

惑星系の安定性を検証する超長期数値実験

～ 相対年代測定用時計の確立に向けて～

伊藤孝士・木下宙（国立天文台 三鷹）

地球を含む全惑星の軌道運動を数値計算によって過去と未来の約 億年間追ってみたが、軌道要素の変動周期にはほとんど何らの変化も見られなかった。外惑星系については全地球史的時間以上にわたる数値実験を複数回繰り返したが、ここでもやはり同様な周期運動が見られるばかりである。カオスと言われる惑星運動を緻密に検証するには複数種類の初期値群を用いた数値実験を複数回繰り返して系の統計的振舞いを調べる必要があるのは勿論であるが、この間に於いて、太陽系の惑星運動が「安定」であると言うことはおそらく確実であろう。このことは、全地球史解読計画用相対年代測定時計の根幹を成すいわゆる 伊藤 が、少なくともこの年代の間にはさほどの修正を必要としないということの意味している。今後は更に高速高精度の数値実験を行うことができる環境を整え、質・量ともに十分な信頼性で惑星系の安定性を実証して行く予定である。また、地球表層気候システムに対する外力としてより重要と思われる地球赤道傾角の大変動説 について、他班の意見を求めるための研究集会の提案を併記する。

はじめに：全地球史解読計画用相対年代測定時計

太陽系の惑星間に働く重力相互作用により、地球に入射する太陽放射の量と分布は周期的に変動する。この事実は、第四紀の氷期間氷期サイクルをはじめとする気候変動の数少ない決定論的要因として重宝されてきた

。しかしながら、現在の地球軌道要素の準周期的な変動が全地球史的時間スケールの 年でも同様に準周期的に保たれるかどうかについては今のところ何らの情報も得られていない。我々の研究はこの大きな問題に直接の数値計算を用いて真正面から挑むものであり、重点領域「全地球史解読」に於けるラップタイムクロック（相対年代測定用時計）の役割を果たすと同時に、時計班の精神的支柱を形成するものであると言っても過言ではない。

けれども、全地球史解読計画が重点領域研究として正規に走り出した昨年度の活動を見てみると、その精度・全体への寄与という意味で、絶対年代測定用時計を確立すべく活発に活動している東工大の平田グループなどに大きく水を空けられているという感は否めない。彼らの手法は、用いたジルコンの年代測定 平田 ロバートの劇的な成功はじめとして、現代の高度な技術革新の賜物を見事に利用し切っており、本重点領域の目玉ともなりつつある。だが我々天文学業界の人間、特に私自身について自戒を込めて言うならば、いつも同じような絵と数式が書いている同じようなトラペを持ち出して同じような話を繰り返すことしかできなかったような気がする。会合のたびに、平田岳史氏の高速な仕事達成能力を羨望の眼差しで見つめることが幾度となく続いた一年間であった。

しかしもちろん、私達とてこの一年間を黙って指を加えて待っていたわけではない。個人用中型計算機の高速度化と低価格化という技術革新の波に乗り、高速の時間積分アルゴリズムを駆使して大量の計算を行い、その結果に対する解釈をじわじわと進めつつある。本稿ではその途中経過について簡単に報告してみたい。

