

原始惑星系の安定性と惑星間隔の必然性

伊藤孝士・谷川清隆 (国立天文台三鷹)

tito@cc.nao.ac.jp

全地球史解読計画『とけい班』の精神的基礎を成す概念のひとつとして、地球の軌道運動が全地球史的な時間スケールで安定であったという仮定がある。私達はこの仮定の妥当性を検証するために、超長期にわたる惑星運動の数値積分を行っている。その結果、 $O(10^9)$ 年の時間スケールでは惑星の運動は非常に安定であり、現在と似たような運動を続けるのではないかと予測を立てられる段階に到達した。ここで次なる疑問が発生する。かくも安定な惑星系はいかにして形成されたのか？この安定性はどのような機構で保たれているのか？本稿ではこの点に着目し、地球型惑星領域にあった原始惑星系が木星型惑星の摂動によって不安定化する中で強制的にその間隔を広げ、現在のような安定状況に陥ったという仮説に立った数値実験の結果を報告する。計算の結果は、現在の惑星配置の大きな特徴である規格化間隔の内外格差という問題にひとつの解決指針を与えるものでもある (Ito and Tanikawa, 1998)。

1. 惑星系の安定性とその起源

惑星系の安定性は天文学の長い歴史の中で延々と議論がなされ続け、未だに決定的な解答が得られていない問題である。これについては解析的な摂動論による研究が数百年の長きにわたって続けられて来たが、近年の計算機技術の発達によりこれを数値実験により直接確認することが可能になりつつある。全地球史解読計画『とけい班』の基礎概念である地球の軌道運動の安定性を検証するために、私達は惑星の運動を過去と未来の数億年間にわたって数値的に追ってみた (Ito *et al.*, 1996)。その結果、この程度の期間では惑星の軌道はまったく安定、すなわち準周期的な運動を繰り返すばかりであることがわかった。後述するように数学的側面から見た惑星の運動はカオスの様相を呈しており、カオスの特徴的時間スケールである Lyapunov 時間はわずか数百万年である。それにも関わらず、地球を含めた現在の惑星系の運動は極めて、非常に、信じ難いほど安定である。数億年という積分期間を短いと感じる読者もいるであろうが、これはマシンの能力と計算時間の制約に依るものである。計算時間の短縮ため、私達は外惑星系 (木星から冥王星まで) のみを対象とした長期の数値実験をも行った。期間 430 億年にわたる数値積分の結果、予想通りぱっと目に付くような軌道の変化はほとんど見られなかった。すなわち、少なくとも現在の惑星の軌道は大変に安定で、不安定や衝突・散乱にはほど遠いコンフィギュレーションに居ることがわかったのである。

仮に惑星系がかほど安定であることが事実だとすれば、当然の如く次なる疑問が発生する：これほど安定な惑星系は如何にして作られたのか？現在の惑星配置の必然性はどれほどのものか？特に興味深いのは惑星間隔の内外格差である。惑星の間隔を質量を考慮して計測すると (Hill 半径で規格化するという意味である) 表 1 で示されるように著しい内外格差が見て取れる。すなわち内側の地球型惑星は疎であり、外側の木星型惑星は密であるということである。これについても今のところ満足の行く説明は存在しない。

惑星配置の必然性を検分するには、仮想的な惑星系を考えてその軌道進化や安定性を片っ端から調べて行くのが手っ取り早い。惑星の質量を重くしたり、間隔をせばめたり、個数を増やしたりして不安定性を加速した系で数値実験を行い、現実の系に対してスケールを当てはめようとするのである。代表的な例は Gladman (1993) や Chambers *et al.* (1996) である。Chambers らは等質量の原始惑星 (惑星のもとになる中間生成物的な天体) を二次元平面内で等間隔に並べ、不安定 (Hill 半径内への近接遭遇と定義する) が生じるまでの時間を計測した。彼らの結果によれ

