

# オールト雲起源新彗星の力学進化に対する銀河潮汐力の影響

伊藤孝士<sup>1)</sup>・樋口有理可<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 国立天文台 (National Astronomical Observatory) <sup>2)</sup> 東京工業大学 (Tokyo Institute of Technology)

## Effect of Galactic tide on the dynamical evolution of the Oort Cloud new comets

Takashi ITO<sup>1)</sup> and Arika HIGUCHI<sup>2)</sup>

### Abstract

We have studied dynamical evolution of the Oort Cloud new comets (hereafter referred to as OCNCs) using two models combined: a semi-analytical model of the OCNC production in an evolving comet cloud under the perturbation from Galactic tide and stellar encounters, and a model that numerically deals with planetary perturbation over OCNCs' dynamics in planetary region. The second model receives OCNCs from the first model as initial inputs, and it is a one-way trade - the OCNCs in the second model are assumed to have no influence from Galactic tide or stellar encounters once getting into the planetary region until their ejection out of the solar system. To justify the validity of this assumption, we applied the Galactic tidal force to the OCNC particles during the "time-skip" regime beyond  $r = 800\text{AU}$  where the second model implements no perturbation at all, in order to estimate how large (or small) the effect of Galactic tide would be on the orbital change of OCNCs in this region. The result indicates that Galactic tide has only a limited effect on changing the orbital elements of OCNCs during the time-skip regime. However, some of OCNCs can be substantially altered their perihelion distance during the time-skip regime due to the tide, which urges us to make the second model more accurate incorporating the effect of the tide (and possibly that of stellar encounters) during the time-skip regime.

Key Words: Oort Cloud, solar system dynamics, perturbation theory, galactic tide

### 1 はじめに

オランダの天文学者Jan Hendrik Oortが20世紀中旬に予見したオールト雲<sup>1,2)</sup>の存在は今や定性的には疑い無いとされている。しかし、そこを起源として飛来する彗星(新彗星)については観測データが乏しいため、定量的な実態が明らかでない。私達は新しい力学モデルに基づいた数値計算によりオールト雲を起源とする新彗星の力学進化を追い掛けている<sup>3,4)</sup>。この研究では二種類の力学モデルを用いるが、モデル間のデータのやり取りに際しては幾つかの仮定を置いている。その中でも「惑星領域に入り込んだ新彗星はそれ以降どこに行っても二度と銀河潮汐力を受けない」という仮定にはやや不定性があった。本稿ではこの仮定の妥当性を探るべく行った検証作業の内容と結果を記し、将来の改良方針についても触れる。

### 2 二種類の力学モデル

本研究で使う第一のモデルは新彗星を生み出しつつ進化する彗星雲の力学モデルである<sup>5,6,7)</sup>。本研究で扱う彗星雲は微惑星が惑星に散乱されることで形成される二次元円盤<sup>5)</sup>を初期状態とし、その後力学的な摂動を受けることで進化する。彗星雲に加えられる摂動の一つは銀河潮汐力である。銀河潮汐力を考慮するに当たっては銀河を無限平面と仮定し(但し彗星軌道

を収める厚みは持つ)、銀河面に垂直方向の潮汐力のみを考慮した<sup>6,7)</sup>。この摂動によって彗星雲を構成する天体の離心率と軌道傾斜角は十億年スケールで振動的に変化する(軌道長半径は変化しない)。彗星雲に働く今一つの摂動力は太陽近傍にある恒星との遭遇である。本研究では恒星からの摂動を衝撃近似<sup>8)</sup>を用いて計算した<sup>9)</sup>。恒星は一定の速度で太陽近傍を通過するとし、太陽・彗星がそれぞれ恒星と最接近する点で古典的な衝撃近似<sup>10,11)</sup>を適用して彗星に運動量変化を与える。恒星の速度や質量・遭遇頻度らのパラメータには現在の太陽系近傍の観測から予測される値を用いた<sup>12)</sup>。初期に円盤状だった彗星雲の形状は銀河潮汐力と恒星遭遇により三次元的なものへ進化し、同時に近点の小さな天体すなわち新彗星を産み出す。本研究では近点距離  $q < 30\text{AU}$  かつ日心距離  $r < 30\text{AU}$  となって惑星摂動を強く受け出す天体を新彗星と定義する。