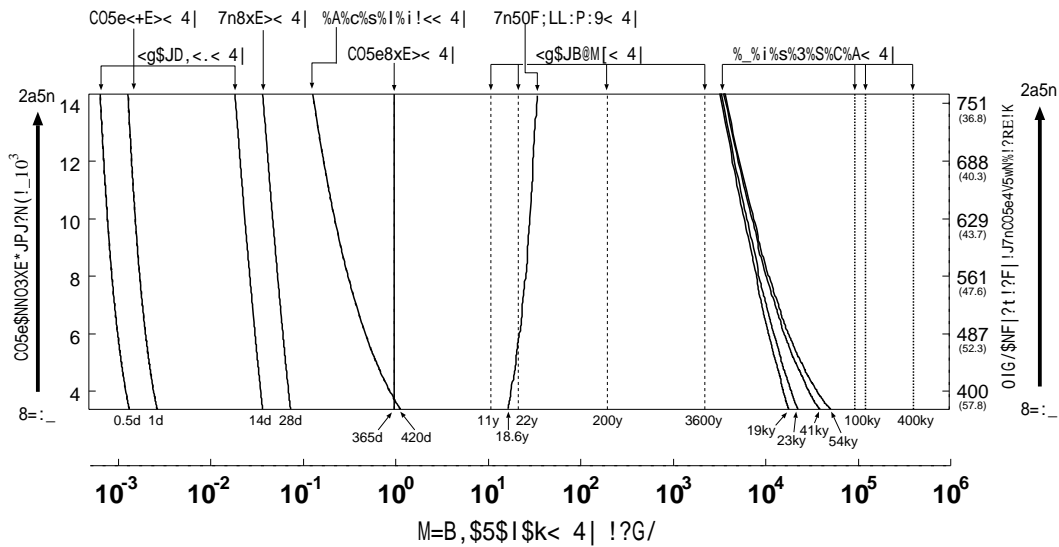


図 いわゆる と呼ばれる全地球史解読計画時間スケール図。熊澤 伊藤

希望的憶測から客観的確信への道

かつて私達は、今考えればとんでもなく大雑把でいい加減な仮定から、全地球史解読計画用の相対年代測定時計に関する図のような推論的帰結を導いた 伊藤 。その大雑把な仮定とは、

惑星軌道要素の変動周期は過去 億年の間あまり変化しなかった。

地球の力学的偏平率は自転速度の二乗に比例する。

月地球力学系の全角運動量は保存する。

の三個である 熊澤 伊藤 。大雑把とは言え、私達が対象としている全地球史そっくり紐解き仕事という突拍子もない計画が持つ宿命的な不明瞭性を考えると、これでも はなかなか現実的であり、その長い時間スケールを考えれば もそれなりに妥当であると思われる 。問題は である。 と がある程度まともな物理的根拠をもとにしているのに対し、この仮定だけはまったくの希望的観測、悪く言えば当て推量である。現在のままの準周期的軌道要素変動が続いてくれば、太古代や原生代に於ける日射量変動周期を予測することはとても簡単だ、その程度の気持ちの現れであった。

そもそも のような仮定を置いたのは、 年スケールでの軌道要素変動の周期性を検証することが極めて困難であり、明快な議論が存在していないことが理由となっていた。しかも、近年の天体力学業界では「太陽系の惑星運動はカオス的であり、遠い過去や未来を議論することは無意味である。」という風潮まで跋扈する始末である 。

もちろん、数学的な意味でこの太陽系カオス説は間違っていない。けれども、数学的にカオスが発現するかどうかということと物理的に惑星系が安定であるかどうかということの対応はほとんど付いていないのである 木下 中井 。いやしくも我々が物理的地球環境の解明を目指す以上、この重要な仮定を単なる希望的観測事項のままで残しておくことは到底できない。我々が 億年というほぼ全地球史を覆う時間スケールでの惑星運動直接数値計算に手を染めたのは、まさにこのような理由からであった。

惑星系が安定であるとは？

図 は熊澤・伊藤 による全地球史解読用時計の計算結果の例である。この図を作製する中で私達が担当していたのは言うまでもなく日射量変動周期（いわゆるミランコビッチサイクル）の進化である。地球に入射する日射量変動周期の進化は、地球の離心率や近点経度の変動、そしてもちろん地球の公転周期の変動にも支配的な影響を受けている。これら基本物理量の変動周期が現在から 億年前まで変化しない という仮定で描いたのが図 なのだが、上述のようにこの仮定には何の根拠もない。惑星運動がカオスであり、その語感から連想されるような破茶目茶な運動を展開してくれれば図 は根本的にガセであるということになる。果たしてそうなのか？それを確かめるには実際に惑星運動の重力少体問題の運動方程式を解いて計算してみるより他にない。

惑星系の安定性についての議論は、ニュートン以来既に数百年にわたって繰り返されてきた。惑星運動に関して言えば、無限長の時間スケールに於いて通用する準周期的な解が存在しないということは 世紀にポアンカレが証明してしまっている。この問題はそもそも難しい上に、「安定」という語の意味が極めて曖昧であるということが混乱に拍車を掛け、一向に解決を見ていない。「惑星系が安定である」とは一体どのような状態のことを指すのであろうか？ポアンカレが言うように無限長時間スケールの安定性を議論することは不可能に近いが、私達にとって必要となるのは有限の、それもせいぜい 年程度の時間長に於ける安定性である。よって、これを以下のように定義することから始めよう。もちろんこの定義は便宜的なものであり、しかもかなり曖昧なものであることはあらかじめ断っておかねばならない。