惑星	AU	R_H	\bar{r}_H	\bar{r}_I
水星				
	0.3362	63.40	81.67	69.03
金星				
	0.2767	26.25	32.93	26.78
地球				
	0.5237	39.95	60.57	52.01
火星				
	3.6806	16.02	20.30	11.28
木星				
	4.3777	7.95	11.04	6.36
土星				
	9.6474	13.98	21.27	13.53
天王星				
	10.8743	13.93	17.45	11.73
海王星				
	9.1605	10.24	22.08	15.22
冥王星				

表 1. 惑星の間隔。絶対距離 (AU), 相互 Hill 半径 (R_H), 平均 Hill 半径 (\bar{r}_H), 平均作用圏 (\bar{r}_I) でそれぞれ規格化したものを列挙した。

ば、不安定性に至るまでの時間は原始惑星の個数や質量にはあまり依らず、Hill 半径で規格化した間隔のみに依存するということがわかった。しかも、原始惑星の間隔と不安定までの時間の対数にはきれいな線型の関係が現れていた。すなわち、Hill 半径で計った原始惑星の間隔を $\Delta \times$ Hill 半径とした場合、不安定が生じるまでの時間 T_I と Δ の間には

$$\log T_I \propto \Delta \tag{1}$$

という関係が存在することがわかったのである。原始惑星の数 N や質量を変化させると上記の関係に於ける比例係数は変化するものの、定性的にはやはり式 (1) の関係が成立することも判明した。

ここで問題となるのは原始惑星系に於いて不安定が発生するまでの時間である。原始惑星の間隔が広くなるにつれて安定性は強まり、系はそれ以上の進化をなかなか行わなくなる。私達は Chambers らの数値実験の拡張を三次元空間の中で行ってみたが、 $\Delta \sim 18$ での原始惑星系の安定性時間は 10^7 年にのぼることがわかった (図 1)。表 1 を見ればわかるように、現在の地球型惑星系では $\Delta > 26$ であり、図 1 の計算結果を補外するととてもつもない数字になってしまう。これでは、太陽系の寿命以内に惑星が形成するとはとても思われない。何らかの機構が惑星の形成過程を加速したはずである。

ちなみに、初期の惑星配置の違いによって一桁くらいの幅は現れるものの、天体の間隔 Δ と不安定までの時間 T_I の間の対数的線型関係の成立も確認された (図 1)。なお、本稿で使用される相互 Hill 半径 R_H , Hill 半径 r_H , 作用圏 r_I の定義はそれぞれ以下の通りである。 i, j は天体の番号、 d は中心星からの距離、 m は天体の質量、 M_\odot は中心星質量である。

$$R_H^{i,j} \equiv \left(\frac{m_i + m_j}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{d_i + d_j}{2} \right), \tag{2}$$

$$r_H^i \equiv \left(\frac{m_i}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}} d_i, \quad (3)$$

$$r_I^i \equiv \left(\frac{m_i}{M_\odot} \right)^{\frac{2}{5}} d_i. \quad (4)$$

2. 原始惑星系の不安定性と惑星間隔

安定な惑星系の必然性に対して答を出してくれる可能性のもうひとつは、惑星集積過程の研究である。近年の観測技術の飛躍的發展により、従来は理論的研究の産物であった原始惑星系円盤や太陽系以外での惑星系が次々と発見される時代になっている (Rasio and Ford, 1996; Boss, 1996)。系外惑星系の発見は、太陽系外の客観的観測データに基いて私達の太陽系の普遍性と特殊性を明らかにできる段階が近づいていることを予感させるものである。こうした状況のもと、微惑星の集積を扱う惑星集積過程に関しては強力な専用計算機および高速の数値算法を用いた重力多体問題の数値シミュレーションが東大駒場のグループらにより活発に行われており、画期的な発見が相次いでなされている (Sugimoto *et al.*, 1990; Ebisuzaki *et al.*, 1993; Makino *et al.*, 1997; Makino, 1991; Makino and Aarseth, 1992)。現在の惑星系がここまで安定なのは、ひとつには惑星の間隔が前述のようにかなり広く空いていることに起因していると思われる。惑星集積の段階で何故このように大きな間隔を持って惑星が形成されたのかを問い詰めることで、惑星系の安定性の起源の謎に迫ることができると考えられる。専用計算機による惑星集積過程シミュレーションの最新の結果 (Kokubo and Ida, 1995; Kokubo and Ida, 1996; 小久保, 井田, 1997; Kokubo and Ida, 1998) は遂に惑星集積の最終段階にまで到達し、地球型領域には現在の惑星の十数分の一の質量の原始惑星が十数個並ぶという状況を再現した。そこで私達はこの結果を受け、木星型惑星からの永年摂動によって地球型惑星領域の原始惑星系が不安定を起こし、衝突・散乱を経由して現在の個数と間隔に落ち着いたのではないかという仮説を立て、これを検証するための数値実験を行っている。以下では私達の計算の予備的な結果について報告する。