第二のモデル、すなわち新彗星の運動に主要惑星からの摂動を与えるモデルとしては、筆者らが近地球小惑星の運動を扱うために構築した枠組みを用いる<sup>13,14)</sup>。ここでは金星から海王星までの主要七惑星の摂動下を試験天体として運行する新彗星の力学進化を数値積分で追い掛けた。その本質は単なる制限多体問題である。ここで留意すべきは、第一のモデルと第二のモデルの間では天体の受け渡しが一方向なことであり、第一

のモデルに於いて或る天体が新彗星と看做される条件を満たしたらその位置と速度を記録し、それを第二の力学モデルの初期条件として受け渡す。従って、新彗星がひとたび惑星領域に入ってしまうと銀河潮汐力や恒星遭遇の影響を受けることは無い。この仮定について、私達は以下のように考えることで定性的に正当化して来た。オールド雲を起源とする新彗星が惑星領域に入り込んで惑星摂動を一旦強く受け始めると、系外に放出されるまでの時間は経験的に数 $10^7$ 年である。この時間は銀河潮汐力の典型的な時定数( $10^8$ - $10^9$ 年)に比べて十分に短い。よって銀河潮汐力の効果は限定的である。この言明は一見もっともらしそうだが、定量的な理論や計算に基付いたものではない。上記の仮定の妥当性を具体的に検証するのが本稿の目的となる。

### 3 銀河潮汐力

本研究で扱う銀河潮汐力に関して説明する。本稿著者の一人はかつて巧みな変数変換により小天体の軌道要素の時間発展を楕円関数や楕円積分で表現し、銀河潮汐力の使いやすいモデル化に成功した<sup>6)</sup>。本稿でもその方法に準拠して一連の計算を行う。

ここでは銀河潮汐力を新彗星-太陽の二体系に働く摂動と看做す。この時に新彗星の運動は自由度3の力学系を構成するが、以下の手順で自由度を低減できる。まず、epicycle近似を使って太陽系の位置に働く銀河潮汐力  $f_{\text{tide}}$  をモデル化すると以下ようになる<sup>15)</sup>。

$$\mathbf{f}_{\text{tide}} = \mathbf{U}_0^2(\mathbf{x}' - \mathbf{y}') - \nu_0^2 \mathbf{z}' \quad (\nu_0^2 \equiv 4\pi G\rho) \quad (1)$$

ここで $(x', y', z')$ は太陽を原点として銀河と共に回転する座標系、 $\mathbf{U}_0$ は銀河内での太陽の公転角速度、 $\rho$ は太陽系近傍の銀河の質量密度、 $\nu_0$ は太陽の鉛直方向の振動数であり定数である。観測によると $\mathbf{U}_0^2/\nu_0^2 \sim 0.1$ という事実があるので本研究では第一近似として $x', y'$ 成分が $z'$ 成分に比べて小さいとし、無視する。すると新彗星に働く太陽重力と銀河潮汐力によるポテンシャル $U$ は以下のように書ける。

$$U = -\frac{GM_\odot}{r} + \frac{1}{2}\nu_0^2 z'^2 \quad (2)$$

このポテンシャル $U$ の下で運動する小天体ハミルトニアンは以下のように書き下せる。

$$H = -\frac{GM_\odot}{2a} + \frac{\nu_0^2}{2}a^2(1-e^2)^2 \sin^2 i \frac{\sin^2(f+\omega)}{(1+e\cos f)^2} \quad (3)$$

ここで $a, e, i, f, \omega, \Omega$ らは通常のケプラー軌道要素を表す。このハミルトニアンの摂動部分を小天体の軌道一周で平均すると平均的な摂動関数 $R$ が得られる。

$$R = -\frac{\nu_0^2}{4}a^2 \sin^2 i (1 - e^2 + 5e^2 \sin^2 \omega) \quad (4)$$

この $R$ は軸対称なポテンシャルなので、小天体の角

運動量の鉛直方向成分 $j$ は保存量となる。

$$j = \sqrt{1-e^2} \cos i \quad (5)$$

この $j$ を使い、 $R$ の主要部分をエネルギー積分として取り出して以下のように書く事にする。

$$C = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{j^2}{\chi_0}\right) [5 - 3\chi_0 - 5(1 - \chi_0) \cos 2\omega_0] \quad (6)$$