定義 ケプラーの軌道六要素のうち、平均近点離角 以外の五種類を とする。

時刻 に於ける の平均値を—、周期変動幅を とする。—と は時間長 の間のものとする。

時刻 に於ける の平均値を—、周期変動幅を とする。—と は時刻 付近の時間長 の間のものとする。

時刻 から までの間、 があまり変わらない、すなわち

の場合、惑星運動は時間 の間安定である、と定義する。

ここでの定義は時間領域に於けるものであるが、まったく同様に周波数領域でも定義することができる。現在の の特徴的周波数を などとすれば良い。 の五種類とは軌道半長径、離心率、近点引数、軌道傾斜角、昇降点黄経であり、日射量変動という観点でとりわけ重要なのは、軌道楕円の大きさ・円軌道からのずれ・近日点の方向に直接関係する である。

ここで問題になるのは上記の「あまり」という表現であり、近似等号 の許容範囲である。これが一体どの程度であるのかは解くべき問題に極めて大きく依存しており、且つ主観的な判断が必要とされる事柄であり、普遍的な定義を与えるのはなかなか難しい。まあ、あとで示す時系列(図)を見ていただければ「この程度であれば惑星系は安定と言ってもいいのかなあ」というくらいの感覚を掴んでもらうことができると思われる。周波数領域でも同様である(図)。

月地球力学系の現象に関する実際の時間軸は、月地球間に働く潮汐トルクをどうモデル化するか大きく依存している。図 内では地球の力学的偏平率をパラメータにすることでこの問題を回避している(回避しているだけであって解決しているわけではない)。

我々はこのような定義を念頭に置いて重力少体問題の数値実験を行った。今回の計算に於いては 年、は 万年程度である。外惑星系の場合については既に が詳細な検討を終えており、 年の長きにわたって外惑星系は安定な運動を続けるということがわかっている(図)。しかしながら、同じ期間を数値計算するにも内惑星系の場合には外惑星系の 倍の計算量が必要になるため、全地球史という時間スケールで数値計算を行った例はいまだに存在しない。

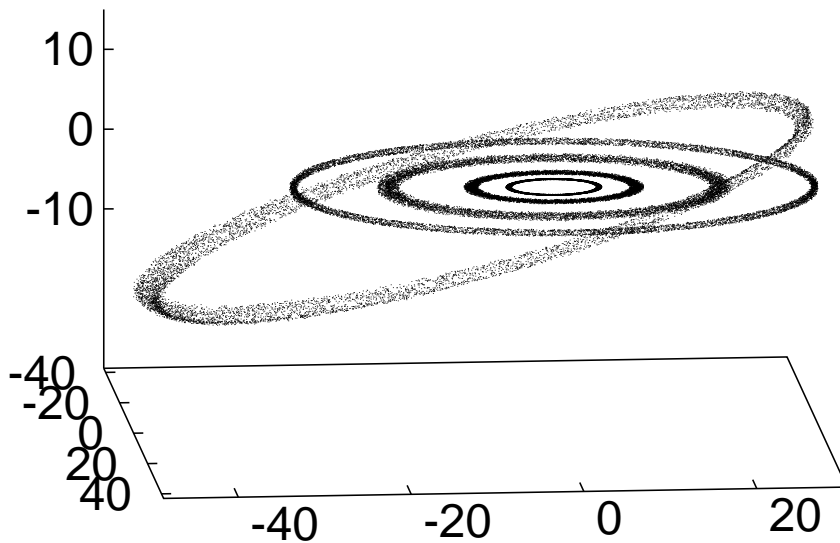


図 年にわたる外惑星系の軌道プロット。冥王星の昇降点黄経が常に 軸上に乗るように座標変換してある。内側から木星、土星、海王星、天王星、冥王星。各空間軸の単位は、プロット間隔は 日ごと。

物理モデルと計算方法

現在のところ、我々が使用している惑星系の物理モデルは考え得る限りでもっとも単純なものである。惑星は質点であり、古典的な万有引力の法則に従う重力のみを考える。惑星としては水星から冥王星までを考慮し、月の効果は月地球重心に月地球の総和質量を持った質点を置くことで代用する。その他の力の効果はすべて無視する。座標と運動量の初期値は の から採用した。詳細な計算コンフィグレーションについては表 を参照していただきたい。