木星型惑星の形成は地球型惑星の形成を追い越したか？

Kokubo and Ida の結果によれば、微惑星の暴走成長によって形成される原始惑星の質量は地球付近では $\sim 0.1M_\oplus$ であるが、木星土星付近では数 M_\oplus になる。これは、カタストロフィックなガス捕獲過程が生じる限界コア質量に匹敵する値である (Pollack *et al.*, 1996; Tajima, 1998; Wuchterl, 1995)。つまり木星や土星に関しては、微惑星の暴走成長が完了して固体コアが出来上がった段階でいきなり次なるプロセスである急激な原始太陽系星雲ガスの捕獲が開始されてしまう可能性があるのである。もちろん木星型惑星領域の原始惑星の形成には地球型惑星領域のそれに比べると長い時間がかかるが、それは 10^7 年程度であり、上述したようにこの時間内で地球型惑星が完全に出来上がってしまうことはない。また、木星や土星の原始太陽系星雲ガスの捕獲時間スケールである 10^6 年という時間スケールは、これらの惑星の固体コアの形成に必要な 10^7 年という時間に比べて十分に短い。このことは次のシーケンスを予測させる。地球型惑星の形成は原始惑星が形成した段階で事実上足踏み状態に突入するが、微惑星の暴走成長が終了した時点で限界コア質量を獲得する木星や土星はそのまま一気に現在の質量にまで到達してしまう可能性がある。即ち、この時点で木星型惑星の形成は地球型惑星の形成に追い付き、追い越したかもしれないのである。このことは、惑星形成の順序がケプラー時間スケールに比例する—惑星は内側から順番に出来上がって行く—という従来の考え方を大幅に覆すものである。