但し $\chi = 1-e^2$ であり、各変数の下添字0は初期値を表す。以上の準備を行った後に、銀河潮汐力による小天体の軌道要素のうち $e, i, \omega, \Omega$ の時間変化を表現する。なお小天体の軌道周期について平均化したことにより軌道半長径 $a$ は一定となり、かつ短周期変数である平均近点離角については考慮する必要がなくなる(von Zeipel的な意味では一次の正準摂動論の適用に相当する)。またここで考えている銀河潮汐力はポテンシャルから導かれるので保存力であり、系の摂動関数 $R$ も保存する。よってこの系は自由度の数だけ保存量があり積分可能なので、原理的には単なる求積により各変数の時間発展が得られるので、それを実行する。

まずは小天体の離心率 $e$ の変分方程式から出発する。

$$\frac{de}{dt} = -\frac{\sqrt{\chi}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \quad (7)$$

但し $n$ は小天体の平均運動である。この式の右辺に既知の量を代入し、 $e$ について方程式を $\chi$ についての方程式に書き換えると、以下を得る。

$$\frac{d\chi}{dt} = -\frac{2\nu_0^2}{n} \sqrt{(\chi - \chi_0^*)(\chi - \chi_1^*)(\chi - \chi_2^*)} \quad (8)$$

この $\chi_0^*, \chi_1^*, \chi_2^*$ は $e, i, \omega$ の関数だが、具体形は略す。

さて、微分方程式(8)の解はJacobiの楕円関数 $\text{cn}$ で表される事が知られている。 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ をそれぞれ $\chi_0^*, \chi_1^*, \chi_2^*$ のうち最小値、中間値、最大値とすると

$$\chi = \alpha_1 + (\alpha_0 - \alpha_1) \text{cn}^2(\theta, k) \quad (9)$$

という解が得られる。式(9)の右辺で時刻情報を含むのは変数 $\theta$ であり、以下のように楕円積分で表現される。

$$\theta = \frac{2K(k)}{\pi} \left( n_\omega^* t + \omega_0^* + \frac{\pi}{2} \right), \quad k^2 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_2 - \alpha_0} \quad (10)$$

$$n_\omega^* = \frac{2\nu_0^2 \pi}{n \cdot 4K(k)} \sqrt{\alpha_2 - \alpha_0}, \quad (11)$$

$$\omega_0^* = \frac{\pi}{2} \left( \pm \frac{F(\varphi, k)}{K(k)} - 1 \right), \quad \sin \varphi = \sqrt{\frac{\chi_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0}} \quad (12)$$

但し式(10)に現れる関数 $K(k)$ は第一種の完全楕円積分であり、式(12)の $F$ は第一種の楕円積分である。

ここまで来れば $\chi$ から $e$ への変換は容易である。保存量 $j$ を使って軌道傾斜角 $i$ の解も以下のように得られる。

$$e = \sqrt{1 - \chi}, \quad i = \cos^{-1} \frac{j}{\sqrt{\chi}} \quad (13)$$

近点引数 $\omega$ については、エネルギー積分 $C$ の表式(6)を使えば $\chi$ と $j$ から計算できる。結果は

$$\omega = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{Q_1(\chi)}{5(\chi - j^2)(1 - \chi)} \quad (14)$$

で、関数 $Q_1(\chi)$ は以下である。時刻情報は $\chi$ に含まれる。

$$Q_1(\chi) = (\chi_0 - \chi) \left( 3\chi - \frac{5j^2}{\chi_0} \right) + 5 \left( 1 - \frac{j^2}{\chi_0} \right) (1 - \chi_0) \chi \cos 2\omega_0 \quad (15)$$

但し $\chi_0, \omega_0$ はそれぞれ $\chi, \omega$ の初期値である。

最後に昇交点経度 $\Omega$ については、その変分方程式

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{\nu_0^2 j \chi_0^* - j^2}{2n \chi - j^2} \quad (16)$$