運動方程式の数値解法としては、いわゆるハミルトン系に対する正準変換型の数値解法であるシンプレクティック数値解法、その中でも特に惑星運動のような小摂動問題に適した方法である混合変数型正準変換数値解法 を採用した

この方法は、系のハミルトニアン を
 のようにケプラー問題分（太陽と惑星単体の二体問題。解析的に解ける）と摂動力分（他の惑星との重力相互作用）に分離するというを本質としており、惑星運動のようにケプラー運動の上に摂動部分がちょこんと乗っかっているような系に対しては極めて有効な計算法である。この方法では時間刻みを大きく取れるために計算速度が従来の方法と比べて一桁以上大きく、長期の数値実験に於いては決定的に有利であると言える。

表 数値計算の詳細コンフィグレーション。

計算対象	水星から冥王星までの 惑星 + 太陽
物理モデル	質点、古典的万有引力のみ
月地球系	質点を月地球重心に置いた
時間積分期間長	年
時間積分方法	二次の混合変数正準変換型数値解法
時間刻み	日
初期値	による
ケプラー方程式解法	ハレーの方法（三次）
結果出力間隔	日（約 年）
出力フィルタリング	なし
計算機	日本電算
言語	
全計算時間	約四ヶ月
総データ量	約

計算結果と議論

結果のうち、地球に関するものを図 図 図 としてまとめた。ひとことで言えば、今回計算した期間では内惑星系も外惑星系と同様に極めて安定であり、図 の各曲線が多少揺らぐとしても、それは線の太さのうちに収まってしまう。このことは、周波数領域に於ける結果（図 ）を見れば一目瞭然である。高周波（短周期）側にいくつかのピークが見られるが、各量に特徴的な周期はほとんど変化することがなく、準周期的な惑星運動（振動と呼んでも良いか？）はこの期間内でほとんど変化することがない。更に、運動方程式を微小量で展開して解析的に解き進む伝統的な永年摂動論との比較も極めて良いということが判明した（図 上段）。

ここまでの計算結果より、少なくとも過去未来 億年の間の地球軌道は現在とほとんど変わらず安定であり、図 の曲線達はさほどの修正を受けないということがわかった。もちろん、億年という時間は全地球史 億年から比べると一割程度であるが、今後は更に高速・高精度の数値実験を行うための環境を整え、質・量ともに十分な信頼性で惑星系（特に地球軌道）の安定性を実証して行く予定である。なお、指数という観点から見ると、この間の地球の運動はカオス的である。しかしながら、我々が行った近傍初期値による二種類の数値実験によれば、ふたつの軌道の差は確かに時間に対して指数関数的に増大するというカオス的な挙動を示してはいるものの、その振幅は狭い有限領域に限定されており、大局的に見た軌道要素の振る舞いにはほとんど違いはない。即ちグローバルな安定性を示しているのである。カオスと安定性との間の物理的対応が不明瞭であるというのは、ひとつにはこのような事柄を基にした事

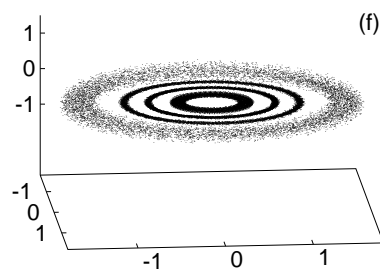
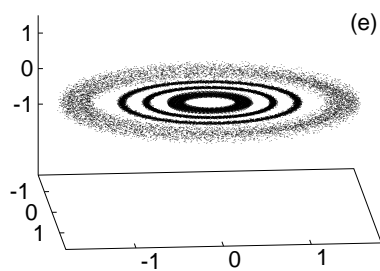
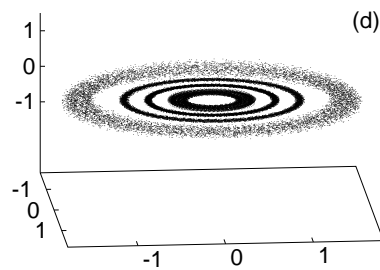
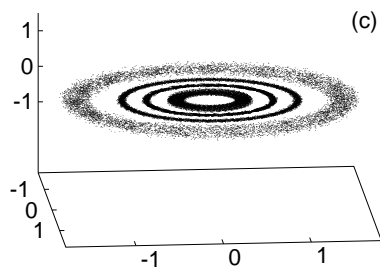
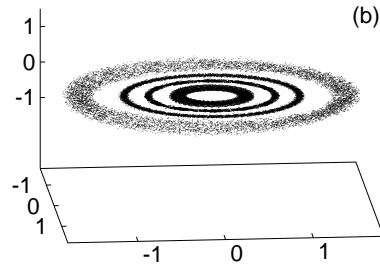
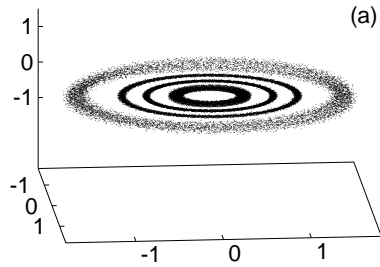