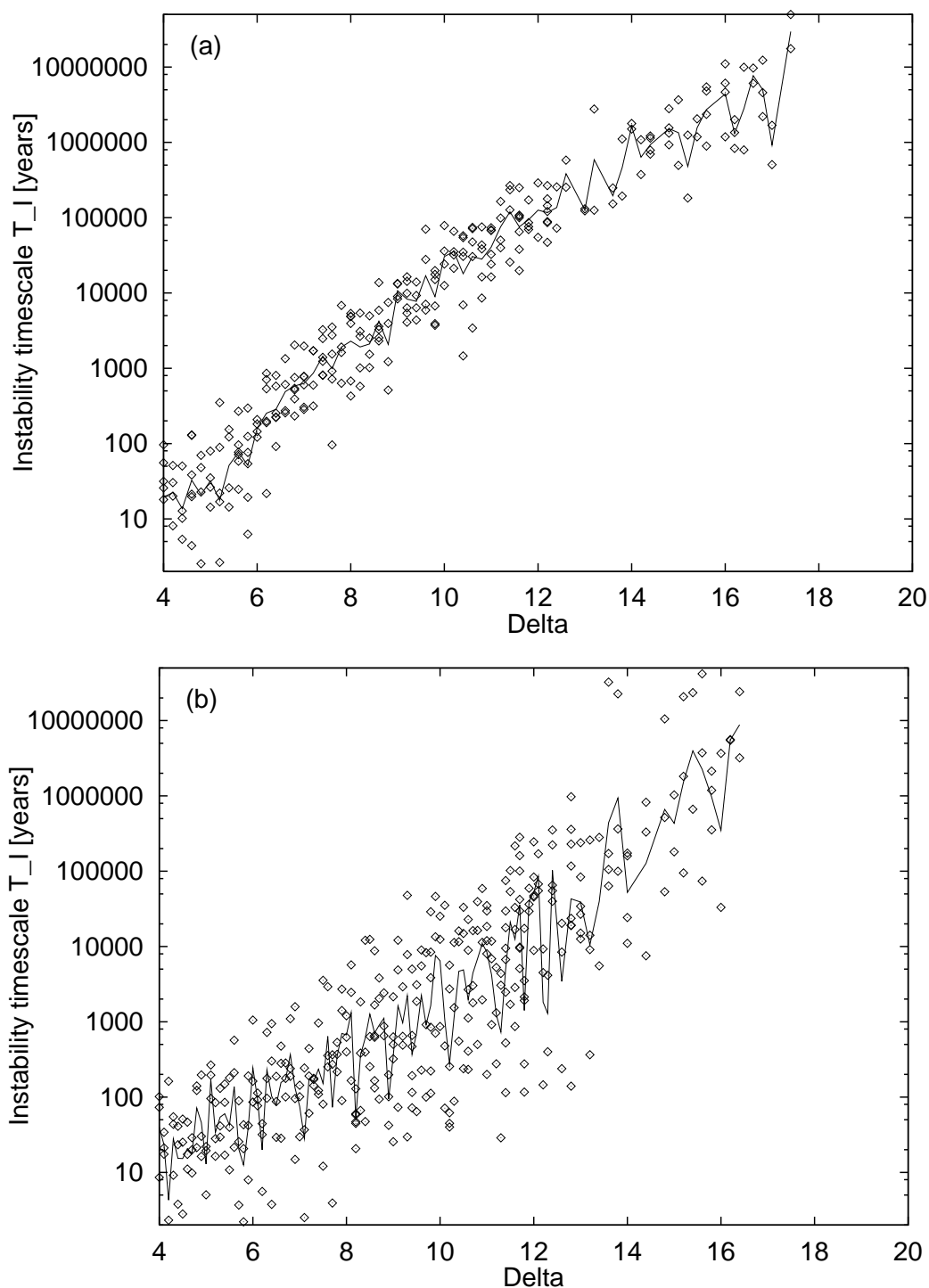


図 1. 無摂動原始惑星系の安定性。横軸は相互 Hill 半径で規格化した間隔 Δ ，縦軸は不安定が発生するまでの時間。(a) は $N = 20$, $\langle e^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 2 \langle I^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 0.005$, (b) が $N = 10$, $\langle e^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 2 \langle I^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = 0.015$ の場合。実線はいくつかの Δ の bin に関する不安定時間の対数平均値。