の右辺に現れる $\chi$ が既知なので式(9)などを代入し、時刻変数で積分(求積)することで解

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{\nu_0^2 j \chi_0^* - j^2}{2n \alpha_0 - j^2} \Pi \left( \theta, \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - j^2}, k \right) \quad (17)$$

が得られる。 $\Pi$ は通常の第三種楕円積分である。

各小天体の初期軌道要素 $e_0, i_0, \omega_0, \Omega_0$ を与えれば、式(13)(14)(17)から時刻 $t$ に於ける各変数の値が判明する。

#### 4 時間飛ばしスキーム

本研究に於いては第一のモデル(彗星雲の進化)と第二のモデル(惑星からの摂動)の間で天体の受け渡しが一方向であることは前述した。オールト雲を起源とする新彗星がひとたび惑星領域に入れば銀河潮汐力を受けることはもう無いという仮定である。この仮定の下、第二のモデルでは計算量の削減を目的として $r = 800\text{AU}$ に到達した時点でも離心率 $e < 1$ を保つ新彗星についてはそれ以遠の領域では何の摂動も受けず、純粋なケプラー運動を行うと看做す。即ちこうした天体については図1のように $r = 800\text{AU}$ の地点で軌道を折り返すことになる。 $800\text{AU}$ という境界の設定は主観的であるが、惑星摂動の影響が十分に小さくなるほど遠方であり、かつ銀河潮汐力や恒星摂動の影響はまだ顕著にならないほど内側という意味でこの数値を設定した。この操作を私達は「時間飛ばしスキーム」と呼んでおり、その採用により計算量は大幅に削減される。 $r = 800\text{AU}$ の地点で離心率 $e \geq 1$ となった新彗星は系外に放出されたと看做し、計算から取り除く。第2節で述べた惑星摂動と銀河潮汐力の時定数の違いを考えるとこの仮定はさほど悪くないと思われるが、第二のモデルの計算結果を見ると新彗星の中にはその遠点が数万AUといった大きな値になる天体もある。そうなれば新彗星は $r > 800\text{AU}$ の領域で銀河潮汐力の影響を幾分かは受けることになろう。そこで本稿では前節でモデル化された銀河潮汐力をこの「時間飛ばし」の対象となった新彗星に適用し、従来は銀河潮汐力が働かないと仮定していた天体に銀河潮汐力を作用させるとどの程度の差異が発生するのかを定量的に検証する。

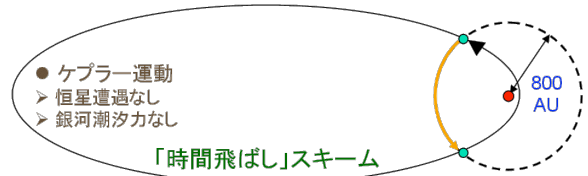


図1. 時間飛ばしスキームの概念図。太陽から距離 $r = 800\text{AU}$ を超える領域では摂動は働かず、新彗星はケプラー運動すると仮定する。するとその領域では数値積分が不要であり、新彗星の軌道進化は $r = 800\text{AU}$ の地点で平均近点距離を $l \rightarrow -l$ と変換すれば得られる。

本研究で用いた第一のモデル内では初期に彗星雲を構成する天体の半数以上が最終的に新彗星化する。但し彗星雲の進化段階により新彗星の発生率やその軌道要素分布は異なる。今回は図2にある二種類の状況を検討した。各々の略号は前回の報告<sup>4)</sup>と整合させている。(1) 既に三次元的に進化した彗星雲からはほぼ等方的・定期的な新彗星が発生する状況(略号IC1:  $4.0 < t < 5.0$  Gyr)。(2) 太陽系初期に彗星雲が円盤状から三次元的形状に急激に進化する中で新彗星が大発生する状況(略号IC3:  $0 < t < 1.0$  Gyr)。こうした新彗星達が惑星摂動を受けてその軌道を変え、 $r = 800\text{AU}$ の地点に到達した時点で時間飛ばしスキームが発動する。初期条件IC1とIC3それぞれから約10万個の新彗星が発生したが、これらに対して時間飛ばしスキームが発動された延べ回数はIC1で約1754万回、IC3では約2190万回に及んだ。これは同一の新彗星が平均的には数十回から数百回の時間飛ばし(または回帰)を経験するからである。新

