の粒子について質量比が大きくなった場合でも効率的にハミルトニアンを分割できる新たなアルゴリズムを開発し、実装することで、GPLUM では従来の P^3T 法の問題点を解決している。

2 Numerical Methods

P³T 法では、ハミルトニアンは以下のように H_{Soft} と H_{Hard} の 2 つに分割される。

$$H = H_{\text{Soft}} + H_{\text{Hard}}, \quad (1)$$

$$H_{\text{Soft}} = - \sum_i \sum_{j>i} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} W(r_{ij}; r_{\text{out}}), \quad (2)$$

$$H_{\text{Hard}} = \sum_i \left[\frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m_i} - \frac{GM_* m_i}{r_i} \right] - \sum_i \sum_{j>i} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} [1 - W(r_{ij}; r_{\text{out}})], \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j. \quad (4)$$

ここで、 G は重力定数、 m_i 、 \mathbf{p}_i 、 \mathbf{r}_i は粒子 i の質量、運動量、位置である。 M_* は中心星質量。 $W(r_{ij}; r_{\text{out}})$ はハミルトニアンの切替関数で、粒子間距離 r_{ij} とカットオフ半径 r_{out} により決まる。 $W(r_{ij}; r_{\text{out}})$ は、 $r_{ij} > r_{\text{out}}$ では 1、 $r_{ij} < r_{\text{out}}$ では r_{ij} の減少に伴って 0 に近づくような関数であり、これによって遠距離相互作用が H_{Soft} に、近距離相互作用が H_{Hard} に含まれるようにハミルトニアンが分割される。

ハミルトン形式では、運動方程式は以下のように記述される。

$$\frac{dw}{dt} = \{w, H\}. \quad (5)$$

w は正準変数、 $\{, \}$ はポアソン括弧である。この方程式の解は以下で表される。

$$w(t + \Delta t) = e^{\Delta t \{, H\}} w(t). \quad (6)$$

P³T 法では、この解を以下のように表す。

$$w(t + \Delta t) = e^{\Delta t/2 \{, H_{\text{Soft}}\}} e^{\Delta t \{, H_{\text{Hard}}\}} e^{\Delta t/2 \{, H_{\text{Soft}}\}} w(t). \quad (7)$$

これにより、 H_{Soft} と H_{Hard} の寄与を分割して積分することができる。P³T 法では、 H_{Soft} に含まれる重力相互作用をツリー法で高速に計算し、 H_{Hard} に含まれる重力相互作用を 4 次エルミート法またはニュートン-ラブソン法で積分する。

ここで、GPLUM におけるカットオフ半径 r_{out} の決め方を説明する。それぞれの粒子のカットオフ半径 $r_{\text{out},i}$ は、粒子のヒル半径 r_{Hill} をもとに以下のように定められる。

$$r_{\text{out},i} = \tilde{R}_{\text{cut}} r_{\text{Hill},i}. \quad (8)$$

\tilde{R}_{cut} はカットオフ半径を定める定数パラメータである。PENTACLE などの従来の P³T 法 N 体計算コードでは、(2)、(3) で用いられるカットオフ半径 r_{out} は以下のように定められる。

$$r_{\text{out}} = \max_k (r_{\text{out},k}). \quad (9)$$

本稿では、このようなカットオフ半径の決め方を、「共有カットオフ法」と呼ぶ。一方で、GPLUM では、粒子 i と粒子 j の相互作用に関するカットオフ半径 $r_{\text{out},ij}$ を以下のように定める。

$$r_{\text{out},ij} = \max (r_{\text{out},i}, r_{\text{out},j}). \quad (10)$$

本稿では、このようなカットオフ半径の決め方を、「独立カットオフ法」と呼ぶ。

惑星系形成の微惑星成長は暴走的、寡占的なモードで起きるため、系内の粒子の質量比は大きくなる。このとき、共有カットオフ法を用いると、全ての相互作用で質量が最大の暴走成長天体のヒル半径をもとにカットオフ半径が定められるため、特に小質量の粒子の相互作用については、ヒル半径と比較して距離が遠い粒子との相互作用も H_{Hard} に含まれることになる。そのため、ハミルトニアン分割の効率が落ち、特に \tilde{R}_{cut} を大きく設定しているときには計算速度が大きく落ちる問題点があった。しかし、独立カットオフ法を用いると、質量比が大きくなった場合でもハミルトニアン分割は質量に応じて適切に行われるので、計算速度は落ちない。

他にも、近接粒子の探索方法や、MPI通信のアルゴリズムなどに改良を加えた (Ishigaki et al. in prep.).