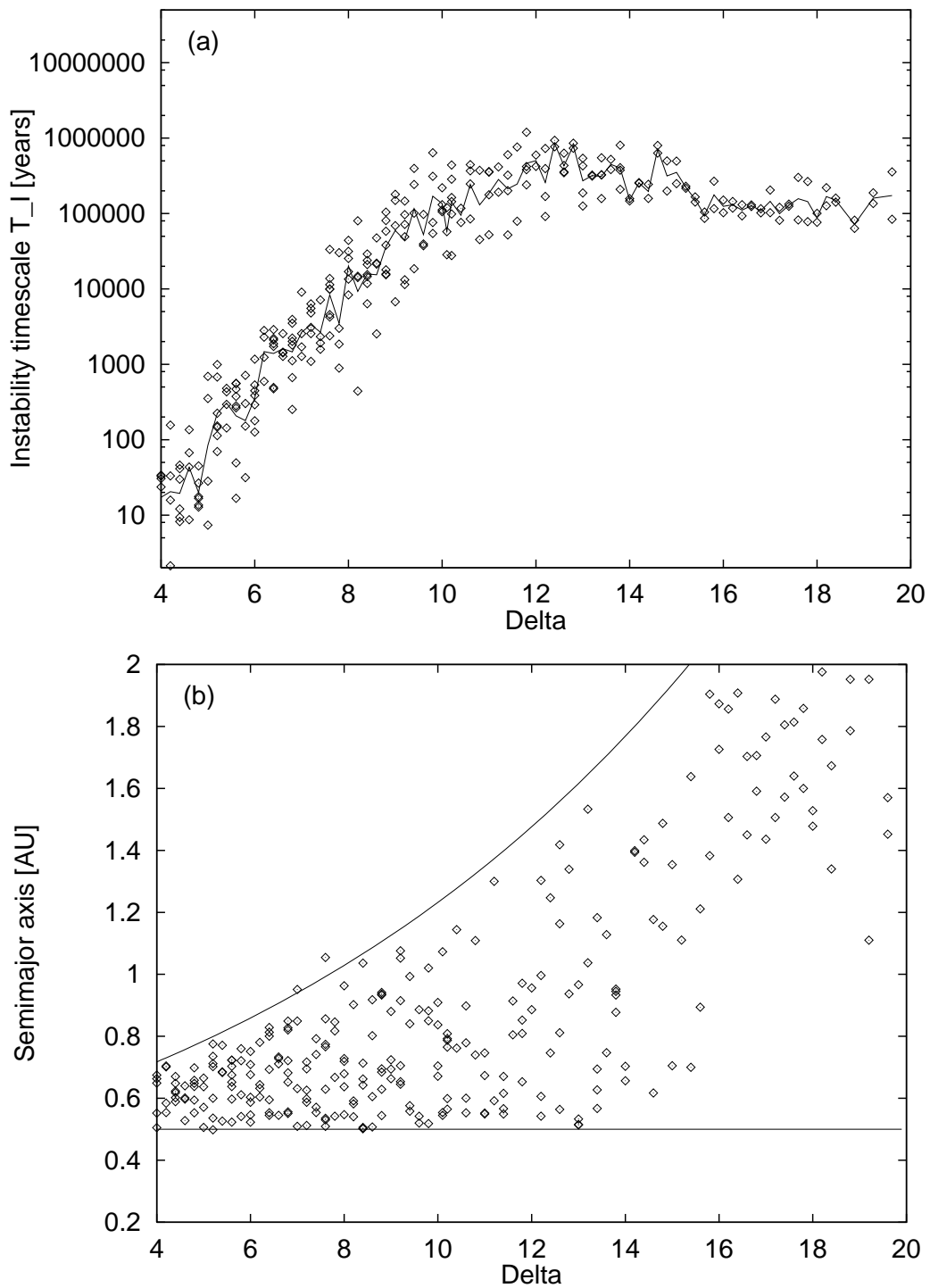


図 2. 木星と土星の摂動下にある原始惑星系の安定性。(a) の軸は図 1 と同一。(b) は不安定を発生させた原始惑星の軌道半長径。(b) 内の実線は与えられた Δ での原始惑星系の平均的広がりを表す。

木星型惑星の摂動下に於ける原始惑星系の挙動を調べるため、私達は Chambers タイプのモデルに木星と土星を摂動天体として配置し、系の安定性を検証した。典型的な結果のひとつが図2である。△が小さい領域では無摂動系(図1)と変わらない安定性時間が得られているが、△が大きな領域では安定性時間が頭打ちになっており、その絶対値は無摂動系に比べるとかなり短い。△が大きな領域は原始惑星間の相互作用に比べて摂動天体からの潮汐力(正確に言えば潮汐力の差なので『潮汐トルク』とでも呼ぶべきものである)が強く働く領域である。原始惑星系の衝突合体がある程度進み、相対的な間隔△が大きくなることによって摂動天体からの潮汐トルクが効果的に働き始め、系の不安定を加速するという描像を得ることができる。これにより、地球型惑星系の形成時間が従来の説に比べて大幅に短縮される可能性がある。