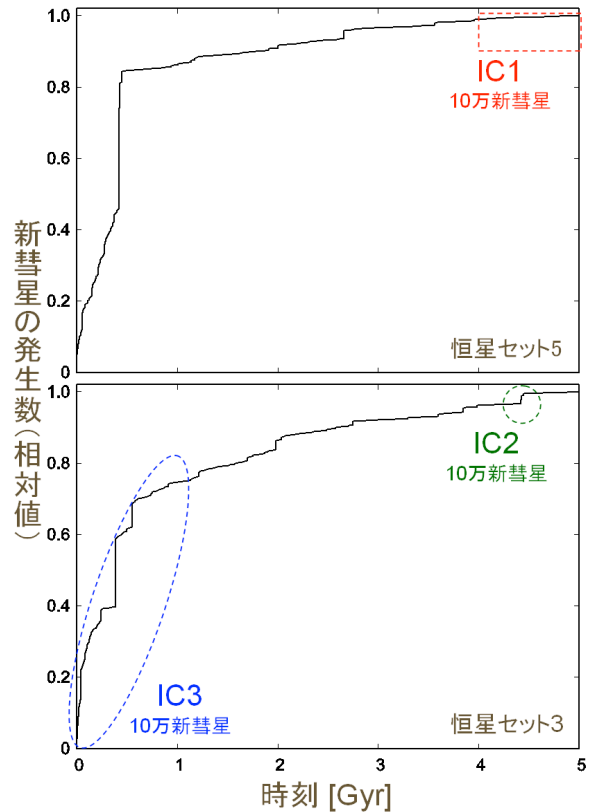


図2. 彗星雲からの新彗星の発生状況。用いる恒星セットが異なると新彗星の発生状況も異なる。図中の略号はIC1が初期条件(1)、IC3が初期条件(2)を表す。IC2については本稿では触れない。