3 Results

GPLUMの性能評価を行うために、微惑星系の N 体計算を行う。初期の粒子は、 2×10^{21} g, 2 g/cc の糖質量に設定し、0.9-1.1 AU の領域に 10^6 粒子を設定する。軌道離心率、傾斜角は $\langle e^2 \rangle^{1/2} = 2 \langle i^2 \rangle^{1/2} = 2h$ に従うガウス分布で設定する (Ida & Makino 1992)。 $h = r_{\text{Hill}}/a$ で、 a は軌道長半径である。微惑星の集積は、完全合体とする。

図は、共有カットオフ法と独立カットオフ法のエネルギー誤差である。共有カットオフ法と独立カットオフ法でエネルギー誤差は同程度なので、独立カットオフ法を用いても精度は保たれていることが分かる。また、衝突破壊モデル (Kominami et al. in prep.) を導入したときのエネルギー誤差も図中に示す。衝突破壊を考慮しても、精度は保たれていることが分かる。また、粒子数や質量成長速度、軌道離心率、傾斜角分布などについても比較を行ったが、共有カットオフ法と独立カットオフ法で大きな違いはないことは確かめている。

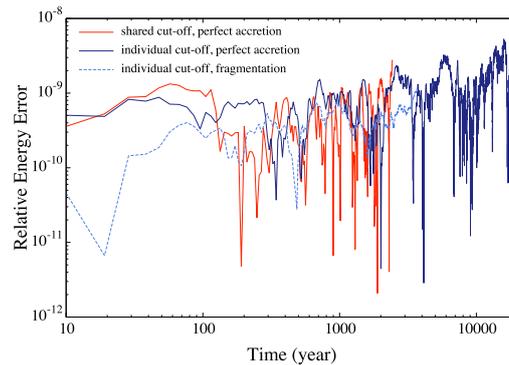


図 1: 完全合体で共有カットオフ法 (赤色) と独立カットオフ法 (青色), 衝突破壊で独立カットオフ法 (水色) の長期計算における系の相対エネルギー誤差. $\theta = 0.5$, $\Delta t = 1/128$

また、独立カットオフ法の長期計算の 2,500 年の系を用いて、共有カットオフ法と独立カットオフ法の比較のための計算を行う。

図2は、共有カットオフ法と独立カットオフ法の計算時間である。 $\tilde{R}_{cut} \gtrsim 1$ のとき、共有カットオフ法では計算時間が大きく増加するのに対して、独立カットオフ法では計算時間はほとんど変化がない。ヒル球の内部の粒子との相互作用を近接相互作用として計算するのであれば、 $\tilde{R}_{cut} \gtrsim 1$ とすることが必要であるので、そのような計算を効率良く行うためには独立カットオフ法を用いることが有効であることがわかる。

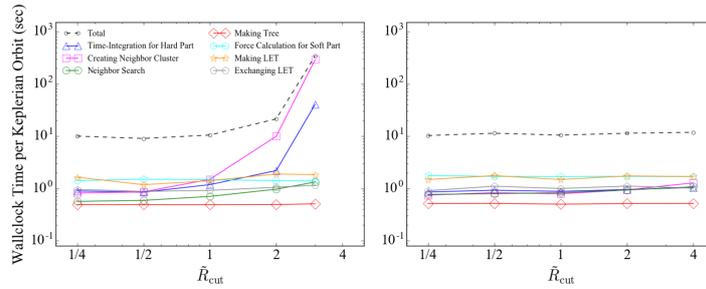


図2: 共有カットオフ法(左)と独立カットオフ法(右)のときの1ケプラー時間にかかる各処理の計算時間。合計(黒色), 4次エルミート法による積分(青色), 近接粒子の探索(緑色), 近接粒子をもとにした粒子グループの作成(桃色), ツリーの作成(赤色), ツリー法による計算(水色), MPIプロセス内でのローカルツリーの作成(黄色)とその送信(灰色)の処理にかかる時間を \tilde{R}_{cut} の関数として図示している。 $\theta = 0.5$, $\Delta t = 1/128$ 。 θ はツリーの見込み角。