また、この場合の原始惑星の軌道進化を図示したのが図3である。原始惑星達の近点経度は木星のそれと連動し、離心率の周期的変動もほとんどの原始惑星の間で同時に生じていることがわかる。この連動現象の面白いところは、たとえ木星の軌道が空間内に固定されていても生じるという点である。木星の軌道は主として土星からの摂動によって動かされるが、木星の形成と土星の形成との間には若干の時間差がある。その間にも地球型惑星領域の原始惑星は十分に不安定になり得たということの意味しよう。こうした連動現象の力学的機構も興味深く、独立に研究が進められている (Immanen *et al.*, 1997; Immanen *et al.*, 1998; Ito and Tanikawa, 1999)。

惑星系の安定性とカオス

前述したように、重力二体問題すなわちケプラー運動は無限長の時間で安定なので、これに近い運動状況を呈する惑星系も非常に長い期間安定であると予想される。しかし惑星の運動はいずれも数学的にはカオス的であり、カオスの特徴的時間スケールであるリャプーノフ指数は数百万年と非常に短いということもまた事実である (Sussman and Wisdom, 1988; Laskar, 1990; Sussman and Wisdom, 1992)。カオスとは即ち系が鋭敏な初期値依存性を持つということだから、数値計算によって得られた惑星系の安定性が現実のものなのか、本当に不安定は生じないのかなど疑問については、初期値空間を十分に探索した後でなければ結論を出すことはできないということになる。計算機の能力限界や計算誤差の蓄積などの問題のため、現在の数値計算はまだまだ初期値空間のごく一部を覗き見るに留まっており、この意味で惑星系が 10^9 年の時間スケールで安定であるということに対する真の保証はどこにもない。いくつかの長期の数値積分の結果はリャプーノフ時間を遥かに超えた期間にわたる安定性を示しており (Kinoshita and Nakai, 1996; Laskar, 1994; Laskar, 1996)、数学的に定義されたカオスと物理的に定義された安定性との対応が明確ではないことを如実に表している。けれども現に惑星系がカオスである以上、いつかは準周期的な振舞いをやめ、いわゆるカオス的な大変動を起こしてもおかしいとは言えない。それがカオスの本質である。この意味で、数値実験が示すように惑星系は例えば地球史的時間スケール (10^9 年) では安定であるかもしれないが、その間にも極めてゆっくりとした速度でカオス的な拡散を続け、大変に長い時間 (10^{10} 年とも 10^{11} 年とも言われている) の後には自ずから不安定を起こして瓦解してしまうのかもしれない。もちろんそれ以前には太陽の寿命が尽きてしまうだろうから、実際的な意味での惑星系の安定性は保たれると言えよう。天体軌道のカオス的拡散に関しては、惑星に比べて安定性の程度が弱い小惑星や彗星などについての研究が盛んに行われ出している (Morbidelli, 1997)。