図 万年間ごとの内惑星系の軌道プロット。内側から水星、金星、地球、火星。 現在から 万年未来、 現在、 万年過去、 億年過去、 億年過去、 億年過去、 のそれぞれ 万年間をプロットした。各空間軸の単位は 、プロット間隔は約二万年ごと。

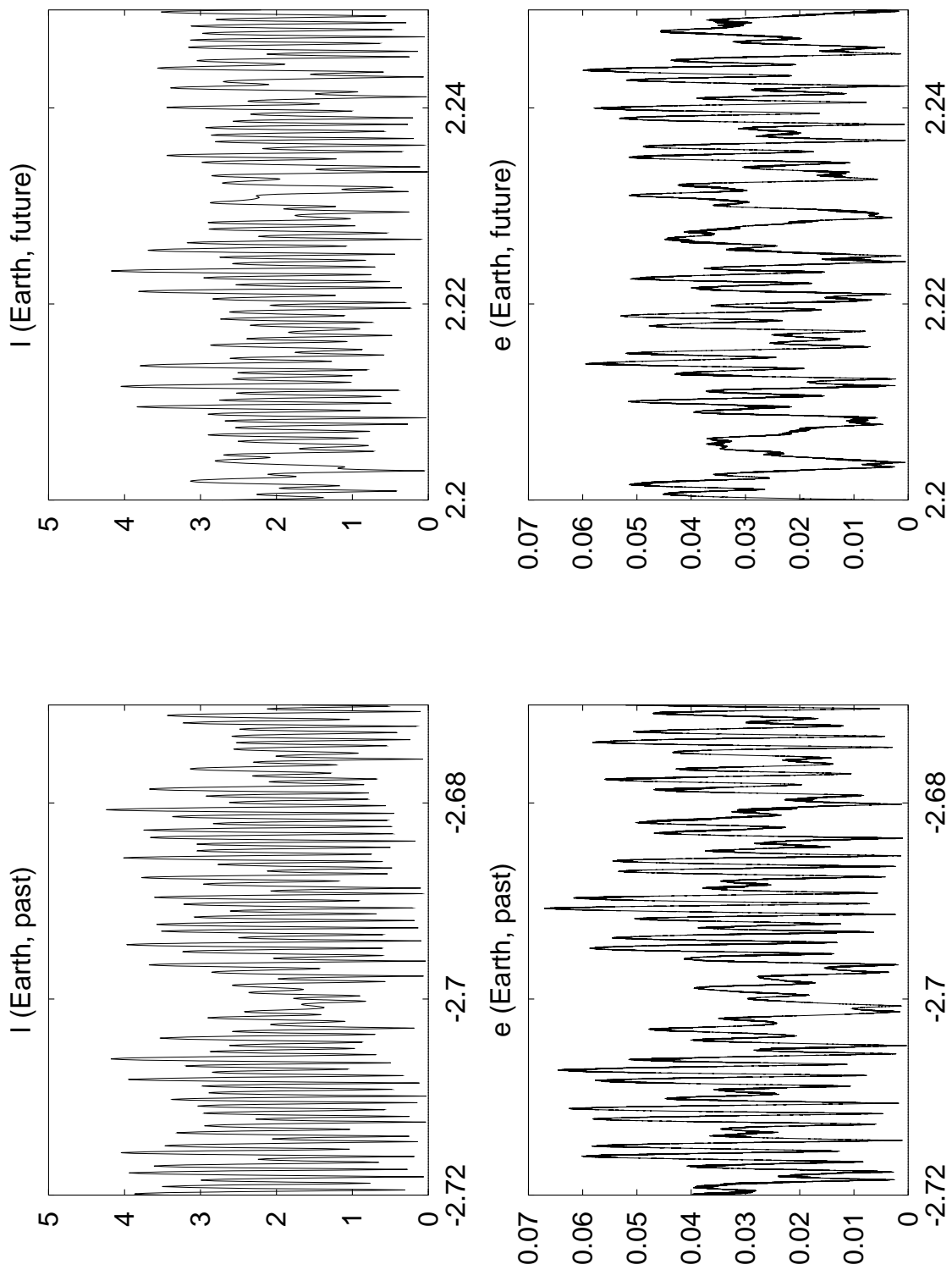


図 地球の離心率 と軌道傾斜角 の時系列プロット。 億年未来と 億年過去。時間単位は年で、軌道傾斜角 の単位は度。

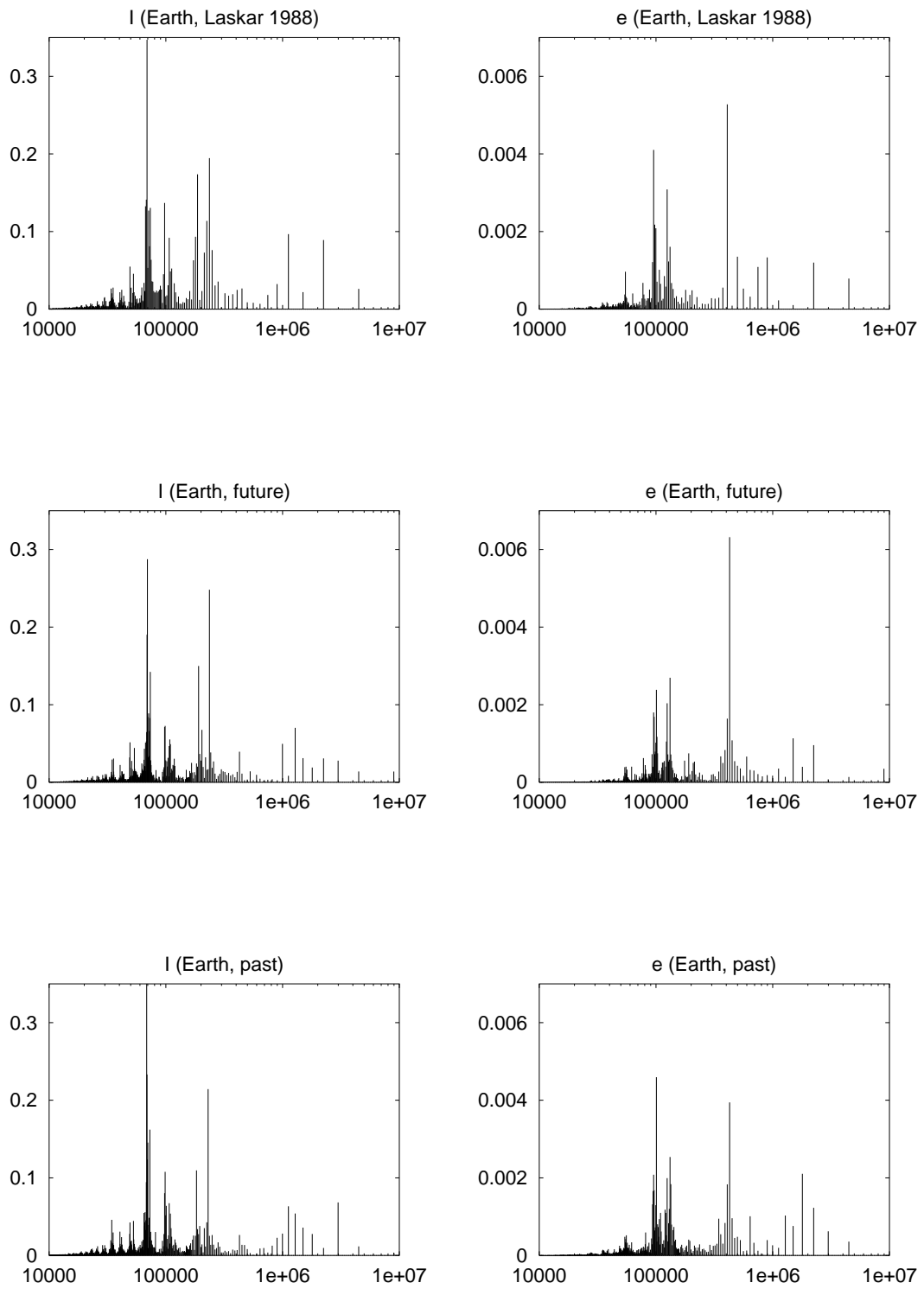


図 地球の離心率 と軌道傾斜角 の周波数領域プロット。横軸は周期 (単位は年)。上段は による永年摂動論の結果、中段は 億年未来の計算結果、下段は 億年過去の計算結果。データ獲得期間はそれぞれ約 万年間。

実なのである。

ここでひとつ重要な点を述べる。我々の数値計算から得られるものは、現在の初期値と現在の境界条件から出発した惑星系の過去や未来の姿である。計算の結果、惑星系が全地球史的な時間スケールで安定であったとしても、だからと言ってそれがどの程度安定であるのか、かつなぜそれほど安定になったのかを知ることは今の方法ではできない。もしかすると惑星系の起源は本重点領域研究の埒外なのかもしれないが、やはりこの問題は非常に興味深く、また重要な問題でもある。我々はこの問題をも将来の研究ターゲットに据えており、ある種の半解析的半数値的モデルを使用することによって惑星系がどの程度安定であるのかの検証を進めようと企画している