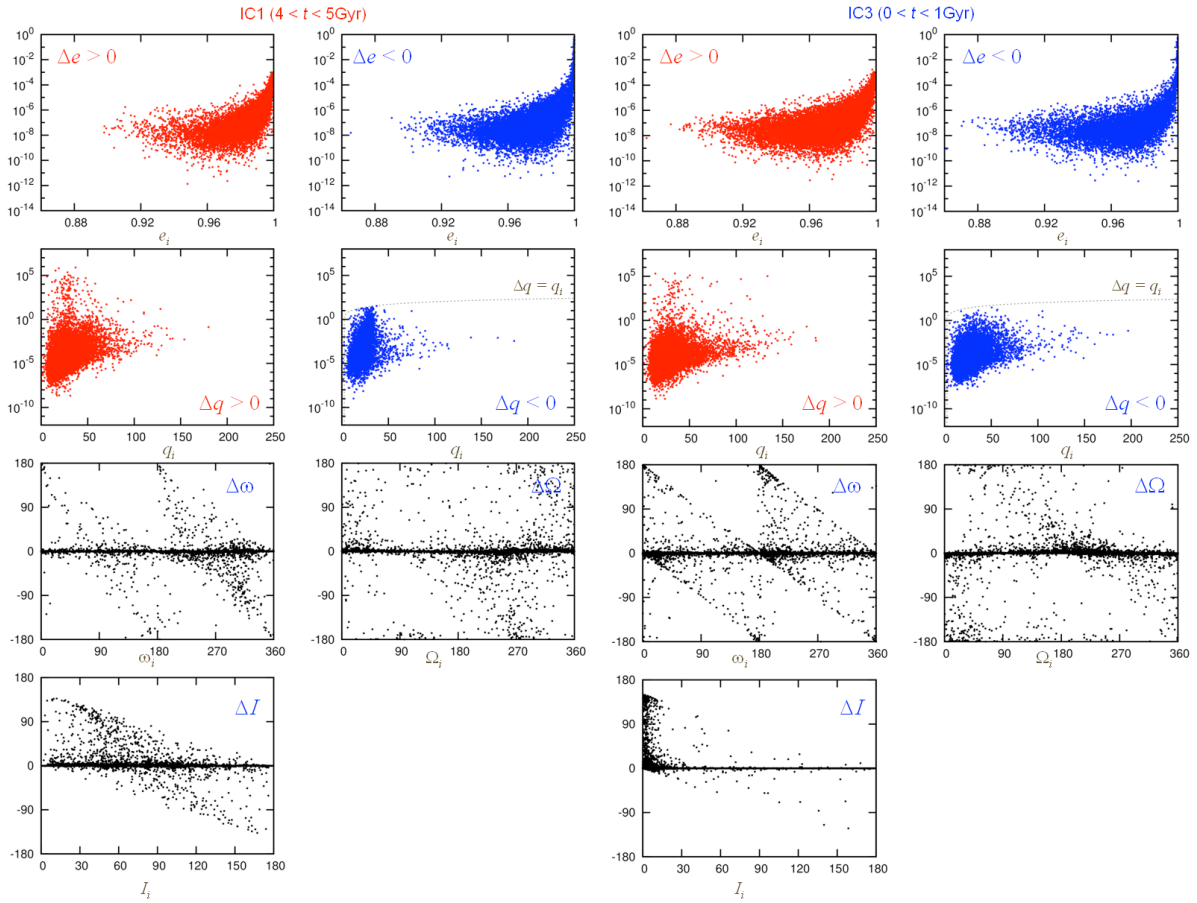


図3. 第二のモデル内で「時間飛ばし」された新彗星に対して銀河潮汐力作用させた後の軌道要素の変化量。左の二列は初期条件 IC1 による新彗星、右の二列は初期条件 IC3 による新彗星についての結果。横軸は各要素の初期値で、縦軸は銀河潮汐力作用させた後の変化量。両軸の単位は  $e$  が無次元、 $q$  が天文単位、 $\omega, \Omega, I$  が度である。 $e$  と  $q$  については変化量  $\Delta$  の正負をそれぞれ赤点と青点で描き、 $\Delta$  が負となる青点のパネルではその絶対値を描画した。また  $\Delta q < 0$  のパネルにはその変化量の最大値となる  $\Delta q = q_i$  ( $q$  の初期値) の線を描き入れた。

彗星の回帰回数とその頻度分布・近点距離最小値との関係については前回の報告<sup>4)</sup>らを参照されたい。

### 5 “時間飛ばし”された天体へ働く銀河潮汐力

図2で示された新彗星の発生状況に於いて「時間飛ばし」を受けた天体に銀河潮汐力作用させ、それによる軌道要素の変化量を示したものが図3と図4である(注・図3中の記法の一部が第3節と異なっていることに留意されたい。図3内では軌道傾斜角に  $i$  ではなく  $I$  を用い、初期値を表す下添字を0でなく  $i$  としている。 $i$  の代わりに  $I$  を使ったのは図4でも同様である)。図3を見ると、時間飛ばしの最中 ( $r > 800\text{AU}$  領域) に働く銀河潮汐力による新彗星の離心率  $e$  と近点距離  $q$  の変化量は非常に小さく、しかもそれは新彗星の発生時期 (IC1 か IC3 か) にほぼ依存しないことが分かる。なお前述のように本研究のモデルでは銀河潮汐力により新彗星の軌道半長径  $a$  は変化しないので、図3, 4で示された近点距離  $q = a(1-e)$  の変化はすべて  $e$  の変化を要因とする。

近点引数  $\omega$ 、昇交点経度  $\Omega$ 、軌道傾斜角  $I$  の変化量も図3にあるように0付近に集中しており、どの軌道要素も時間飛ばしの最中に受ける銀河潮汐力の影響は小さ