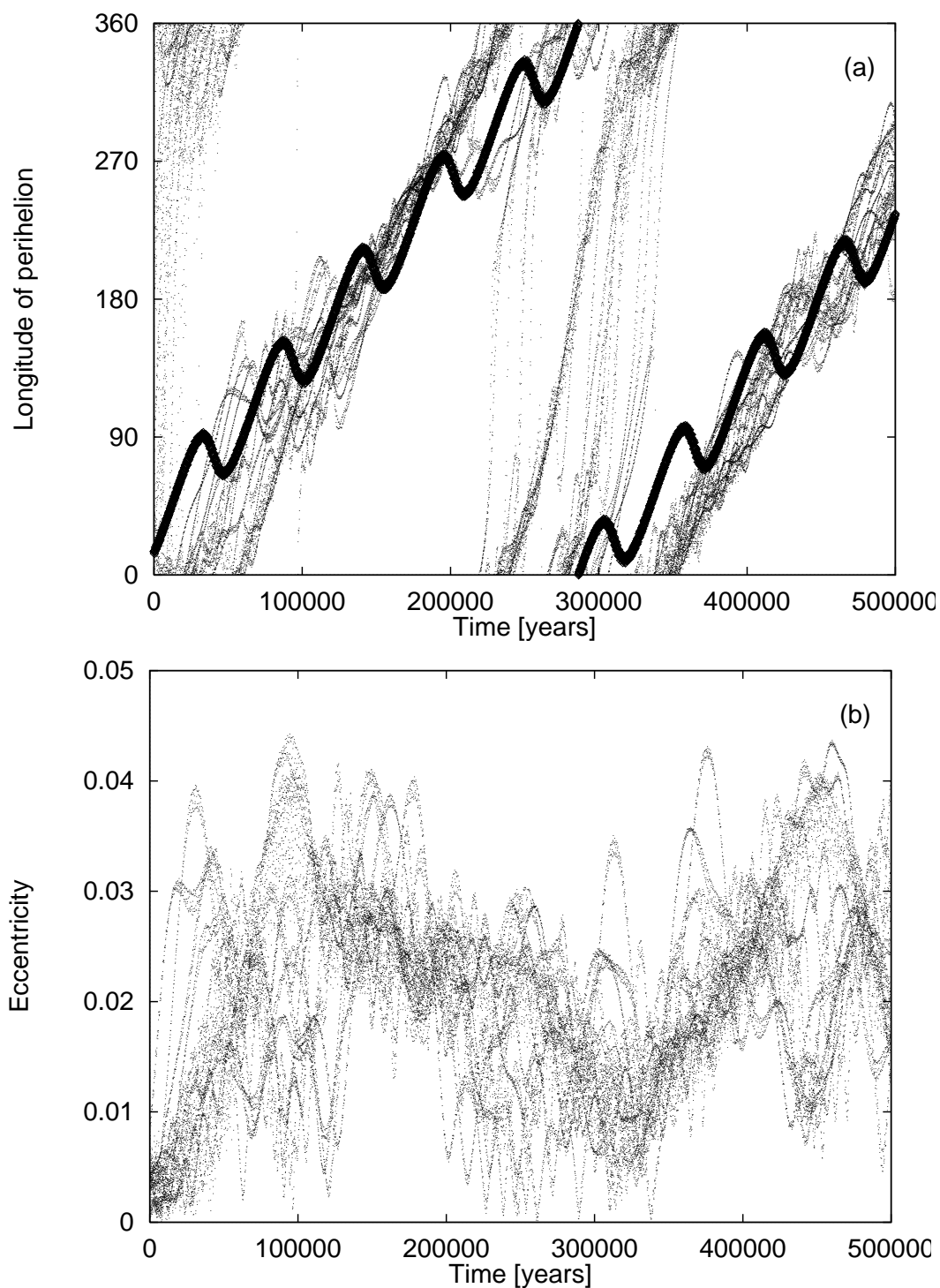


図 3. 木星と土星の摂動下にある原始惑星系の軌道要素変化。図 1の中で $\Delta = 9$ の付近の一例である。(a) が近点経度 ϖ , (b) が離心率 e で、(a)内の太線は木星の近点経度を表す。

3. おわりに

惑星運動の安定性の検証は全地球史解読計画の遂行のためにも成し遂げなければならない課題であるが、簡単に解決できるものではないこともまた明らかである。更に近年は太陽系外に於いて実に多様な形態を持つ惑星系が発見されつつあり、従来の惑星形成モデルがこれらに適用できるのかどうかという問題も存在する (Boss, 1998)。「惑星の運動は『おそらく』安定であろう」という楽観的予測から、「惑星の運動は『間違いなく』安定であった」という確信、ひいては何故に安定であるのかという根源的な問いに対して答えるべく、今後も研究を進めて行く予定である。