。更に、このように安定な惑星系がどのようにして形成され、そこにはどのくらいの必然性・蓋然性・偶然性があったのかについても大いに興味がある。この問題については既にかかなりの数の研究が始められているが、広大な宇宙の中で地球のように高等生命が進化できる環境を持つ惑星の定量的存在可能性を議論する上でも大変に重要な地位を占める研究であるということは言を待たない。

全地球史解読という壮大な、そしておそらくは三年という時限で収束するはずもない深遠なる計画の中で、我々の役割はただひたすらに惑星運動を解く数値計算の速度を上げ、精度を高め、信頼性を深め、時間積分の期間を延長することのみである。この仕事はそれ自体で十分に価値のある天文学的成果に成り得るのだが、しかしながら、もちろん我々の結果だけでは本重点領域研究が標榜する「物理的地球環境の日常性とイベント」「地球表層気候システムへの基本的入力」の解明に直結するものではない。惑星運動の摂動を受けた月地球系力学進化の問題、それらに起因する太陽放射量変動周期の進化、そして何よりも、そのような外力を受け取ってからの地球表層気候システムの振る舞いがわからなければ、結局この計画に対する我々の寄与は皆無であったということになる。今後は更に各分野の研究者が一堂に介し、己の分野での進展のみを話すのではなく、ある特定のイベントや現象という共通の土俵の上で突っ込んだ議論をする機会があっても良いのではなかろうか。既にこの種の企画は存在しているのかもしれないが、残念ながら私達天体力学関係者が関与する余地のあるものはなかったように思われる。この意味で、