い。図4に示した軌道要素の変化量の頻度分布、とりわけ縦軸を対数にしたパネル群を見ればそれは益々明らかである。この事実より、私達が置いた仮定 ( $r > 800\text{AU}$  の領域では新彗星はケプラー運動を行う) が悪くはなく、時間飛ばしスキームの採用が妥当であることが示された。但し一定の注意を要する結果もある。例えば、ごく少数ではあるが一部の新彗星についてはこの領域で受ける銀河潮汐力により離心率  $e$  そして近点距離  $q$  が大きく変化し得ることが見て取れる(図4の左から第二・第四列)。こうした天体の比率は1%程度とわずかだが、こうした現象は彗星雲形成初期に惑星に散乱されつつある微惑星の軌道要素変化と等価であり、更に詳細な分析を行うに値する。また、図3の下段にある近点引数  $\omega$  と軌道傾斜角  $I$  のパネルには明瞭に周期  $\pi$  の痕跡が見られる。この形式的な原因は式(4)の摂動関数  $R$  に近点引数と軌道傾斜角がそれぞれ  $\sin^2\omega$ ,  $\sin^2i$  という形で入る事、即ち  $R$  が  $\cos 2\omega$ ,  $\cos 2i$  の依存性を持つからと言える。それでも  $\Delta\omega$  と  $\Delta I$  がなぜ  $\omega$  と  $i$  の90度近辺で最小となり0近辺で最大になるかは自明と言えず、銀河潮汐力に起因する Lidov-Kozai 振動<sup>16,17)</sup>の影響とも考えられるが、詳細な解析は今後の課題である。