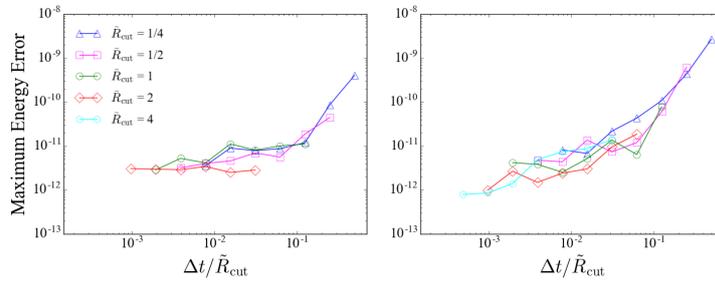


図3: 共有カットオフ法(左)と独立カットオフ法(右)のときで5ケプラー時間で生じた系の相対エネルギー誤差。 $\theta = 0.5$

また、図3は、共有カットオフ法と独立カットオフ法の系のエネルギー誤差である。共有カットオフ法と独立カットオフ法では系のエネルギー誤差は同程度であり、 Δt , \tilde{R}_{cut} に対して、同様の傾向を示す。 Δt はケプラー時間の $1/\pi$ を単位とするツリーのタイムステップである。このことから独立カットオフ法でも共有カットオフ法と同程度の精度で計算できることが分かる。

4 Discussion and Conclusion

本研究では、P³T法を用いた N 体計算コード、GPLUMの開発を行った。本研究で新たに考案した独立カットオフ法による計算精度は、従来の方法である共有カットオフ法に

よるものと同程度である。独立カットオフ法の計算は、共有カットオフ法のものよりも非常に高速であることも確かめているため、GPLUMは、従来のP³T法の問題を解決している。

今後、この計算コードを用いれば、 $\sim 10^7$ 程度の粒子数の N 体計算も現実的になるため、惑星系円盤の広範囲の計算や、高解像度の計算も可能になる。また、 N 体計算を用いたパラメータサーベイも可能になると考えられるため、新たな枠組みでの惑星系形成の議論も可能になってくると期待される。

しかし、 > 5 AUの領域では、連微惑星のような公転のタイムスケールより非常に小さいタイムスケールで複雑な運動をする粒子が生まれる確率が高いことが知られている。この運動を高精度に解くのはGPLUMを用いても難しく、木星以遠の領域まで含めた広範囲の N 体計算は未だ困難である。これを解決するためのGPLUMの開発は現在行っている。

参考文献

- [1] Barnes, J., Hut, P., 1986, Nature 324, 446
- [2] Iwasawa, M., Oshino, S., Fujii, M. S., Hori, Y., 2017, Publications of the Astronomical Society of Japan 69, 81
- [3] Makino, J., 1991, The Astrophysical Journal 369, 200
- [4] Makino, J., Fukushige, T., Koga, M., Namura, K., 2003, Publications of the Astronomical Society of Japan 55, 1163
- [5] Makino, J., Kokubo, E., Taiji, M., 1993, Publications of the Astronomical Society of Japan 45, 349
- [6] Oshino, S., Funato, Y., Makino, J., 2011, Publications of the Astronomical Society of Japan 63, 881
- [7] Richardson, D. C., Quinn, T., Stadel, J., Lake, G., 2000, Icarus 143, 45
- [8] Stadel, J. G., 2001, Ph. D. thesis, University of Washington Washington, DC.
- [9] Sugimoto, D., Chikada, Y., Makino, J., Ito, T., Ebisuzaki, T., Umemura, M., 1990, Nature 345, 33