が提唱している「太古代から原生代にかけて、地球の自転軸は 以上傾いていた」という主張は、力学的にはかなり滑稽で信じ難い部分が大いなのだが 伊藤

、そこに記述されている地質学的・古生物学的証拠は俄かには否定し切れないものが数多く存在している。この仮説を題材とし、我々天文学の研究者を始めとして、地球回転・地球内部構造・地質・古生物・古気候などに関する研究者が集ってその真偽を議論し、あるいは真偽を検証するための方法について知恵を出し合う いわゆる「作業仮説ころがし」というやつ のは大変に面白いと思われる。更に無責任なことを書けば、せっかく重点領域研究という多額の予算塊があるのだから、この際 本人を招聘するか、または私達が彼のもとを訪れて議論するなどという形態を取ってみてはどうだろうか。同じように執念深く縞を追求する者同志、彼も全地球史解読計画加担者の仲間に取り込んでしまうための良い機会になり得る気がするのだが ？

参考文献

伊藤孝士 ミランコビッチサイクルの進化 地球

伊藤孝士 地球赤道傾角の進化 地球 号外

木下宙 中井宏 最果ての星・冥王星の奇妙な運動 天文月報

熊澤峰夫 伊藤孝士 全地球史解読のための時計 地球

平田岳史 ロバート・ネスビット
測定 地質ニュース
を用いたジルコンのウラン 鉛年代