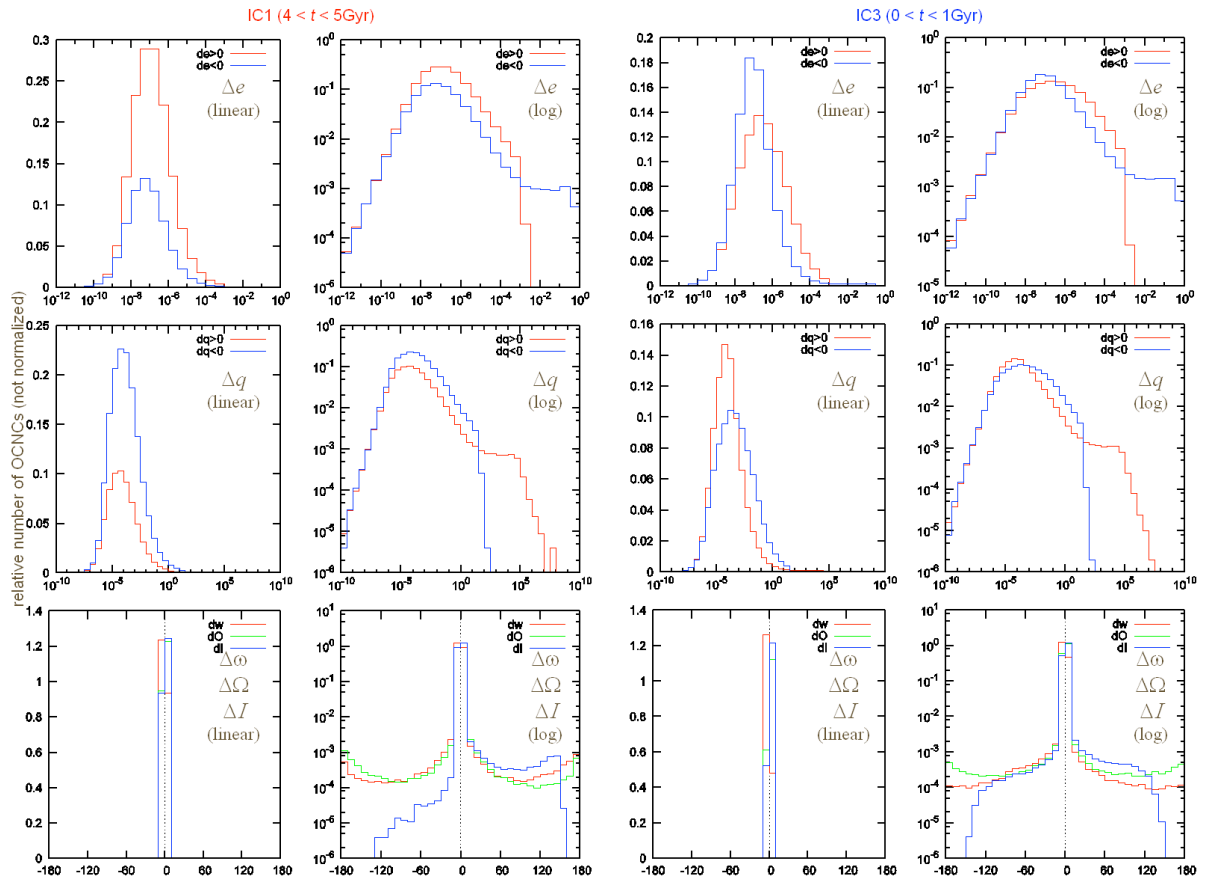


図4. 図3と同じデータを元にし、第二のモデル内で「時間飛ばし」された新彗星に対して銀河潮汐力を作用させた場合の軌道要素の変化の頻度分布を描いた。左の二列は初期条件 IC1 による新彗星、右の二列は初期条件 IC3 による新彗星についての結果。各パネルの横軸は銀河潮汐力を作用させた後の各変数の変化量で、縦軸はその相対的な頻度。横軸の単位は $\Delta e$  が無次元、 $\Delta q$  が天文単位、 $\Delta\omega$ ,  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta I$  が度である。各量について縦軸が線形と対数の両方のパネルを示した(左から第1, 3列が線形パネル、第2, 4列が対数パネル)。 $e$  と  $q$  については変化量 $\Delta$ の正負をそれぞれ赤線と青線で描き、負の変化量についてはその絶対値を描画した。 $\Delta\omega$ ,  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta I$  のパネルも色分けがされているが、これは単に複数の線を区別して見やすくするためであり、変化量の正負は横軸の数値に記された通りである。

## 6 まとめと議論

今回の検証作業により、本研究が抱える課題の一つであった時間飛ばしスキームの妥当性はある程度まで立証されたと考える。しかし課題はまだ残っている。例えば今回考えた銀河潮汐力のモデルは永年のものであり、小天体の公転周期よりも長い時間スケールで有効という前提に立っている。この永年の力は彗星雲自体の進化といった $10^8$ - $10^9$ 年の現象には疑い無く適用できるものの、新彗星の一公転周期よりも短い時間飛ばしの期間に対して使うことの可否はさほど自明でない。また、時間飛ばしの期間中に無視した恒星遭遇についても何らかの定量的な見積もりを行う意味はあろう。将来的には第二のモデルを実装する数値計算コードを改訂し、 $r > 800$  AUの領域でも新彗星のケプラー運動を仮定するのではなく上述した銀河潮汐力を連続的に作用させ、なおかつ恒星遭遇の影響をも確率的に取り込む計算が必要となるだろう。

## 参考文献

- 1) Oort, J. H., *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, **11**, 91, 1950.
- 2) Oort, J. H., *The Observatory*, **71**, 129, 1951.
- 3) Ito, T., Higuchi, A., LPI Contribution, **1667**, 6209, 2012.
- 4) 伊藤孝士・樋口有理可, スペースガード研究, **6**, 58, 2014.
- 5) Higuchi, A., Kokubo, E., Mukai, T., *Astron. J.*, **131**, 1119, 2006.
- 6) Higuchi, A., Kokubo, E., Kinoshita, H., Mukai, T., *Astron. J.*, **134**, 1693, 2007.
- 7) 樋口有理可, 天文月報, **100**, no. 1, 8, 2007.
- 8) Rickman, H., Fouchard, M., Froeschlé, Ch., Valsecchi, G. B., *Cel. Mech. Dyn. Astron.* **102**, 111, 2008.
- 9) Higuchi, A., Kokubo, E., *Astron. J.*, submitted.
- 10) Öpik, E. J., *Proc. Amer. Acad. Arts Sci.*, **67**, 169, 1932.
- 11) Rickman, H., *Bull. Astron. Ins. Czech.*, **27**, 92, 1976.
- 12) García-Sánchez, J., Weissman, P. R., Preston, R. A., Jones, D. L. et al., *Astron. Astrophys.*, **379**, 634, 2001.
- 13) Ito, T., Malhotra, R., *Adv. Space Res.*, **38**, 817, 2006.
- 14) Ito, T., Malhotra, R., *Astron. Astrophys.*, **519**, A63, 2010.
- 15) Heisler, J., Tremaine, S., *Icarus*, **65**, 13, 1986.
- 16) Лидов, М. Л., Искусственные спутники Земли, **8**, 5, 1961.
- 17) Kozai, Y., *Astron. J.*, **67**, 591, 1962.