参考文献

- Boss, A.P. (1996) Extrasolar planets, *Physics Today*, **49**, 32–38.
- Boss, A.P. (1998) Astrometric signatures of giant-planet formation, *Nature*, **393**, 141–143.
- Chambers, J.E., Wetherill, G.W., and Boss, A.P. (1996) The stability of multi-planet systems, *Icarus*, **119**, 261–268.
- Ebisuzaki, T., Makino, J., Fukushige, T., Taiji, M., Sugimoto, D., Ito, T., and Okumura, S.K. (1993) GRAPE project: an overview, *Publ. Astron. Soc. Japan*, **45**, 269–278.
- Gladman, B. (1993) Dynamics of systems of two close planets, *Icarus*, **106**, 247–263.
- Innanen, K.A., Zheng, J.Q., Mikkola, S., and Valtonen, M.J. (1997) The Kozai mechanism and the stability of planetary orbits in binary star systems, *Astron. J.*, **113**, 1915–1919.
- Innanen, K.A., Mikkola, S., and Wiegert, P. (1998) The Earth-Moon system and the dynamical stability of the inner solar system, *Astron. J.*, **116**, 2055–2057.
- Ito, T. and Tanikawa, K. (1998) Stability and instability of the terrestrial protoplanet system and their possible roles in the final stage of planet formation, *Icarus*, submitted.
- Ito, T. and Tanikawa, K. (1999) Synchronization of orbital elements and stability of protoplanet systems, *Astron. J.*, submitted.
- Ito, T., Kinoshita, H., Nakai, H., and Fukushima, T. (1996) Numerical experiments to inspect the long-term stability of the planetary motion –1, in *Proc. 28th symposium on Celestial Mechanics*, National Astronomical Observatory, Tokyo, Japan, 123–136.
- Kinoshita, H. and Nakai, H. (1996) Long-term behavior of the motion of Pluto over 5.5 billion years, *Earth, Moon, and Planets*, **72**, 165–173.
- Kokubo, E. and Ida, S. (1995) Orbital evolution of protoplanets embedded in a swarm of planetesimals, *Icarus*, **114**, 247–257.
- Kokubo, E. and Ida, S. (1996) On runaway growth of planetesimals, *Icarus*, **123**, 180–191.
- Kokubo, E. and Ida, S. (1998) Oligarchic growth of protoplanets, *Icarus*, **131**, 171–178.

- Laskar, J. (1990) The chaotic motion of the solar system: A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266–291.
- Laskar, J. (1994) Large scale chaos in the solar system, *Astron. Astrophys.*, **287**, L9–L12.
- Laskar, J. (1996) Large scale chaos and marginal stability in the solar system, *Celes. Mech. Dyn. Astron.*, **64**, 115–162.
- Makino, J. (1991) Treecode with a special-purpose processor, *Publ. Astron. Soc. Japan*, **43**, 621–638.
- Makino, J. and Aarseth, S.J. (1992) On a Hermite integrator with Ahmad-Cohen scheme for gravitational many-body problems, *Publ. Astron. Soc. Japan*, **44**, 141–151.
- Makino, J., Taiji, M., Ebisuzaki, T., and Sugimoto, D. (1997) GRAPE-4: a massively parallel special-purpose computer for collisional N -body simulations, *Astrophys. J.*, **480**, 432–446.
- Morbidelli, A. (1997) Chaotic diffusion and the origin of comets from the $2/3$ resonance in the Kuiper belt, *Icarus*, **127**, 1–12.
- Pollack, J.B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J.J., Podolak, M., and Greenzweig, Y. (1996) Formation of the giant planets by concurrent accretion of solid and gas, *Icarus*, **124**, 62–85.
- Rasio, F.A. and Ford, E.B. (1996) Dynamical instabilities and the formation of extrasolar planetary system, *Science*, **274**, 954–956.
- Sugimoto, D., Chikada, Y., Makino, J., Ito, T., Ebisuzaki, T., and Umemura, M. (1990) A special-purpose computer for gravitational many-body problem, *Nature*, **345**, 33–35.
- Sussman, G.J. and Wisdom, J. (1988) Numerical evidence that the motion of Pluto is chaotic, *Science*, **241**, 433–437.
- Sussman, G.J. and Wisdom, J. (1992) Chaotic evolution of the solar system, *Science*, **257**, 56–62.
- Tajima, N. (1998) *Evolution and dynamical stability of the proto-giant-planet envelop*, PhD thesis, University of Tokyo, Tokyo.
- Wuchterl, G. (1995) Giant planet formation: A comparative view of gas-accretion, *Earth, Moon, and Planets*, **67**, 51–65.
- 小久保英一郎, 井田茂 (1997) 惑星集積 —微惑星から惑星へ—, 日本物理学会誌, **52**, 77–82.